This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

https://books.google.com

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`

UC-NRLF
B 3 907 056

ERKELEY
IBRARY
NIVERSITY OF
CALIFORNIA

NYSIOS
BRARY

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

REALE ACCAD

DI

DAGLI ACCADEM

VOLUME

Classe di Scie

Libreria

Digitized by Google

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOLUME SESSANTAQUATTRESIMO

1928-1929

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3
1929

Digitized by Google

E LACC

D

DAGLI ACCAI

VOL.

Classe di S

Librer

Digitized by Google

EXCHANGE
FEB 27 1930

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. LXIV, DISP. 1ª, 1928-1929

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3
1929

Digitized by Google

DISTRIBUZIONE DELLE ADUNANZE

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

nell'anno 1928-929

divise per Classi

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali	Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
1928 - 18 novembre	1928 - 25 novembre
» - 2 dicembre	» - 9 dicembre
» - 16 »	» - 23 »
» - 30 »	1929 - 6 gennaio
1929 - 13 gennaio	» - 20 »
» - 27 »	» - 3 febbraio
» - 10 febbraio	» - 17 »
» - 24 »	» - 3 marzo
» - 10 marzo	» - 17 »
» - 24 »	» - 7 aprile
» - 14 aprile	» - 28 »
» - 5 maggio	» - 12 maggio
» - 19 »	» - 26 »
» - 9 giugno	» - 16 giugno
» - 23 »	» - 30 »

Digitized by Google

PRESIDENTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO

dalla sua fondazione

ELEZIONE	PRESIDENTI PERPETUI (*)
1783, 25 luglio	**Saluzzo di Monesiglio** (conte Giuseppe Angelo). Offrì le dimissioni dalla carica e furono accettate (7 settembre 1788) conferendogli il titolo di *Presidente emerito*.
„ „	**La Grange Tournier** (Giuseppe Luigi), *Onorario*.
1788, 30 novembre	**Morozzo di Bianzé** (conte Carlo Lodovico).
1801, 24 gennaio (4 piovoso a. IX)	**Saluzzo** (cittad. Angelo Giuseppe) ex-conte di Monesiglio.
1801, 15 febbraio	Col Regolamento del 26 piovoso anno IX (15 febbr. 1801) essendosi stabilito che l'Accademia Nazionale rinnovata col *Decreto della Commissione esecutiva del Piemonte* del 22 nevoso anno IX (17 gennaio 1801) non avesse più che due presidenti di classe, cessarono queste funzioni del Saluzzo.
1804, 25 febbraio (5 ventoso a. XII)	**Bonaparte** (Napoleone) primo console della Repubblica Francese, *Onorario*.
1815, 25 novembre	**Balbo di Vinadio** (conte Prospero).
1837, 26 „	**Lascaris di Ventimiglia** (marchese Agostino).
1838, 18 „	**Saluzzo di Monesiglio** (conte Alessandro).
1851, 18 dicembre	**Plana** (barone Giovanni).
1864, 1° maggio	**Sclopis di Salerano** (conte Federigo).

(*) Dal volume *Il primo secolo della R. Accademia delle Scienze di Torino. Notizie storiche e bibliografiche (1783-1883)*. Torino, 1883, pag. 141.

Digitized by Google

ELEZIONE	PRESIDENTI TRIENNALI (*)
1879, 9 marzo	**Ricotti** (Ercole).
1882, 12 febbraio	**Ricotti** (Ercole) rieletto.
1883, 6 maggio	**Fabretti** (Ariodante).
1885, 12 aprile	**Genocchi** (Angelo).
1888, 8 „	**Genocchi** (Angelo) rieletto.
1889, 28 „	**Lessona** (Michele) termina il 2° triennio iniziato dal GENOCCHI.
1891, 24 maggio	**Lessona** (Michele).
1894, 24 giugno	**Lessona** (Michele) rieletto, † 20 luglio 1894.
1895, 13 gennaio	**Carle** (Giuseppe).
1898, 9 „	**Carle** (Giuseppe) rieletto.
1901, 13 „	**Cossa** (Alfonso) † 23 ottobre 1902.
1902, 14 dicembre	**D'Ovidio** (Enrico) termina il triennio iniziato dal COSSA.
1904, 21 febbraio	**D'Ovidio** (Enrico).
1907, 17 marzo	**D'Ovidio** (Enrico) rieletto.
1910, 24 aprile	**Boselli** (Paolo).
1913, 18 maggio	**Boselli** (Paolo) rieletto.
1916, 28 „	**Camerano** (Lorenzo) † 22 novembre 1917.
1918, 3 febbraio	**Naccari** (Andrea) continua il triennio iniziato dal CAMERANO.
1919, 27 aprile	**Naccari** (Andrea) † 2 ottobre 1926.
1922, 7 maggio	**Ruffini** (Francesco).
1925, 3 „	**Ruffini** (Francesco) rieletto.
1928, 22 aprile	**Parona** (C. Fabrizio)

(*) A norma dell'art. 3 dello *Statuto della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, approvato con R. Decreto 2 febbraio 1882, il Presidente dura in carica un triennio e può essere rieletto per un altro triennio.

Digitized by Google

ELENCO

DEGLI

ACCADEMICI RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI STRANIERI E CORRISPONDENTI

AL 31 DICEMBRE 1928

NB. — *Negli elenchi degli Accademici la prima data è quella dell'elezione, la seconda quella del R. Decreto che approva l'elezione.*

PRESIDENTE

Parona (Nob. Carlo Fabrizio), Professore stabile di Geologia nella R. Università di Torino, già Rettore della R. Università. Comm. ✱ e ⊛. — *Torino, Via Bonafous, 5.*

Eletto alla carica il 22 aprile 1928 per il triennio dal 20 aprile 1928 al 19 aprile 1931 (R. D. 14 giugno 1928).

VICE-PRESIDENTE

De Sanctis (Gaetano), Professore stabile di Storia antica nella R. Università di Torino, Presidente della Unione Accademica Internazionale, ✱, Gr. Uff. ⊛, Cav. Gr. Cr. del S. M. O. del Santo Sepolcro. — *Torino, Corso Vittorio Em., 44.*

Eletto alla carica il 22 aprile 1928 per il triennio dal 20 aprile 1928 al 19 aprile 1931 (R. D. 14 giugno 1928).

TESORIERE

Panetti (Modesto), Professore stabile di meccanica applicata alle macchine e di Costruzioni Aeronautiche nel R. Politecnico di Torino, Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Comm. ✱ e ⊛. — *Corso Peschiera, 30.*

Riel. alla carica il 25 novembre 1928 per il triennio dal 1° luglio 1928 al 30 giugno 1931 (R. D. 1928).

Digitized by Google

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

Grassi (Guido), Professore emerito di Elettrotecnica nella R. Scuola d'ingegneria di Torino, Uff. ✱, Comm. ☆. — *Torino, Via Ettore De Sonnaz, 7.*
Eletto alla carica il 17 giugno 1928 per il triennio dall'11 giugno 1928 al 10 giugno 1931 (R. D. 6 settembre 1928).

Segretario

Repossi (Emilio), Professore stabile di Mineralogia nella R. Università di Torino. — *Torino, Via Cibrario, 61.*
Eletto alla carica il 17 giugno 1928 per il triennio dall'11 giugno 1928 al 10 giugno 1931 (R. D. 6 settembre 1928).

ACCADEMICI RESIDENTI

S. A. R. il Principe Luigi Amedeo di **Savoia**, Duca degli Abruzzi. — *Torino, Via Maria Vittoria, 12.*
6 marzo 1927 - 7 aprile 1927.

D'Ovidio (Enrico), Senatore del Regno, Professore emerito di Algebra e Geometria analitica nella R. Università di Torino, Gr. Uff. ✱ e ☆. — *Torino, Corso Peschiera, 30.*
29 dicembre 1878 - 16 gennaio 1879. — Pensionato 28 novembre 1889.

Peano (Giuseppe), Professore stabile di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, ✱ e Comm. ☆ — *Torino, Via Barbaroux, 4.*
25 gennaio 1891 - 5 febbraio 1891. — Pensionato 22 giugno 1899.

Guidi (Camillo), Professore stabile di Statica grafica e Scienza delle costruzioni, Uff. ✱, Gr. Uff. ☆. — *Roma, Viale delle Milizie, 16.*
31 maggio 1896 - 11 giugno 1896. — Pensionato 11 giugno 1903.

Parona (Nob. Carlo Fabrizio), *predetto.*
15 gennaio 1899 - 22 gennaio 1899. — Pensionato 21 gennaio 1909.

Digitized by Google

Mattirolo (Oreste), Professore stabile di Botanica nella R. Università di Torino, ✱ e Gr. Uff. ⊛, Uff. del Merito agricolo di Francia. — *Torino, Orto Botanico (al Valentino).*

10 marzo 1901 - 16 marzo 1901. — Pensionato 15 dicembre 1910.

Grassi (Guido), *predetto.*

9 febbraio 1902 - 23 febbraio 1902. — Pensionato 30 novembre 1911.

Somigliana (nob. Carlo), Professore stabile di Fisica matematica nella R. Università di Torino, Preside della Facoltà di Scienze, ✱ e Comm. ⊛, — *Corso Vinzaglio, 75.*

5 marzo 1905 - 27 aprile 1905. — Pensionato 20 luglio 1913.

Panetti (Modesto), *predetto.*

24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915. — Pensionato 27 aprile 1919.

Ponzio (Giacomo), Professore stabile di Chimica generale nella R. Università di Torino, ⊛. — *Torino, Corso Massimo d'Azeglio, 48.*

10 marzo 1918 - 21 marzo 1918. — Pensionato 28 ottobre 1923.

Sacco (Federico), Prof. stabile di Geologia applicata nella R. Scuola d'Ingegneria, Gr. Uff. ⊛. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele II, 18.*

10 marzo 1918 - 21 marzo 1918. — Pensionato 19 maggio 1924.

Majorana (Quirino), Professore stabile di Fisica sperimentale nella R. Università di Bologna, Comm. ✱ e ⊛. — *Bologna, Via Irnerio, 46.*

10 marzo 1918 - 21 marzo 1918. — Pensionato 1° marzo 1925.

Herlitzka (Amedeo), Professore stabile di Fisiologia nella R. Università di Torino, ⊛. — *Torino, Via Pietro Toselli, 1.*

25 gennaio 1920 - 19 febbraio 1920.

Pochettino (Alfredo), Prof. stabile di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, ✱ e ⊛. — *Torino, Via Giuria, 1.*

25 gennaio 1920 - 19 febbraio 1920.

Boggio (Tommaso), Prof. stabile di Meccanica superiore nella R. Università di Torino, ✱, Comm. ⊛, Lauréat de l'Académie des sciences de Paris. — *Torino, Via Ottavio Revel, 5.*

17 febbraio 1924 - 13 marzo 1924.

Garelli (Felice), Prof. di Chimica tecnologica e Direttore della R. Scuola d'ingegneria di Torino, Comm. ⊛. — *Torino, Corso Duca di Genova, 1.*

17 febbraio 1924 - 13 marzo 1924.

Repossi (Emilio), *predetto.*

22 marzo 1925 - 7 maggio 1925.

Vallauri (G. Carlo), Professore stabile di Elettrotecnica nella R. Scuola d'Ingegneria di Torino.

. . . . .

Digitized by Google

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Volterra (Vito), Senatore del Regno, Professore stabile di Fisica matematica nella R. Univ. di Roma, ✠, ✱, Gr. Cord. ⊞, Croce di Guerra. — *Roma, Via in Lucina, 17.*
3 febbraio 1895 - 17 febbraio 1895.

Bertini (Eugenio), Professore emerito della R. Università di Pisa, Uff. ✱, Comm. ⊞. — *Pisa, Lungarno Mediceo, 7.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Pirotta (Pietro Romualdo), già Professore stabile di Fisiologia vegetale nella Università di Roma, ✠. Gr. Uff. ⊞. — *Roma, Via Torfiorenza, 36.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Rosa (Daniele), Professore stabile di Zoologia ed Anatomia comparata nella R. Università di Modena, ⊞. — *Modena, R. Università.*
25 gennaio 1920 - 19 febbraio 1920.

Zambonini (Ferruccio), Professore stabile di Chimica generale nella R. Università di Napoli. — *Napoli, Via Mezzocannone A.*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Levi-Civita (Tullio), Professore stabile di Meccanica razionale nella R. Università di Roma, ✠. — *Roma, Via Sardegna, 50.*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Cantone (Michele), Professore stabile di Fisica sperimentale nella R. Università di Napoli, ✠, Comm. ⊞. — *Napoli, Via Duomo, 305.*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Pierantoni (Umberto), Professore stabile di Zoologia nella R. Università di Napoli. — *Napoli, Galleria Umberto I, 27.*
17 febbraio 1924 - 13 marzo 1924.

Digitized by Google

ACCADEMICI STRANIERI

Thomson (John Joseph), Professore nella Università di Cambridge. — 15 maggio 1910 - 12 giugno 1910.

Rutherford (Sir Ernesto), Professore di Fisica sperimentale nell'Università di Cambridge.
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Hale (Giorgio), Astronomo. — *Pasadena, Mount Wilson Observatory (California).*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Picard (Emilio), Segretario perpetuo per le Scienze matematiche dell'Accademia delle Scienze di Parigi. — *Parigi (6), Quai Conti, 25.*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Michelson (Alberto), Professore di Fisica nell'Università di Chicago. — *Chicago, Kimbark Avenue, 5756.*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

De Vries (Ugo), della R. Università di Amsterdam.

. . . . . .

Termier (Pierre), Professore di Geologia all'École des Mines.

. . . . . .

Karman (Theodor von), della Università di Aachen.

. . . . . .

Digitized by Google

CORRISPONDENTI

Sezione di Matematiche pure.

Castelnuovo (Guido), Prof. nella R. Università di Roma. — 17 aprile 1898.
Hilbert (Davide), Prof. nell'Università di Göttingen. — 14 giugno 1903.
Enriques (Federico), Prof. nell'Università di Bologna. — 15 maggio 1910.
Berzolari (Luigi), Professore nella R. Università di Pavia. — 24 febbr. 1918.
Marcolongo (Roberto), Professore nella R. Università di Napoli. — Id. id.
Pincherle (Salvatore), Professore nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Severi (Francesco), Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.
Appell (Paul Émile), Professore di Meccanica analitica alla Sorbona, Parigi. — 11 giugno 1922.
Borel (Émile), Professore di Calcolo delle probabilità e di fisica matematica, Parigi. — Id. id.
Loria (Gino), Professore di Geometria superiore nella R. Università di Genova. — Id. id.
Study (Eduard), Professore di Matematiche nell'Università di Bonn. — Id. id.
Tonelli (Leonida), Professore di Analisi algebrica nella R. Università di Bologna. — 27 maggio 1928.
Vitali (Giuseppe), Professore di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Padova. — Id. id.
Signorini (Antonio), Professore di Fisica matematica nella R. Università di Napoli. — Id. id.

Sezione di Matematiche applicate, Astronomia e Scienza dell'ingegnere civile e militare.

Ewing (Giovanni Alfredo), Professore nell'Università di Edinburg. — 27 maggio 1894.
Boussinesq (Valentino), Membro dell'Istituto di Francia, Professore nella Università di Parigi. — 15 maggio 1910.
Albenga (Giuseppe), Professore nella R. Università di Torino. — 24 febbraio 1918.
Colonnetti (Gustavo), Professore nel R. Politecnico di Torino, — Id. id.
Maggi (Gian Antonio), Professore nella R. Università di Milano. — Id. id.

Digitized by Google

Mesnager (Agostino). Professore nella Scuola Nazionale dei Ponti e Strade, Membro dell'Istituto di Francia, Parigi. — 29 dicembre 1918.

Fantoli (Gaudenzio), Professore di Idraulica nel R. Istituto tecnico superiore di Milano. — 11 giugno 1922.

Planck (Max), Professore di Fisica matematica nell'Università di Berlino. — 11 giugno 1922.

Prandtl (Ludwig), Professore di Meccanica applicata nell'Università di Gottinga. — Id. id.

Pistolesi (Enrico), Professore di Meccanica applicata alle macchine nella R. Scuola d'Ingegneria di Pisa. — 27 maggio 1928.

Sezione di Fisica generale e sperimentale.

Garbasso (Antonio), Professore nella R. Università di Firenze. — 15 maggio 1910.

Zeeman (P.), Professore nell'Università di Amsterdam. — Id. id.

Corbino (Orso Mario), Professore nella R. Università di Roma. — 24 febbraio 1918.

Lombardi (Luigi), Professore nella R. Scuola degli Ingegneri di Roma. — Id. id.

Marconi (Guglielmo), Senatore del Regno, Dottore in scienze, Londra. — Id. id.

Palazzo (Luigi), Direttore del R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica, Roma. — Id. id.

Rizzo (Giovanni Batt.), Professore di Fisica terrestre nella R. Università di Napoli. — 11 giugno 1922.

Bragg (W. H.), Professore di Fisica nel Collegio Universitario di Londra. — Id. id.

Perrin (Jean), Professore di Chimica-fisica alla Sorbona, Parigi. — Id. id.

Laue (Max von), Professore di Fisica teoretica nell'Università di Berlino. — Id. id.

Amerio (Alessandro), Professore di Fisica sperimentale nel Politecnico di Milano. — Id. id.

Lori (Ferdinando), Professore di Elettrotecnica nella R. Scuola di Ingegneria di Padova. — 27 maggio 1928.

Fermi (Enrico), Professore di Fisica teoretica nella R. Università di Roma. — Id. id.

Sezione di Chimica generale ed applicata.

Paternò (Emanuele), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 2 gennaio 1881.

Ostwald (Dr. Guglielmo), Gross Bothen (Sachsen). — 5 marzo 1905.

Nernst (Walter), Professore nell'Università di Berlino. — Id. id.

Digitized by Google

Angeli (Angelo), Professore nella R. Università di Firenze. — 24 febbraio 1918.
Le Chatelier (Enrico Luigi), dell'Istituto di Francia, Parigi. — Id. id.
Nasini (Raffaele), Professore nella R. Università di Pisa. — Id. id.
Bruni (Giuseppe), R. Politecnico di Milano. — 15 giugno 1919.
Blanc (Gian Alberto), Professore di Geochimica nella R. Università di Roma. — 27 maggio 1928.
Parravano (Nicola), Professore di Chimica inorganica nella R. Università di Roma. — Id. id.
Pellizzari (Guido), Professore di Chimica farmaceutica nella R. Università di Firenze. — Id. id.
Rolla (Luigi), Professore di Chimica inorganica nella R. Università di Firenze. — Id. id.
Betti (Mario), Professore di Chimica generale nella R. Università di Bologna. — Id. id.

Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia.

Goldschmidt (Viktor), Professore nell'Univ. di Heidelberg. — 5 marzo 1905.
Suess (Franc. Edoardo), Professore nella " Deutsche Technische Hochschule , di Praga. - Landesgerichtsstrasse 12, Vienna I. — Id. id.
Lacroix (Alfredo), Membro dell'Istituto di Francia, Professore al Museo di Storia naturale di Parigi. — 15 maggio 1910.
Dal Piaz (Giorgio), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.
Day (Arturo L.), Direttore del Laboratorio geo-fisico dell'Istituzione Carnegie, Washington, D. C. — 11 giugno 1922.
Washington (Enrico Stefano), Laboratorio geo-fisico di Washington.— Id. id.
Franchi (Secondo), Ingegnere, Geologo Capo nel R. Ufficio geologico, Roma. — Id. id.
Gortani (Michele), Professore di Geologia nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Novarese (Vittorio), Ingegnere, Professore; Geologo Capo nel R. Ufficio geologico, Roma. — Id. id.
Rovereto (Gaetano), Professore di Geologia nella R. Università di Genova. — 27 maggio 1928.
Fabiani (Ramiro), Professore di Geologia nella R. Università di Palermo. Id. id.
Millosevich (Federico), Professore di Mineralogia nella R. Università di Roma. — Id. id.
Karpinsky (Alessandro), Presidente dell'Accademia delle Scienze V. R. SS. Leningrado. — Id. id.
Colomba (Luigi), Professore di Mineralogia nella R. Università di Genova. — Id. id.

Digitized by Google

Beeris (Giovanni), Professore di Mineralogia nella R. Università di Bologna. — Id. id.

Douvillé (Henry), Membro dell'Istituto di Francia. — Id. id.

Depéret (Charles), Professore di Geologia nella Università di Lione. — Id. id.

Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale.

Goebel (Carlo), Professore nell'Università di Monaco. — 13 febbraio 1898.

Penzig (Ottone), Professore nell'Università di Genova. — Id. id.

Mangin (Luigi), Membro dell'Istituto di Francia, Professore al Museo di Storia naturale di Parigi. — 15 maggio 1910.

Bower (Federico Orpen), Professore nella Università di Glasgow. — 24 febbraio 1918.

Chodat (Roberto), Professore di Botanica nell'Università di Ginevra. — 25 giugno 1922.

Longo (Biagio), Professore, Direttore del R. Orto botanico dell'Università di Pisa. — Id. id.

Gola (Giuseppe), Professore, Direttore del R. Orto botanico dell'Università di Padova. — Id. id.

Bois (Desiderato), Professore nel Museo di storia naturale di Parigi. — Id. id.

Negri (Giovanni), Professore di Botanica nella R. Università di Firenze. — 27 maggio 1928.

Forti (Achille), *via S.ta Eufemia, 1*, Verona. — Id. id.

Perrot (Émile), Professore e Direttore della Scuola Superiore di Farmacia, *Avenue de l'Observatoire, 4*, Parigi. — Id. id.

Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata.

Boulenger (Giorgio Alberto), Giardino botanico dello Stato, Bruxelles. — 28 gennaio 1900.

Marchand (Felice), Professore nell'Università di Leipzig. — 14 giugno 1903.

Lankester (Edwin Ray), Direttore del *British Museum of Natural History*. — 5 marzo 1905.

Ramôn y Cajal (Santiago), Professore nell'Università di Madrid. — 15 maggio 1910.

Albertoni (Pietro), Senatore del Regno, Professore nella Università di Bologna. - 24 febbr. 1918.

Bovero (Alfonso), Professore alla Facoltà di Medicina, S. Paolo del Brasile. — Id. id.

Chiarugi (Giulio), Professore nel R. Istituto di Studi superiori e di Perfezionamento di Firenze. — Id. id.

Vialleton (L.), Professore di Anatomia microscopica, Montpellier. — Id. id.

Digitized by Google

Bottazzi (Filippo), Professore di Fisiologia sperimentale nella R. Università di Napoli. — 11 giugno 1922.

Cesaris-Demel (Antonio), Professore di Anatomia patologica nella R. Università di Pisa. — Id. id.

Gley (E.), Prof. di Biologia generale nel *Collège de France*, Paris. — Id. id.

Richet (Charles), Professore di Fisiologia nell'Università di Parigi. — Id. id.

Sherrington (Ch. S.), Professore di Fisiologia nell'Università di Oxford. — Id. id.

Gallardo (Angel), Professore di Zoologia nella Universitad Nacional di Buenos Ayres. — 27 maggio 1928.

Houssay (Bernardo), Professore di Fisiologia della Medicina nella Universitad Nacional di Buenos Ayres. — Id. id.

Lippschütz (Alejandro), Professore di Fisiologia nella Università di Concepcion (Chile). — Id. id.

Digitized by Google

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore.

Stampini (Ettore), Professore stabile di Letteratura latina nella R. Università di Torino, Gr. Uff. ✱ e Gran Croce e Gran Cordone ⊞. — *Piazza Vittorio Veneto, 10.*

Eletto alla carica il 22 aprile 1928 per il triennio dal 20 aprile 1928 al 19 aprile 1931 (R. D. 14 giugno 1928).

Segretario.

Faggi (Adolfo), Professore stabile di Storia della filosofia nella R. Un versità di Torino, Comm. ⊞. — *Torino, Via Vassalli Eandi, 3.*

Eletto alla carica il 22 aprile 1928 per il triennio 20 aprile 1928 al 19 aprile 1931 (R. D. 14 giugno 1928).

ACCADEMICI RESIDENTI

Boselli (S. E. Paolo), Senatore del Regno, Socio effettivo dei Lincei, Primo Segretario di S. M. per l'Ordine Mauriziano, ecc., Cav. Ordine Supr. SS. Annunziata, ✠, Gr. Cord. ✱ e ⊞. — *Torino, Piazza Maria Teresa, 3.*

15 gennaio 1888 - 2 febbraio 1888. — Pensionato 13 ottobre 1897.

De Sanctis (Gaetano), *predetto.*

21 giugno 1903 - 8 luglio 1903. - Pensionato 15 febbraio 1912.

Ruffini (Francesco), Senatore del Regno, Professore stabile di Diritto ecclesiastico nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Grand'Uff. ✱ e ⊞. — *Torino, Via Principe Amedeo, 22.*

21 giugno 1903 - 8 luglio 1903. — Pensionato 19 giugno 1913.

Stampini (Ettore), *predetto.*

20 maggio 1906 - 7 giugno 1906. — Pensionato 24 gennaio 1915.

Brondi (Vittorio), Senatore del Regno, Professore stabile di Diritto amministrativo e Scienza dell'Amministrazione nella R. Università di Torino, Membro del Consiglio Superiore della P. I., Gr. Uff. ✱ e ⊞. — *Torino, Via Montebello, 26.*

17 febbraio 1907 - 19 aprile 1907. — Pensionato 4 febbraio 1917.

Digitized by Google

Einaudi (Luigi), Senatore del Regno, Professore stabile di Scienza delle finanze e Diritto finanziario nella R. Università di Torino, Comm. ☞. — *Torino, Via La Marmora, 60.*

10 aprile 1910 - 1° maggio 1910. — Pensionato 13 dicembre 1917.

Patetta (Federico), Professore stabile di Storia del Diritto italiano nella R. Università di Torino, ✱, Comm. ☞. — *Via S. Massimo, 44.*

3 maggio 1914 - 11 giugno 1914. — Pensionato 27 ottobre 1918.

Vidari (Giovanni), Professore stabile di Pedagogia nella R. Università di Torino, Gr. Uff. ✱ e ☞. — *Torino, Via Valeggio, 15.*

31 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915. — Pensionato 23 febbraio 1920.

Cian (Vittorio), Professore stabile di Letteratura italiana nella R. Università di Torino, Comm. ☞. — *Piazza Statuto, 4.*

20 maggio 1917 - 10 giugno 1917. — Pensionato 2 ottobre 1922.

Pacchioni (Giovanni), Professore stabile di Diritto civile nella R. Università di Milano, ☞. — *Milano* (33), *Via Fratelli Bronzetti, 28.*

20 maggio 1917 - 10 giugno 1917. — Pensionato 7 ottobre 1923.

Faggi (Adolfo), *predetto.*

18 gennaio 1920 - 12 febbraio 1920. — Pensionato, 3 ottobre 1926.

Luzio (Alessandro), Sovrintendente del R. Archivio di Stato di Torino, ✱, Comm. ☞. — *Via Principe Tommaso, 4.*

18 gennaio 1920 - 12 febbraio 1920. — Pensionato 15 febbraio 1928.

Mosca (Gaetano), Senatore del Regno, Professore stabile di Storia delle istituzioni e delle dottrine politiche nella R. Università di Roma, Comm. ✱, Gr. Uff. ☞. — *Roma (36), Via Piero Antonio Micheli, 18.*

18 gennaio 1920 — 12 febbraio 1920.

Jannaccone (Pasquale), Professore stabile di Statistica nella R. Università di Torino, Comm. ☞. — *Torino, Via Principe Tommaso, 39.*

28 maggio 1922 - 13 luglio 1922.

Solari (Gioele), Professore stabile di Filosofia del Diritto nella R. Università di Torino. — *Torino, Via Maria Vittoria, 3.*

23 dicembre 1923 - 24 gennaio 1924.

Bertoni (Giulio), Professore stabile di Filologia romanza, Comm. ☞. — *Roma, R. Università.*

31 gennaio 1926 - 21 febbraio 1926.

Rondolino (Ferdinando), Dottore di leggi. — *Torino, Via Bogino, 16.*

31 gennaio 1926 - 21 febbraio 1926.

Digitized by Google

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Scialoja (Vittorio), Senatore del Regno, Professore stabile di Diritto romano nella R. Università di Roma, ✠, Gr. Cr. ❋ e ▭. — *Roma, Piazza Grazioli, 5.*
29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Rajna (Pio), Senatore del Regno, Professore emerito di Lingue e Letterature neo-latine nella R. Università di Firenze, ✠, Gr. Uff. ❋ e ▭. — *Firenze (22), Piazza d'Azeglio, 13.*
29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Guidi (Ignazio), Senatore del Regno, Professore emerito di Ebraico e di Lingue semitiche comparate nella R. Università di Roma, ✠, Uff. ❋, Gr. Uff. ▭, C. O. St. P. di Svezia. — *Roma, Botteghe Oscure, 24.*
12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

Sabbadini (Remigio), Professore emerito di Lingua e Letteratura latina nella R. Università di Milano, Comm. ▭. — *Pisa, Via Fibonacci, 19.*
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Salandra (S. E. Antonio), Deputato al Parlamento, Professore stabile di Diritto amministrativo nella R. Università di Roma, Socio straniero dell'Istituto di Francia, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio della R. Accademia di scienze morali e politiche e dell'Accademia Pontaniana di Napoli. Cavaliere dell'Ordine supremo della SS. Annunziata, ✠, Gr. Cr. ❋ e ▭, ecc. — *Roma, Via Girolamo Fracastoro, 7.*
22 dicembre 1918 - 12 gennaio 1919.

Fedele S. E. Pietro), Senatore del Regno, Prof. stabile di Storia moderna nella Università di Roma, Uff. ❋ e Gran Cordone ▭. — *Roma (102), Via C. Linneo, 38.* — 6 maggio 1928...

Digitized by Google

ACCADEMICI STRANIERI

Nolhac (Pietro de), Professore nell'École pratique des Hautes Études di Parigi.
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Hauvette (Enrico), Professore di Lingua e Letteratura italiana alla Sorbona, Parigi.
28 maggio 1922 - 13 luglio 1922.

CORRISPONDENTI

Sezione di Scienze Filosofiche.

Pinloche (Augusto), Prof. nella Scuola Politecnica di Parigi. — 15 marzo 1896.
Chiappelli (Alessandro), Senatore del Regno, Professore emerito della R. Università di Napoli. — Id. id.
Zuccante (Giuseppe), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — 31 maggio 1908.
Gentile (Giovanni), Prof. nella R. Università di Roma. — 17 maggio 1914.
Martinetti (Pietro), Prof. nella R. Università di Milano. — Id. id.
Bergson (Enrico Luigi), Membro dell'Istituto di Francia. — Id. id.
Varisco (Bernardino), Prof. nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.

Sezione di Scienze Giuridiche e Sociali.

Bonfante (Pietro), Prof. nella R. Università di Roma. — 21 giugno 1903.
Brandileone (Francesco), Professore nella R. Università di Roma. — 10 giugno 1906.
Brini (Giuseppe), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Fadda (Carlo), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Napoli. — Id. id.
Stoppato (Alessandro), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Montalcini (Camillo), Prof., Segretario generale degli uffizi amministrativi della Camera dei Deputati. — 17 maggio 1914.

Digitized by Google

Ranelletti (Oreste), Professore nella R. Univ. di Milano. — 23 giugno 1918.
Romano (Santi), Primo Presidente del Consiglio di Stato. — *Roma, Palazzo Spada.* — 28 maggio 1922.
Sella (Emanuele), Professore di Economia politica nella R. Università di Genova. — Id. id.
Dallari (Gino), Professore di Filosofia del Diritto nella R. Università di Pavia. — Id. id.

Sezione di Scienze Storiche.

Birch (Walter de **Gray**), del Museo Britannico di Londra. — 14 marzo 1886.
Venturi (Adolfo), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 31 maggio 1908.
Meyer (Edoardo), Prof. nell'Università di Berlino. — 17 maggio 1914.
Lippi (Silvio), Direttore dell'Archivio di Stato di Cagliari. — Id. id.
Pareti (Luigi), Professore di Storia antica nella R. Università di Firenze. — 28 maggio 1922.

Sezione di Archeologia ed Etnografia.

Orsi (Paolo), Dirett. del Museo Archeologico di Siracusa. — 31 maggio 1908.
Patroni (Giovanni), Professore nella R. Università di Pavia. — Id. id.
Halbherr (Federico), Prof. nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.
Marucchi (Orazio), Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.
Paribeni (Roberto), Direttore del Museo Nazionale Romano (delle Terme). — Id. id.
Breccia (Evaristo), Direttore del Museo Greco-Romano di Alessandria di Egitto. — 28 maggio 1922.

Sezione di Geografia.

Bertacchi (Cosimo), Prof. nella R. Università di Torino. — 31 maggio 1908.

Sezione di Linguistica e Filologia orientale.

Nallino (Carlo Alfonso), Professore nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.
Vacca (Giovanni), Professore di Storia e Geografia dell'Asia orientale nella R. Università di Roma — 28 maggio 1922.
Levi Della Vida (Samuele Giorgio), Professore di Lingue semitiche nella R. Università di Roma. — Id. id.

Digitized by Google

Sezione di Filologia, Storia letteraria e Bibliografia.

Rossi (Vittorio), Professore nella R. Università di Roma. — 21 giugno 1903.

Boffito (Giuseppe), Professore nel Collegio alle Querce in Firenze. — Id. id.

Vitelli (Gerolamo), Senatore del Regno, Professore emerito nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — 31 maggio 1908.

Zuretti (Carlo Oreste), Professore nella R. Università di Milano. — 26 febbraio 1911.

Rostagno (Enrico), Bibliotecario della Mediceo-Laurenziana di Firenze. — 23 giugno 1918.

Barbi (Michele), Professore nel R. Istituto super. di magist. di Firenze (Taviano Pistoiese). — Id. id.

Galletti (Alfredo), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.

Scherillo (Michele), Senatore del Regno, Professore di Letteratura italiana presso la Università di Milano. — 28 maggio 1922.

Bassi (Domenico), Direttore dell'officina dei Papiri presso la Biblioteca nazionale di Napoli. — 28 maggio 1922.

Sanesi (Ireneo), Professore di Letteratura italiana nella R. Università di Pavia. — Id. id.

Romagnoli (Ettore), Professore di Letteratura greca nella R. Università di Pavia. — Id. id.

Bignone (Ettore), Professore di Letteratura greca nella R. Università di Palermo. — Id.

Digitized by Google

Mutazioni avvenute nel Corpo Accademico

dal 1° gennaio al 31 dicembre 1928

ELEZIONI

Parona (Carlo Fabrizio), eletto Presidente nell'Adunanza delle Classi Unite del 22 aprile 1928. — Approvata l'elezione con R. D. 14 giugno 1928.

De Sanctis (Gaetano), eletto Vice-Presidente. — Id. id.

Stampini (Ettore), eletto Direttore della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche. — Id. id.

Faggi (Adolfo), eletto Segretario della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche. — Id. id.

Fedele (Pietro), eletto Accademico nazionale non residente nell'Adunanza del 6 maggio 1928, della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche ed approvata l'elezione con R. D. . . .

Giacosa (Piero) . . .
Vallauri (G. C. . . .)
Eletti Accademici nazionali residenti nell'Adunanza del 27 maggio 1928, della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, ed approvata l'elezione con R. D. . . .

De Vries (Hugo) . . .
Termier (Pierre) . .
Karman von (Teodoro)
Eletti Accademici stranieri nell'Adunanza del 27 maggio 1928, della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, ed approvata l'elezione con R. D. . . .

Grassi (Guido), eletto Direttore della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, nell'Adunanza a Classi Unite del 17 giugno 1928. — R. D. 6 settembre 1928.

Repossi (Emilio), eletto Segretario della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, id., id.

Eletti Soci corrispondenti

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'Adunanza del 27 maggio 1928.

Tonelli Leonida.
Vitali Giuseppe.
Signorini Antonio.
Pistolesi Enrico.
Blanc G. A.
Parravano Nicola.
Pellizzari Guido.
Rolla Luigi.

Digitized by Google

Betti Mario.
Rovereto Gaetano.
Fabiani Ramiro.
Millosevich Federico.
Karpinski Alessandro.
Colomba Luigi.
Boeris Giovanni.
Douvillé Henry.
Depéret Charles.
Negri Giovanni.
Forti Achille.
Perrot Émile.
Lorl Ferdinando.
Fermi Enrico.
Gallardo Angel.
Houssay Bernardo.
Lippschütz Alejandro.

MORTI

2 dicembre 1927.

Groth (Paolo Emilio), Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche.

4 febbraio 1928.

Lorentz (Enrico), Socio straniero della Classe di Scienze fisiche.

14 febbraio 1928.

Schiaparelli (Ernesto), Accademico residente della Classe di Scienze morali.

7 marzo 1928.

Artini (Ettore), Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche.

27 aprile 1928.

Brugnatelli (Luigi), Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche.

5 giugno 1928.

Blanchi (Luigi), Accademico nazionale non residente della Classe di Scienze fisiche.

18 agosto 1928.

Prato (Giuseppe), Accademico nazionale residente della Classe di Scienze morali.

17 ottobre 1928.

Giacosa (Piero), Accademico nazionale residente della Classe di Scienze fisiche.

20 ottobre 1928.

Pintti (Arnaldo), Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 18 Novembre 1928 (VII)

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. C. F. PARONA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Peano, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Sacco, Pochettino, Boggio, Garelli e il Segretario Repossi.

Il Presidente apre l'adunanza commemorando brevemente il Socio Prof. Giuseppe Prato, valoroso economista e storico, che fu per sei anni tesoriere della nostra Accademia, morto nello scorso agosto. Ricorda pure brevemente l'illustre Prof. Piero Giacosa, proposto a Socio della Classe di Scienze Fisiche fin dal maggio di quest'anno e morto nell'ottobre. Della commemorazione di entrambi saranno incaricati due Soci delle rispettive classi.

Il Socio Panetti, già condiscepolo del compianto Prof. Prato, si associa con commosse parole alla commemorazione del Presidente.

Il Presidente comunica la notizia della morte del Professore A. Piutti, stabile di Chimica organica nella R. Università di Napoli, nostro Socio corrispondente; ed il Prof. Garelli ricorda ch'Egli ha studiato a Torino, fu assistente del Guareschi e poi dello Schiff, a Firenze; ebbe la cattedra a Sassari e poi

Digitized by Google

a Napoli. Ricorda pure ch'Egli è noto per interessanti ricerche sull'asparagina e su altri capitoli importanti della Chimica organica. Studiò i fenomeni della radio-attività ed i gas nobili nelle rocce italiane e nei gas del Vesuvio. Lascia lavori importanti anche nel campo della Chimica tossicologica, e durante la guerra e dopo cooperò all'impiego della cloropicrina come aggressivo ed alla sua fabbricazione. Era un lavoratore instancabile ed un accurato sperimentatore.

Il Presidente comunica quindi di aver rappresentato l'Accademia alla solenne riunione in cui fu festeggiato recentemente il nostro illustre Socio Guidi in occasione del suo collocamento a riposo per limiti d'età.

Il Presidente annuncia che durante le ferie estive è giunta la conferma Reale della nomina del Segretario della Classe, mentre non ancora giunsero le conferme dei nuovi proposti quali Soci nazionali residenti e non residenti e quali Soci stranieri.

Il Socio Pochettino presenta in seguito in omaggio il ricco volume degli *Studi pubblicati* dalla Università di Torino nel IV Centenario della nascita di Emanuele Filiberto.

Il Socio Garelli presenta per l'inserzione negli *Atti* una Nota del Prof. L. Mascarelli, dal titolo: *Contributo alla conoscenza del difenile e dei suoi derivati (e dei dinaftili, ecc.). Considerazioni sul grande numero di antipodi ossici privi di atomi asimmetrici, che ne possono derivare,* e la commenta brevemente.

Il Socio Sacco presenta una sua Nota dal titolo: *Nuovi dati di fatto riguardo l'età degli argilloscisti ofiolitiferi dell'Appennino.*

Il Socio Somigliana presenta una propria Nota: *Sulla misura della terra e la gravimetria* e la illustra con brevi parole.

Il Presidente infine presenta, a nome del Socio Guidi, una Nota dell'Ing. R. Zoja, dal titolo: *Nuovo procedimento per studiare le variazioni della resistenza all'urto su barrette intagliate dovute al fenomeno dell'invecchiamento.*

Digitized by Google

Il Socio Panetti, accennando alla desiderata ripresa della pubblicazione delle *Memorie* dell'Accademia, propone che una parte almeno di queste sia destinata a lavori fatti dai Soci su temi generali proposti dalla Classe.

Il Socio D'Ovidio si associa alla proposta Panetti, esprimendo l'avviso che al Direttore di Classe, in accordo coi colleghi, spetti la scelta dei temi e la distribuzione del lavoro.

Sono state inviate in omaggio alla Classe le seguenti opere:

1) G. Schaeffer, G. Fontès, E. Le Breton, C. Oberling, L. Thivolle: *Recherches physiologiques sur les levains minéraux à base d'alun*;

2) P. Alfonso Wenger: *A experiencia de Michelson*;

3) T. Tommasina: *La physique de la gravitation et la dynamique de l'univers*;

4) E. Ciani: *Il metodo delle coordinate proiettive omogenee nello studio degli enti algebrici*;

5) A. Forti: Opuscoli vari.

Digitized by Google

LETTURE

Sulla misura della Terra e la gravimetria.

Nota del Socio C. SOMIGLIANA

In una recente pubblicazione il prof. C. Mineo (1) si occupa dell'applicabilità dei metodi gravimetrici alla determinazione della forma e delle dimensioni della Terra, e si propone di dimostrarne la inferiorità, o senz'altro la inapplicabilità, dal punto di vista della precisione raggiungibile, rispetto ai metodi diretti geometrici.

Effettivamente è cosa naturale, in via generica, che i metodi diretti siano preferibili agli indiretti, e che quindi anche in questo caso colle misure di gravità meno facilmente si possa arrivare allo scopo, che non misurando archi sulla superficie terrestre. Soltanto i metodi indiretti possono talvolta essere più comodi, o meno costosi, e quindi degni per altro verso di considerazione.

Senonchè, nel calore della dimostrazione, l'autore dello scritto in parola lancia qualche colpo, non meritato, contro la parte teorica ed anche storica della quistione. Sicchè ritengo sia utile rimettere le cose nella luce che mi sembra essere la più giusta ed al posto che appare il più conveniente. E sono d'altra parte lieto dell'occasione che mi si presenta per un chiarimento generale di tutta la quistione.

Il prof. Mineo, a pag. 5 del suo lavoro, scrive: *...quando si dice che le misure di gravità non possono portare che alla determinazione della forma dell'ellissoide terrestre e non mai alla*

(1) C. Mineo, *Forma e grandezza della Terra e misure di gravità*, "Atti della R. Accad. di Scienze, Lettere e Belle Arti di Palermo „, vol. XV, 1928.

Digitized by Google

determinazione delle sue dimensioni assolute, in pratica s'intende dire un'altra cosa.

Poichè i valori di g devono essere misurati e le misure vanno soggette a inevitabili errori, il problema pratico sta nel vedere con quale approssimazione possano essere determinate le costanti incognite da un sistema di equazioni particolari.

Sicchè, pur prescindendo dal fatto un po' strano che si dica una cosa per intenderne un'altra, chi legge questi periodi è naturalmente indotto a pensare che nel campo della geodesia siasi sempre saputo che mediante i valori della gravità era possibile determinare i valori assoluti delle costanti dell'ellissoide terrestre, ma che non se ne tenne mai conto, perchè era parimenti noto che tale metodo non può condurre a risultati praticamente attendibili.

Ora l'autore non dice dove o quando concetti di questa specie siano stati esplicitamente espressi. E non è facile d'altronde conoscere l'opinione di tutti i cultori della geodesia; ma da parte mia debbo dire che ho sempre trovato espresso esattamente il contrario, cioè ho sempre trovato l'affermazione precisa di una impossibilità assoluta o intrinseca, e non mai relativa o pratica, di arrivare alla determinazione delle costanti terrestri mediante misure di gravità (1). Per questo mi è sembrato utile indagare se tale modo di vedere fosse giustificato ed ho trovato infatti che non lo era.

Io potrei fare molte citazioni a sostegno di quanto ho detto, ma, per non dilungarmi, prenderò un trattato recentissimo, credo l'ultimo che sia stato pubblicato e che dovrebbe quindi rispecchiare l'opinione corrente nel momento attuale fra gli studiosi di geodesia. È il *Cours d'astronomie et de géodésie* di H. Faye, *revu et mis à jour* par le Général R. Bourgeois,

(1) Fa apparentemente eccezione un'osservazione del Poincaré in principio della Memoria: *Les mesures de gravité et la géodésie* (" Bull. astron. ", t. XVIII, 1901). Ma il Poincaré in questo lavoro considera il caso in cui sono noti infiniti valori della gravità, o piuttosto i valori della gravità su tutta una regione della superficie. È quindi un problema completamente diverso dal nostro, nel quale si tratta sempre di un numero *finito* di valori della gravità.

Digitized by Google

Membre de l'Institut. Nel secondo fascicolo della Parte prima, che porta la data del 1928, a pag. 153 si legge:

Mais il faut bien remarquer que si, comme nous l'avons vu précédemment, un ensemble de mesures d'arcs de méridien, d'amplitude et de longueur connues, exécutées dans diverses régions, permet de déterminer les dimensions de l'ellipsoïde terrestre, on ne pourra, par les déterminations de l'intensité de la pesanteur, obtenir que l'aplatissement μ, *c'est-à-dire la figure de l'ellipsoïde de référence, mais non ses dimensions.*

In questo periodo, e nemmeno nei successivi, non vi è accenno alcuno a difficoltà d'ordine pratico o sperimentale. L'impossibilità di cui si parla è affermata in via assoluta.

Non altrimenti si esprime il generale G. Perrier, segretario del Comitato internazionale geodetico e geofisico, in uno scritto che ho già avuto occasione di citare: *Les raisons géodésiques de l'isostasie terrestre* (Annuaire pour l'an 1926, publié par le Bureau des Longitudes).

Ma importa notare che in queste affermazioni l'autorità, pur grande, degli scrittori è fuori quistione; e nemmeno si può parlare di incertezze di interpretazione, per il fatto che tali affermazioni *sono una conseguenza necessaria* delle premesse, cioè delle formole che quegli autori considerano. Per cui chi ha asserito l'impossibilità assoluta, di cui parliamo, non poteva necessariamente asserire, nè pensare altra cosa.

E di fatti le formole che hanno presenti i trattatisti, quando parlano delle applicazioni delle misure di gravità, sono le più semplici fra quelle che si conoscano e le più antiche, cioè quelle di Clairaut classiche:

$$\frac{g_p - g_e}{g_e} + s = \frac{5}{2}\frac{\omega^2 a}{g_e}; \qquad g = g_e + (g_p - g_e)\,\mathrm{sen}^2\varphi\,,$$

dalle quali deriva subito la formola più solitamente considerata per rappresentare la gravità sulla superficie dell'ellissoide

$$g = g_e\left\{1 + \left(\frac{5}{2}\frac{\omega^2 a}{g_e} - s\right)\mathrm{sen}^2\varphi\right\}.$$

Ora notiamo bene che, se noi in questa formola sostituiamo g

Digitized by Google

e φ con quante coppie vogliamo di valori osservati, potremo scrivere centinaia di equazioni, ma da esse non potremo mai ricavare altro che un valore, più o meno esatto, per la differenza:

$$\frac{5}{2}\frac{\omega^2 a}{g_e} - s$$

e *non mai i valori di* a *ed* s *separatamente.*

La risolubilità generica delle equazioni di cui parla il professore Mineo nel n. 1 del suo scritto, proprio in questo caso, che è quello in questione, fa completamente difetto.

Dunque la conclusione che mediante misure di gravità non è possibile arrivare alla determinazione assoluta degli assi dell'ellissoide di riferimento, è una vera e propria necessità logica *nelle condizioni di fatto* che abbiamo indicato, e non ha relazione alcuna colla difficoltà pratica delle misure, come scrive il nostro autore. Di questa altra difficoltà si potrà bensì trattare, ma in un secondo tempo.

Io credo quindi di poter dire che, dimostrando il contrario di quanto era stato finora asserito, mediante formole più generali di quelle solitamente applicate, ho contribuito ad eliminare un concetto inesatto, frequentemente ripetuto, ed è questo lo scopo primo che mi ero proposto e che ho raggiunto.

Siamo ora in grado di veder bene come le cose sono avvenute. Quando si usano formole approssimate per fare su di esse dei ragionamenti, sono possibili incongruenze come quella in discorso, per il fatto che, trascurando dei termini, veniamo ad alterare il carattere analitico delle formole e quindi è possibile arrivare a conclusioni che non sono affatto vere per le relazioni rigorose.

Fu dunque, se si vuole, un equivoco. Ma un equivoco che durava dai tempi di Clairaut. Possiamo perciò rallegrarci di averlo ora definitivamente eliminato, e di poter porre al suo posto un teorema di non comune eleganza.

Lo scritto, di cui ci occupiamo, tratta in seguito della precisione raggiungibile nella valutazione degli assi dell'ellissoide mediante misure di gravità, e dimostra, col calcolo dei presumibili errori medi, che essa è insufficiente.

Digitized by Google

Io ho sempre pensato (ed ho detto anche esplicitamente nella mia Comunicazione alla Assemblea di Praga del 1927, che si sta ora stampando nel *Bulletin géodésique*) che una tale quistione doveva essere trattata a parte ed all'infuori della quistione analitica, della quale esclusivamente mi occupavo. Ma una considerazione assai semplice ed intuitiva, senza necessità di calcoli, mi aveva da tempo portato ad una conclusione non differente sostanzialmente da quella sopraccennata. È chiaro infatti che per poter determinare delle lunghezze, come sono gli assi dell'ellissoide terrestre, è necessario misurare delle grandezze che dipendano in qualche modo dalla unità di lunghezza. Queste grandezze sono nel nostro caso le accelerazioni di gravità, nelle quali, *dato il metodo attualmente usato per misurarle*, l'unità di lunghezza compare nella misura delle lunghezze dei pendoli. Per cui in ultima analisi possiamo dire che usiamo come *base* per misurare delle lunghezze di migliaia di chilometri l'asta di un pendolo lunga appena qualche decimetro. E ciò è naturalmente ben contrario alle buone regole della topografia.

Siamo quindi su questo punto d'accordo. Ma l'accordo cessa quando l'autore chiama paradosso la determinabilità degli assi mediante misure di gravità.

Si tratta di un teorema dimostrato con ogni rigore. E se anche esso si mostra ora non adatto allo scopo indicato, a cagione dei metodi che ora si adoperano per misurare la gravità, nessuno può escludere che lo possa divenire in seguito, con altri e differenti metodi di misura. Esistono in natura infiniti fenomeni che dipendono dalla gravità, oltre alle oscillazioni dei pendoli: chi può escludere che se ne possa trovare uno pel quale la difficoltà indicata debba scomparire? (1), chi può escludere che la precisione delle misure di gravità possa essere spinta assai più oltre di quella attualmente raggiunta?

Ma, indipendentemente da tutto ciò, conviene ricordare che

(1) Per citare un esempio, le oscillazioni stazionarie dei grandi laghi sono così lente, che un pendolo ad esse isocrono dovrebbe avere una lunghezza di migliaia di chilometri!

Digitized by Google

le formole non si costruiscono unicamente per mettervi dentro dei numeri e cavarne dei valori, più o meno precisi, per certe grandezze. Le formole e le teorie analitiche servono per studiare le mutue dipendenze fra le grandezze che compaiono in un dato fenomeno e per costruire dei modelli che aiutino la nostra immaginazione nel rappresentarlo.

Sotto questo punto di vista tutte le formole, che noi possiamo logicamente dedurre da una teoria, hanno uguale valore. Ed è perfettamente lecito, anzi doveroso, per chi coltiva la teoria, di preparare formole e teorie analitiche, anche se gli osservatori non hanno presentemente mezzi adatti per servirsene. Spetta a loro il trovarli.

Per ricordare un esempio classico, Maxwell ha costruito le equazioni della propagazione delle onde elettro-magnetiche, molto tempo prima che queste fossero sperimentalmente conosciute. Nè alcuno ha mai chiamato paradossali quelle equazioni, che anzi hanno servito di stimolo agli sperimentatori per le più brillanti scoperte.

In un caso, che rientra nella quistione attuale, è facile vedere l'interesse che può avere, sotto altri aspetti, una formola che si presenta come una delle più inalatte alla determinazione del raggio medio terrestre.

È quella citata anche dal nostro autore, a pagina 6, col numero [4]:

$$g_p - g_e = \frac{5}{2}\,\omega^2 R.$$

Se per la differenza $g_p - g_e$ prendiamo il valore attualmente ammesso per la terra, cioè 5,185, troviamo pel raggio medio R un valore errato in meno di circa il 30 %! Ma reciprocamente se ci serviamo della formola stessa per calcolare la differenza fra i valori della gravità al polo ed all'equatore sopra un geoide sferico che abbia un raggio uguale al raggio medio terrestre, troviamo in questo caso un valore molto più grande del precedente, cioè

$$g_p - g_e = 8{,}460,$$

e ciò spiega l'origine dell'errore indicato, e ci porta alla con-

Digitized by Google

clusione assai notevole che la sfera, mentre è figura di grande approssimazione pel geoide dal punto di vista *geometrico*, non lo è dal punto di vista *gravimetrico*. In una mia recente Comunicazione al Congresso dei Matematici a Bologna, ho fatto vedere quale sia la spiegazione meccanica che si può dare di questo fatto singolare.

Passando ad un altro ordine di considerazioni convien notare che dalle relazioni generali relative al campo ellissoidico, che si imperniano sulla geniale teoria del nostro illustre geodeta, il Pizzetti, possono dedursi molte formole interessanti, nelle quali le lunghezze assolute degli assi non compaiono, o sono considerate come note, e che quindi sfuggono alla obiezione di cui ci siamo precedentemente occupati.

Particolarmente la relazione lineare che esiste fra tre valori qualisiansi della gravità e le formole rigorose semplicissime, che rappresentano la gravità superficiale in funzione della latitudine, io sono convinto che, per necessità di cose, presto o tardi, entreranno a far parte del formulario gravimetrico d'uso corrente. Di una di esse anzi, conviene notarlo, anche il prof. Mineo ha già riconosciuto il valore pratico (1). Siamo quindi già sulla buona strada, e giova sperare, poichè, in verità, non esistono ragioni sostanziali di divergenza.

La Fisica matematica è stata accusata di essere talvolta una vuota astrazione, e di restare troppo lontana dai problemi fisici concreti. Ma, pur troppo, se cerca di accostarsi a questi problemi, le può accadere di non trovare migliore accoglienza, come se invadesse un terreno non suo.

Io ho sempre cercato di tenermi lontano dalle astrazioni e di attaccarmi ai problemi della realtà. Perciò mi sono sforzato, per quanto mi fu possibile, di penetrare e comprendere i metodi usati dagli osservatori, e serenamente apprezzarli.

Credo quindi non sia soverchia pretesa il richiedere che, anche dall'altra parte, si faccia altrettanto.

(1) C. Mineo, *Sulla gravità superficiale d'un pianeta supposto ellissoidico a tre assi*, " Boll. dell'Unione Mat. ,, aprile 1928.

Digitized by Google

Nuovi dati di fatto
riguardo
L'età degli Argilloscisti ofiolitiferi dell'Appennino.

Nota del Socio nazionale residente FEDERICO SACCO

Sommario. — Premesse (p. 11); dati paleontologici (p. 13); dati tettonici (p. 15); dati litologici (p. 20); dati stratigrafici (p. 23); dati comparativi (p. 26); conclusione (p. 30).

La questione, grave tanto scientificamente quanto praticamente, dell'*età degli Argilloscisti ofiolitiferi dell'Appennino* che da un quarantennio sostengo essere cretacei, mentre essi sono generalmente ritenuti eocenici, fu da me recentemente riassunta in una breve nota, avente appunto tale titolo, pubblicata negli "Atti della R. Acc. Sc. di Torino" (Vol. LXI-1925), alla quale quindi rimando per brevità (1).

Tale nota originò una Memoria dell'ing. S. Franchi, *La prosecuzione della Zona ad Helminthoida dalle Alpi Marittime all'Appennino Genovese*, ecc. (" R. Acc. Lincei, 6ª, I, 1926), nella quale egli: espose un parallelismo stratigrafico e cronologico fra Liguria occidentale ed orientale che non credo giusto (come spiegherò verso la fine della presente Nota); riespose con grande dialettica (2) le sue precedenti idee sulla posizione ed età, sia degli Argilloscisti ofiolitiferi che egli attribuisce al Priaboniano, sia del *Macigno*, che segna come sottostante a detti Scisti, e presentò sezioni geologiche (Levanto-Mulazzo e Bacino del Serchio), indicate

(1) Ne ho ancora qualche copia che invio a chi la desidera.

(2) Noto però che gli epiteti largitimi dall'ing. Franchi in detta Memoria, cioè di *artificioso, astruso, sragionevole, assurdo, arbitrario, puerile*, ecc., non sono argomenti, ma solo aggettivi di un tipo polemico che non qualifico.

Digitized by Google

come fatte *secondo il prof. Sacco*, segnandovi gli Argillosciti ofiolitiferi come sovrastanti agli Scisti policromi della cosidetta *Scaglia*, ciò che non ho mai immaginato (avendo anzi dimostrato il contrario a pag. 43 della mia sovraccennata Nota del 1925). Per cui con una Nota sopra *La questione dell'età degli Argilloscisti ofiolitiferi...* (" Rend. R. Acc. Lincei „, 6ª, IV°, 1926) dovetti scagionarmi da tale erronea interpretazione attribuitami; nello stesso tempo spiegai come la cosidetta *Scaglia senoniana* delle Carte geologiche ufficiali della Toscana sia in realtà una formazione di passaggio tra l'Eocene ed il Cretaceo, segnandola in uno specchietto finale riassuntivo come superiore agli Argilloscisti ofiolitiferi.

Infine in una recente Memoria *Ancora sull'età degli Scisti argillosi ofiolitiferi*, ecc. (" Boll. S. Geol. I. „, XLVI, 1927) il Franchi (1) riaffermò senz'altro le sue precedenti idee (come pure egli fece ultimamente nell'Adunanza di chiusura del XLI° Congresso della Società geol. ital. a Larderello); e presentò modificate le sezioni geologiche della regione di Levanto-Mulazzo e del Bacino del Serchio, segnando gli Scisti ofiolitiferi sia sopra sia sotto la Scaglia; interpretazione che credo ancor più inaccettabile della prima, presentata dal Franchi nella sua Memoria del 1926.

Intanto, proseguendo gli studi ed i rilevamenti geologici nell'Appennino settentrionale, nuovi ed importanti fatti si poterono constatare, sia riguardo all'età di tali *Scisti* (*facies modeniana*, p. p.), *Galestri*, ecc., sia riguardo all'età, connessa e pure dibattuta, della serie arenacea, il cosidetto *Macigno* (*facies etruria* dell'Eocene), ritenuto generalmente molto più antico di detti Scisti ofiolitiferi e dei ben noti *Calcari a Fucoidi* ed *Helmintoidi* (*facies liguriana* dell'Eocene), mentre credo che esso sia non solo molto più giovane di tali Scisti, ma spesso anche più giovane (quando però non ne è eteropico) di detti Calcari.

Per cui parmi opportuno segnalare questi nuovi dati di

(1) Veramente questa Memoria era stata presentata il 6-II-1927 alla R. Acc. Naz. dei Lincei; ma in omaggio alle tradizioni dell'Accademia che non ammette polemiche nel proprio seno, l'ing. Franchi ritirò la Memoria (di cui furono pubblicate solo le conclusioni) e la fece pubblicare poi nel " Boll. della Soc. Geol. It. „.

Digitized by Google

fatto nella speranza che essi servano a sempre meglio rischiarare tali gravi questioni. Ciò d'altra parte credo tanto più necessario di fare perchè, mentre in Italia dette opinioni, sia della creduta eocenicità degli Argilloscisti ofiolitiferi, sia della relativa antichità del *Macigno*, sono diventate quasi tradizionali, dogmatiche, indiscutibili, viceversa parecchi geologi stranieri che vengono a studiare il nostro Appennino senza preconcetti nè dogmatismi di scuole, tenendo soltanto conto dei dati di fatto, non accettano più dette idee; sarebbe quindi bene e decoroso che anche in Italia si considerassero seriamente tali fatti per dedurne le logiche loro conseguenze. Esaminiamoli brevemente.

Anzitutto, siccome per la Cronologia stratigrafica sono fondamentali i **dati paleontologici**, ricordiamo ancora che, quantunque i veri Argilloscisti ofiolitiferi siano, per la loro speciale origine, generalmente poveri di fossili, tuttavia, attraverso un secolo di ricerche, già ne furono raccolti qua e là in cento punti diversi e sono specialmente: Cicadeoidee (*Bennettites*), *Cupressoxylon* e *Araucarioxylon* analoghi a forme cretacee, Radiolarie di tipo mesozoico nei Diaspri (*Radiolariti*), *Calpionelle* di tipo giura-cretacico (1), resti di *Uintacrinus*, centinaia di *Inocerami* (rappresentati da varie specie), svariatissime *Ammoniti* (di generi diversi, come *Hamites*, *Baculites*, *Turrilites*, *Schloenbachia*, *Desmoceras*, *Pachydiscus*, *Acanthoceras*, *Toxoceras*, *Ancyloceras*, ecc.), denti di diverse specie cretacee di Selacidi, numerosi denti di varie specie di *Pticodi*, alcuni resti di *Ittiosauri*! Flora e Fauna della cui caratteristica cretaceità non si può dubitare.

Ultimamente ancora dall'accurato studioso delle Argille scagliose petroleifere dell'Appennino, il dott. Anelli, vi furono raccolti nuovi resti di Ammonite e di *Uintacrinus*. Quest'ultimo

(1) Forme del Giura-Cretaceo segnalate già molti anni fa dallo Steinmann (*Ueber Tiefen absatze d. Ober Jura im Appennin*, 1913) nei Calcari alberesi dell'Appennino sett. assieme con Radiolariti, riferendo egli le formazioni che le inglobano al Titonico e al Cretaceo inferiore; nell'Appennino detto fossile abbonda nei tipici Calcari alberesi ceroidi del Cretaceo pr. d.

Digitized by Google

fossile, analogo a quello che segnalai per lo stesso terreno nel 1922, ha speciale importanza, sia perchè trattasi di un genere finora trovato soltanto nel Cretaceo superiore dell'America Settentrionale e dell'Europa, sia perchè la conservazione (ancora in posizione naturale originaria) di molte decine di dischetti di un delicato, lungo braccio di Crinoide, dolcemente e ondulatamente adagiato sopra una lastra, esclude l'ipotesi di rimaneggiamento avanzata da alcuni per cercare di demolire l'importanza dei fossili cretacei trovati fra gli Scisti ofiolitiferi dell'Appennino.

Infine, circa i fossili degli Argilloscisti in questione è opportuno ricordare che da oltre un quarantennio fu rinvenuto un grande rostro (lungo quasi mezzo metro) di Rettile nel Rio Marangone affluente del Tresinaro, presso S. Valentino di Castellarano in Provincia di Reggio Emilia; tale fossile proviene (come indica il suo materiale avvolgente) dalla formazione delle Argille scagliose che sviluppansi estesamente, tipiche, spesso rossigne, appunto nell'alta Val Marangone tra il M. Stadola e Remontano (vedi: F. Sacco, *Carta geologica dell'Appennino dell'Emilia*, 1892).

Orbene, sin dal 1886 il prof. Uzielli descrisse tale resto: *Sopra un cranio di Coccodrillo trovato nel Modenese*, " Boll. Soc. geol. it. „, Vol. V), indicandolo come certamente di un *Crocodylus* di grandi dimensioni.

Poco dopo il prof. Capellini esaminava tale fossile, stato esposto nella Mostra emiliana del 1888, e lo ricordava sia nei *Cenni bibliografici sui resti di Coccodrilli fossili in Italia*, indicati nel suo lavoro sul *Coccodrilliano gavialoide di Cagliari* (" Mem. Acc. Lincei „, 4ª, VI, 1890), sia in quello sopra *Ichtyosaurus camplylodon e tronchi di Cycadee nelle argille scagliose dell'Emilia* (" Mem. Acc. Sc. „, Bologna, 4ª, X, 1890), giudicandolo di grande importanza ma non determinandolo, causa il suo stato di conservazione.

Intanto il prof. Zittel nel terzo volume del suo grande *Trattato di Paleontologia* indicava il Coccodrillo del Reggiano come appartenente alla sezione *Brevirostri* degli *Eusuchia*.

In seguito il prof. V. Simonelli in uno studio *Intorno agli avanzi di Coccodrilliano scoperti a San Valentino nel 1886* (" Rend. R. Acc. Lincei „, V. 5, 1896) descrisse meglio questa porzione

rostrale del cranio che attribuisce ad un Coccodrilliano avente affinità coi *Plesiosuchus*, come un derivato dai Metriorinchi giurassici, considerandolo come il tipo di un genere nuovo, che denomina *Capelliniosuchus*, specificandolo come *C. mutinensis* ed indicandolo come il più antico Coccodrilliano finora scoperto in Italia, giacchè proviene dalle Argille scagliose che fornirono Pticodi ed Ittiosauri, Ammoniti e Inocerami, cioè tipici fossili del Cretaceo.

Dopo ciò per un buon trentennio il cosidetto Coccodrillo di S. Valentino cadde nell'oblio, anche perchè il fossile originale trovasi in una collezione privata lontana dagli ambienti di studio.

Finalmente il prof. M. Gortani in alcune *Note geologiche sui Colli Bolognesi* (" R. Acc. Sc. „ Bologna, 1897), dopo aver indicato un blocco di calcare a grosse Nummuliti ed Alveoline (che credo provenga da quei lembi di calcare eocenico che spesso sono impigliati o sovrapposti alla formazione delle Argille scagliose) ricorda il *Capelliniosuchus*, di cui potè esaminare un buon modello nel Museo Capellini, e crede poter affermare che *è per me un Dinosauro*.

L'affermazione è molto importante, tanto più che, secondo gentile comunicazione recentissima del Gortani, il prof. Nopcsa osservando detto modello avrebbe confermato tale determinazione.

È quindi desiderabile che il prezioso fossile (il quale dalle incomplete figure ricorda un po' un Mosasauride) venga ristudiato con cura per giungere ad una sicura determinazione; ma ad ogni modo esso è molto interessante per la questione esaminata in questa Nota, indicandoci la presenza, fra le Argille scagliose, di un grande Sauriano di tipo mesozoico, prevalentemente cretaceo.

Riguardo ai **dati tettonici** devesi subito osservare che, siccome il motivo tettonico prevalente nell'Appennino settentrionale è il corrugamento a ripetute pieghe isoclinali più o meno coricate (1), ne consegue naturalmente che gli Scisti ofiolitiferi per

(1) Vedi, p. es., le Sezioni pubblicate nelle mie Note sopra: *Le regioni petrolifere dell'Emilia* (" B. S. G. I. „ XLII, 1924); *Nelle regioni petrolifere*

Digitized by Google

metà circa dei casi si immergono sotto e per l'altra metà si avanzano sopra le formazioni dei Calcari a Fucoidi e delle Arenarie; ne deriva che la tettonica non risolve la questione in esame e quindi, secondo l'interpretazione cronologica (direi eocenica o cretacea) che si vuol dare a tali Scisti, essi possono essere interpretati e graficamente rappresentati in modo da costituire sinclinali (come generalmente si usa) oppure anticlinali, come io penso e sempre segnai.

Tuttavia da qualche tempo molti geologi, già accettando gli Scisti ofiolitiferi come più antichi (pur sempre eocenici) dei Calcari a Fucoidi, ammettono i primi costituire anticlinali fra i secondi. Ma permane sempre immutata e ferma l'opinione che la grande formazione arenacea del *Macigno* sia più antica che gli Scisti ofiolitiferi, per cui essa è sempre indicata come formante anticlinali fra detti Scisti che vi giacerebbero in sinclinale.

Orbene in alcuni punti dell'Appennino si possono osservare due fatti che contraddicono chiaramente a tale idea e relativa interpretazione tettonico-cronologica, cioè:

I°. È vero che talora la serie del *Macigno* sembra immergersi sotto gli Scisti ofiolitiferi, sia per reale rovesciamento stratigrafico, sia perchè le gigantesche pressioni orogeniche hanno spinto le tenere e malleabili formazioni argilloscistose contro e sopra le massiccie e compatte formazioni arenacee, in modo quasi da sommergerle più o meno estesamente. Ma in certe regioni, per es. nel gruppo del M. Zatta-M. Ghiffi (tra l'alta Val Taro e la Valle di Borzonasca nel Chiavarese) vediamo che la serie del *Macigno*, ingracilendosi, va infine a costituire solo più strette zone sovrastanti, direi galleggianti sopra gli Scisti ofiolitiferi, mostrando così di costituire sinclinali drizzate, coricate fram-

dell'Appennino (" Le Vie d'Italia ,, 1924); *Ricerche di regioni petroleifere nell'App. dell'Emilia* " Mem. descr. Carta geol. d'Italia ,, XX, 1926). Quanto ai giganteschi ricoprimenti supposti da Lencewicz, Steinmann, Tillmann, Kober, ecc., non mi paiono necessari, mentre la Geologia appenninica si spiega assai bene e naturalmente con corrugamenti più o meno rovesciati che spesso si possono anche direttamente constatare.

Digitized by Google

mezzo ed infine, come dissi, anche nettamente sopragiacenti a detti Scisti; la maggior antichità di questi rispetto al *Macigno* risulta quivi evidente, se non si vuol ricorrere a trasgressioni, carreggiamenti e ribaltamenti straordinari contro l'interpretazione più semplice, logica e naturale.

II°. In tanti anni di rilevamento geologico nell'Appennino, tenendo sempre molto conto dei dati tettonici, non mi è mai occorso di osservare direttamente che le formazioni del *Macigno* facciano verso l'alto del loro sviluppo una vera anticlinale, come dovrebbe apparire, almeno qualche volta, se esse costituissero anticlinali fra gli Argilloscisti ofiolitiferi e come generalmente è figurato nelle sezioni teoriche.

Invece più volte ebbi ad osservare il caso contrario, cioè di vere sinclinali nel *Macigno*, naturalmente là dove esso è inciso tanto profondamente da venir raggiunta la parte medio-inferiore di questa formazione arenacea. Ricorderò, come esempio in proposito, la Valle dell'Aveto, confluente di destra della Trebbia. Rilevando la geologia della incassata Valle di Aveto, da Rezoaglio al suo termine, si può notare che la sua parte direi nucleare (dai dintorni di Salsominore sin oltre il Fossone di Torrio) è costituita dalla potente e compatta serie marnoso-arenacea (*Macigno*) in banchi spesso fortemente rialzati, attorno a cui si svolge quasi a collana una più o meno estesa zona di argilloscisti ofiolitiferi (quella di Tornarezza-Colla-Casale, ecc. ad Est, e di Cerignale-Cariseto-Rovereto-Orezzolo, ecc. ad Ovest), intorno ai quali si avvolge a sua volta, quasi come grande, per quanto incompleta, fascia, la formazione dei Calcari a Fucoidi (formante i Monti di Torrio-Rocca Borri, ecc. ad Est, e di M. Oramala-Vico, ecc. ad Ovest); per cui viene spontanea l'idea d'interpretare questa serie come una anticlinale, della quale il *Macigno* sarebbe il nucleo, avvolto regolarmente dagli Scisti ofiolitiferi e poi dai Calcari a Fucoidi. Interpretazione infatti che è quella generalmente adottata, anche perchè successioni stratigrafiche simili o analoghe si incontrano frequentemente nelle regioni del *Macigno* appenninico.

Ma se osserviamo bene la tettonica di questa tipica regione

Digitized by Google

arenacea notiamo che, mentre essa, già nella vicina Valle della Trebbia, lascia vedere varie pieghe a C come terminazione di una sinclinale coricata, nella Valle Aveto mostra nettamente in vari punti la struttura in grande sinclinale, fortemente ristretta per gigantesca pressione orogenica; così, per esempio, quasi di fronte alla Costa Coverera (Fig. 1), e quasi di fronte alla Borgata Boschi

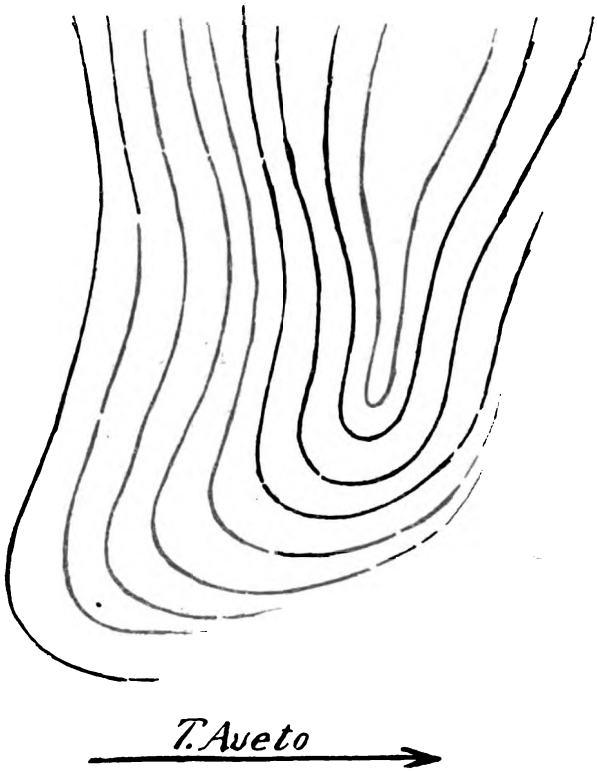


Fig. 1.

Grande sezione naturale nel *Macigno* del versante sinistro di Valle Aveto, di fronte a Costa Coverera.

(Fig. 2) precisamente là dove si eseguisce ora una diga (per Bacino artificiale) che purtroppo verrà a guastare in gran parte la vista della parte bassa di questa magnifica sinclinale. Dunque, malgrado l'apparenza stratigrafica sopraindicata, la formazione arenacea di Valle Aveto corrisponde ad una strettissima sinclinale com-

Digitized by Google

Fig. 2.

Grande sezione naturale nel *Macigno* del fianco sinistro di Valle Aveto, di fronte alla Regione di Borgata Boschi (Schizzo da fotografia).

Digitized by Google

presa e compressa fra zone (che credo anticlinaliche) di Scisti ofiolitiferi e, più esternamente, zone, credo sinclinaliche, di Calcari a Fucoidi.

Interpretazione (già indicata nella Sezione terza della mia Nota sopra *Le Regioni petroleifere dell'Emilia*, 1924) che viene confermata dai dati litologici che indicherò in seguito.

Così pure il fatto che le trivellazioni, profonde anche oltre mille metri, nelle Argille scagliose non hanno ancora incontrato il tipico *Macigno* come altri avrebbe supposto, ha un qualche valore, almeno relativo, se non esclusivo.

I **dati litologici** non vennero finora utilizzati per l'interpretazione cronologica delle formazioni in esame, giacchè esse sono generalmente così micromere da non prestarsi facilmente all'esame pratico dei loro componenti rocciosi.

Fortunatamente però in alcuni punti dell'Appennino la serie arenacea (*Macigno*) presenta lenti o strati di conglomerato che ben si presta a tali osservazioni; il punto migliore è ancora la sovraccennata Valle dell'Aveto dallo sbocco di R. Rufinati alla borgata Boschi; zona tanto più degna di studio perchè estesi tagli fatti recentemente per la viabilità nella parte inferiore di detta Valle (in rapporto alla costruzione di un Serbatoio artificiale sotto la borgata di Boschi) permettono magnificamente l'esame minuto e comodo di tali conglomerati, che, malgrado la speciale asprezza della regione, già avevo potuto osservare nel 1890 e che furono poi studiati particolarmente dal prof. Roccati nella sua Nota sopra *Conglomerati ad elementi cristallini della Valle d'Aveto* (" B. S. G. I. „, XL, 1921).

Orbene, esaminando tali conglomerati ad elementi svariatissimi (da pochi millimetri ad oltre un metro di diametro), si nota anzitutto che esso risulta da due sorta, direi, di materiali rocciosi (1); cioè: I°. da elementi cristallini, direi di *facies alpina*

(1) Il fatto è molto analogo a quello che si osserva nei conglomerati oligo-miocenici della Collina torinese; cioè ad elementi rotolati, cristallini (Gneiss, Graniti, Quarziti, Porfidi, ecc.), di lontana origine alpina, commisti

(Gneiss, Micascisti, Granito, Aplite, Quarzo, Quarzite, Diorite, Anfibolite, Scisti cristallini varî, ecc.), più o meno rotolati, ciottoloidi, di origine ignota, ma certamente assai lontana, e II°. da elementi più o meno angolosi, indicanti un'origine più o meno vicina, e costituiti da frequenti Calcari alberesi, da varî Argilloscisti bruni, da qualche Diaspro, Diabase, Eufotide e Serpentina (cioè gli elementi della tipica formazione argilloscistosa ofiolitifera dell'Appennino) ed anche dai noti e caratteristici Calcari a Fucoidi! (Fig. 3).

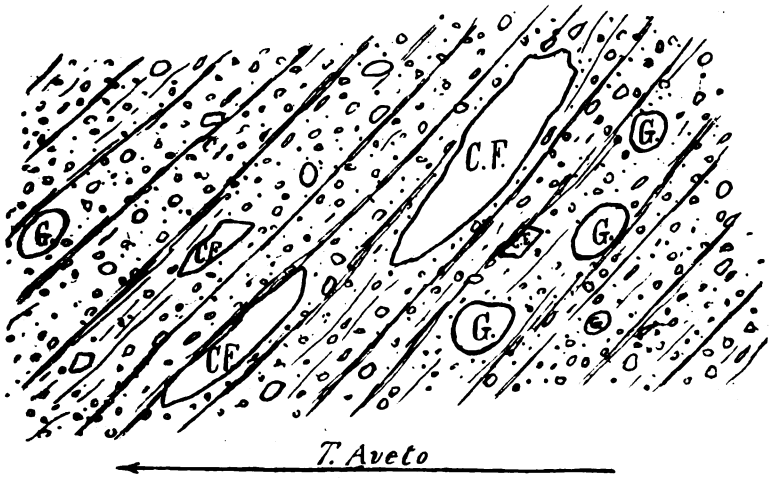


Fig. 3.

Sezione sulla destra del T. Aveto lungo il sentiero sotto Costa Coverera, nel *Macigno* conglomeratico con ciottoli gneissici e granitici (G) commisti a frammenti angolosi (anche di m. 0,70 di lunghezza) di tipico Calcare a Fucoidi (C. F.).

Siccome il fatto mi sembra di capitale importanza, nel caso che qualche geologo volesse constatarlo di persona, preciso che per ora quest'ultimo caso si può osservare specialmente bene nella Costa Coverera, sul fianco dello stradello tagliato nel basso

---

ad elementi angolosi calcarei (calcari alberesi, ecc.) di vicina origine, direi appenninica, per la natura loro; indicandoci che esisteva ivi allora una oroidrografia ben diversa dall'attuale.

Digitized by Google

di Valle Aveto, quasi di fronte allo sbocco del T. Pasino, presso un segnale in minio P. F. 21 (caposaldo di rilievo lasciato da ingegneri operatori di una Società idroelettrica). Un pezzo di tali frammenti di Calcare a Fucoidi (colle Fucoidi) è ora conservato nel Museo geologico del Politecnico di Torino col Numero d'Inv. 39173.

Dunque dal fatto esposto risulta evidente la conclusione importantissima che il *Macigno* della Val d'Aveto, come del resto spesso quello dell'Appennino in generale, malgrado possa a primo tratto apparire più antico di certe formazioni circostanti, in realtà è di età posteriore, sia agli Argilloscisti ofiolitiferi, sia, in complesso, ai Calcari a Fucoidi.

Del resto la posizione complessivamente alta delle arenarie si può osservare generalmente dal Veneto alle Alpi Marittime, tanto che alcuni le vollero attribuire già all'Oligocene (vedi, per esempio, estese arenarie dell'Istria, il famoso Grès d'Annot, ecc.).

Ciò non toglie che le arenarie eoceniche dell'Appennino talora appaiano verso il basso della serie eocenica, sia per trasgressioni e *hyatus* e quindi mancanza di gran parte o di tutta la serie media (come vedesi, per es., nell'alta Valle della Stura di Cuneo, nei dintorni di Mentone, in moltissime regioni dell'Appennino settentrionale, ecc.), tanto che alcuni ne costituiscono un orizzonte di *Arenarie inferiori*. Altrove le arenarie sostituiscono in parte (per eteropia) la formazione calcarea a Fucoidi, oppure si alternano ripetutamente con essa, costituendo ciò che alcuni denominarono *Macigno giovane* o *superiore*, come vedesi, ad es., per regioni estesissime dell'alta Emilia tra la zona arenacea dell'Appennino assiale e quella calcarea dell'Appennino medio-marginale, nonchè qua e là in altre regioni, anche nella Liguria occidentale.

Del resto l'età relativamente giovane del *Macigno* appenninico è anche indicata dai fossili che vi si raccolsero, per quanto raramente, qua e là, come, per es., nelle Cave della Porretta (vedi la Nota di Nelli nel 1903), nell'Appennino tosco-romagnolo, ecc. e mostrarono che i resti (spesso solo impronte) di Echinidi, di Molluschi, ecc., in essa contenuti ricordano quasi più le forme neogeniche che non le eogeniche.

Digitized by Google

Riguardo a **dati stratigrafici**, cioè alla successione stratigrafica delle formazioni in questione, si deve anche osservare che in certe regioni, là dove la serie appare più completa, più sviluppata e più regolare, come per esempio nella media e bassa Valle d'Aveto, si può direttamente constatare la seguente graduale e regolare successione stratigrafica, con passaggi litologici quasi insensibili, d'alto in basso:

Eocene:

sup. — Potentissima formazione prevalentemente arenacea (*Macigno*) con intercalazioni marnose e lenti conglomeratiche (dalla regione di Boschi-Castagnola a quella di Cattaragna):

medio — Potentissima formazione essenzialmente marnosa o marnoso-calcarea (da Val Ruffinati a Salsominore);

inf. — Zona marnosa grigia, talora scistoso-friabile, talora con interstrati calcarei, specialmente verso la base (come, p. es., da Villa Sanguineto a Bazzini, ecc.

Cretaceo *sup.* — Argilloscisti spesso contorti, sconvolti, con intercalazioni di *Calcari alberesi* (1) e di spuntoni ofiolitici (per es. nei dintorni della Madonna di Castel Sottano).

Qualcosa di analogo si osserva nella grande e complessa formazione eocenica ché, dal suo punto più elevato, si può denominare del M. Ramaceto, specialmente andando dall'alta Valle d'Aveto (dintorni di Cabanne-Rezoaglio) al centro di detta zona, cioè:

Eocene:

sup. — Zona arenacea (*Macigno*) con alternanze scistose (M. Ramaceto-M. Magnano);

medio — Scisti marnoso-calcarei grigi, spesso ardesiaci, lucidi (Alto Aveto nei dintorni di Ventarolo-Parazzuolo);

inf. — Argilloscisti galestrini e Scisti calcarei, ardesiaci grigio-bruni (dintorni di borgata Moglie).

Cretaceo. — Argilloscisti bruni con intercalazioni o frammenti di Calcari alberesi e lenti di Diabasi, Serpentine e grugni calco-ofiolitici vari (dintorni di Cabanne).

(1) Credo che si debbano distinguere, per natura ed età diversa, i *Calcari alberesi* dai *Calcari a Fucoidi* generalmente confusi assieme; cioè come

Digitized by Google

Riguardo ai dati stratigrafici e tettonici è pure qui da ricordare il fatto che in certe regioni dell'Appennino settentrionale la formazione degli Argilloscisti ofiolitiferi appare circondata da quella delle arenarie (*Macigno*).

Tra i casi più tipici e grandiosi su tale riguardo ricordo la regione di Firenzuola dove un'amplissima zona di Argille scagliose tipiche, inglobanti lenti di Diabase e di Serpentina, con Ftaniti, schisti variegati, ecc. (zona in cui si raccolsero già denti di *Ptychodus*, nonchè resti di *Cycadeoidea* e di *Araucarioxylon*), appare circondata, quasi in grandiosa per quanto complessa cupola anticlinalica, dalla solita formazione arenacea del *Macigno*; per cui è quivi difficile negare sia l'età cretacea degli Argilloscisti ofiolitiferi, sia la loro sottoposizione al *Macigno*.

Fatti analoghi osservansi nella regione montuosa di Sesta Godano, ecc.

Quanto a serie stratigrafiche regolari che provano pure un'analoga successione cronologica, accenno qui appena (perchè già esposte nelle pagg. 42-44 della mia sovraindicata Nota del 1925) come in alcune regioni dell'Appennino (per es. in Val di Lima nei monti Lucchesi, alla Foce delle Radici tra la Garfagnana e l'alto Reggiano, ecc.) si possa constatare direttamente la seguente serie:

Potente serie arenacea (*Macigno*)	**Eocene.**
Scisti rossicci o policromi { nummulitiferi in alto; con Pticodi verso il basso }	
Argilloscisti (*Galestri*), talora ofiolitiferi (come nell'alto Reggiano)	**Cretaceo.**

Calcari alberesi (str.) si potrebbero designare essenzialmente i Calcari argillosi biancastri, a pasta finissima, quasi ceroidi (spesso a *Calpionella*), ottimi per Calce idraulica (sovente con venule bianche spatiche per fratture riempite), che fanno parte della serie argilloso-calcarea formante passaggio dall'Eocene inferiore al Cretaceo, in cui sono specialmente sviluppati e tipici e sono generalmente in lenti od in frammenti. Invece il nome di *Calcari a Fucoidi* si potrebbe riferire specialmente ai Calcari marnosi grigiastri più o meno stratificati, scagliosi, spesso lastroidi-ardesiaci, assai sviluppati nell'Eocene medio e superiore.

Digitized by Google

Ricordo infine ancora che nella nota anticlinale dei monti della Spezia [sviluppantesi regolarmente per oltre 30 Chilometri, coll'affioramento dapprima (presso la Spezia) di tutta la tipica serie mesozoica e poi, gradatamente smorzandosi verso N. O. (oltre Cassana), di solo più la formazione argilloscistosa ofiolitifera], si può in alcuni punti (come per es. presso la borgata Casale, che già descrissi e figurai a pagg. 48-50 della succitata Nota del 1925) osservare chiaramente la seguente serie stratigrafica:

Eocene. — Potente serie arenacea (*Macigno*).
Cretaceo. — Argilloscisti ofiolitiferi.
Neocom.-Giura. — Calcari grigio-rosei.

Tale interessantissima serie stratigrafica, di cui ripresento la sezione (Fig. 4) pel suo grande interesse, è però piuttosto

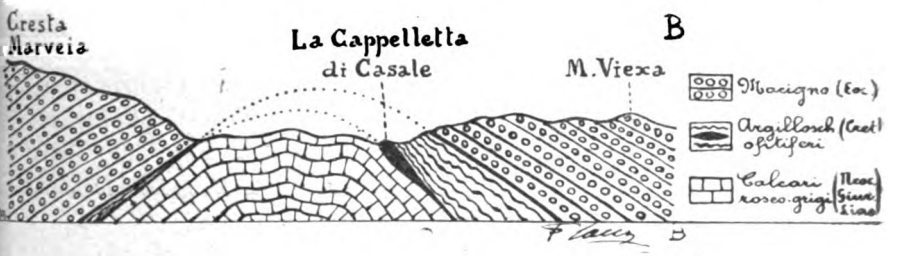


Fig. 4.

Sezione geologica attraverso l'estremità N. O. della grande anticlinale spezzina presso Casale (Pignone). – (Scala di 1 a 25.000).

rara pel semplice fatto che la formazione argilloscistosa in esame, per quanto potente, tuttavia per la natura sua non solo produce facilmente scorrimenti e quindi trasgressioni anche rilevantissime, ma è pure facilissima ad esser schiacciata, laminata e quindi mascherata dai compatti banchi arenacei, tanto più là dove sviluppansi inferiormente i pure rigidi e duri banchi calcarei del Mesozoico tipico; per cui quivi gli Argilloscisti, compresi e compressi fra le due formazioni compatte, non possono generalmente apparire e quindi osservasi quasi normalmente la nota lacuna di trasgressione tra il *Macigno* ed il Neocomiano, lacuna che corrisponde a quasi tutto il Cretaceo (pr. d.).

Digitized by Google

Del resto, se si osserva senza preconcetti la recentissima Carta geologica al 100.000 del foglio Spezia (1928) rilevata dall'ing. Zaccagna, salta nettissimo agli occhi (1) il fatto che la nota anticlinale spezzina di tipico Mesozoico, racchiusa fra due lunghe zone di *Macigno*, abbassandosi verso N. O. lascia apparire: dapprima (fra Neocomiano e *Macigno*, nei dintorni di Pignone-Casale) gli Argilloscisti con Serpentine ed Eufotidi; poi, oltre Cassana, solo più gli Argilloscisti serpentiniferi che rappresentano appunto la terminazione (ridotta al Cretaceo) della lunga anticlinale mesozoica spezzina.

Quanto a **dati comparativi** tra la serie dei terreni di regioni più o meno distanti, essi sono spesso di interpretazione un po' difficile, dubbia e pericolosa nelle deduzioni, per cui ne faccio solo cenno ora, perchè trattovi da una presunta corrispondenza stratigrafica e cronologica con un parallelismo (che non credo accettabile) che fu fatto dall'ing. Franchi (tra la serie stratigrafica della Liguria occidentale e quella della Liguria orientale) per sostenere l'età eocenica degli Argilloscisti ofiolitiferi; idea che egli aveva già accennata nel 1916 a pag. 328 della sua Memoria sopra *Le Arenarie di Annot e la Zona ad Helminthoida* (" Boll. Com. Geol. It. „, XLV).

È noto infatti, per gli studi di vari geologi e specialmente dell'ing. Franchi, che nella Liguria occidentale, là dove più estesa e potente è la serie eocenica, vi si può distinguere la sottosegnata successione stratigrafica (come già ben risulta nella Carta geologica al 400.000 delle Alpi Occidentali, 1908), alla quale il Franchi nei suoi ultimi lavori parallelizza (precisandone l'età nel modo sottosegnato) i terreni della Liguria orientale, cioè:

(1) Come pure già appariva chiarissimo nella mia Carta geologica al 100.000 dello " Appennino settentrionale „ pubblicata nel 1891.

Digitized by Google

	Liguria occidentale.	Liguria orientale
Priaboniano	*sup.* — Potente zona di arenarie e calcari a Fucoidi ed Helmintoidi (*Zona ad Helminthoida,* di Franchi)	Calcari a Fucoidi ed Helmintoidi.
	inf. — Zonula di Scisti variegati, rossicci	Argilloscisti ofiolitiferi.
	inf. — Potente zona di Scisti argillosi, calcarei ed arenacei (*Flysch* di Franchi)	*Macigno.*
	Auversiano e **Parisiano.** — Calcare nummulitico basale	Calcare nummulitico basale.

Orbene, contro tale proposto parallelismo, direi *priaboniano*, (a parte la posizione del *Macigno* di cui già discussi antecedentemente) si oppongono parecchi dati di fatto, di cui cito due fondamentali:

1° Gli Argilloscisti ofiolitiferi della Liguria orientale, se hanno qualche somiglianza col cosidetto *Flysch* della Liguria occidentale, in realtà se ne distinguono nettamente perchè contengono Inocerami, Ammoniti, Pticodi, ecc., mentre che detto *Flysch* contiene lenti calcaree con Nummuliti, Assiline, Ortofragmine, ecc.

2° Anche nell'Emilia e Liguria orientale, là dove la formazione eocenica è ben sviluppata e completa, si osserva pure una serie analoga (compresi gli Scisti variegati) a tutta quella eocenica (detta *Flysch*) della Liguria occidentale; ma è molto *sotto di essa* che compaiono gli Argilloscisti ofiolitiferi.

Così, per esempio, nella Valle dell'Aveto (Bobbiese-Rezoaglio) osservasi la seguente potentissima serie, abbastanza regolare:

Digitized by Google

Eocene:

Grande zona di banchi arenacei (*Macigno*), come in regione Boschi-Castagnola, ecc.).

Zonula di Scisti marnosi variegati, rossicci, tra le arenarie (Vallone di R. Freccio).

Grande zona di Scisti marnosi e arenacei (regione di Salsominore).

Zona di Calcari svariati (Villa Sanguineto-Bazzini, ecc.) che nel vicino Bobbiese presenta Nummuliti, Assiline, Ortofragmine, ecc.

Cretaceo. — Argilloscisti ofiolitiferi (Lagoscuro-Madonna di Castel Sottano).

Così pure, se ci portiamo più ad Est, nell'Appennino Toscoromagnolo, rivediamo un'analoga potentissima e sviluppatissima serie; per esempio, percorrendo la Val Sieve, malgrado parecchie ondulazioni e varii corrugamenti, si può osservare in complesso la seguente serie:

Eocene:

Potente zona di Scisti marnosi ed arenacei (Monti di S. Godenzo-S. Benedetto).

Zonula di Scisti marnosi variegati, rossicci, tra le arenarie (Sanbavello) (1).

Potente zona di Scisti e strati marnosi ed arenacei (Dicomano-Sanbavello).

Calcari a Fucoidi e Calcari con Nummuliti ed Orbitoidi (Bassa Val della Sieve sino ai dintorni di Dicomano).

Cretaceo. — Argilloscisti a Inocerami, Ammoniti, ecc. (raccolti in quantità dal marchese Strozzi nei dintorni di Pontassieve).

Orbene devesi ben notare che la sovraccennata zonula di Scisti marnosi *variegati* (rossigno-violacescenti) che compare con qualche costanza quasi in mezzo alla serie eocenica dell'Appennino settentrionale, dalle Alpi Marittime alla Toscana, non è da confondersi (2) cogli Scisti rossigni svariati (il cosidetto *Flysch*

(1) Notisi che questa zonula caratteristica si può seguire per una settantina di chilometri dai Monti del Mugello settentr. all'alta Val Tiberina.

(2) Del resto è ben noto come questa *facies* di Scisti variegati compare tante e tante volte attraverso la serie stratosferica dal Cambriano in poi e ne abbiamo diversi casi nello stesso Appennino, sia nel Mesozoico, sia nel Cenozoico.

Digitized by Google

rouge inferiore, *Suessoniano*, ecc.) che si incontrano sovente alla base dell'Eocene e fanno spesso passaggio al Cretaceo. Così, per es. gli *Scisti rossi*, con indizio di trasgressività, che si trovano alla sommità del Cretaceo ed alla base del Nummulitico nella Liguria occidentale (V. foglio al 100.000 di S. Remo, dove essi sono posti dubitativamente nel *Daniano*); così pure gli *Argilloscisti rossigni* (taluni con Pticodi) che appaiono specialmente nella parte superiore degli Scisti ofiolitiferi dell'Appennino settentrionale; così anche gli *Scisti policromi* dei fogli al 100.000 della Toscana pubblicati dall'Ufficio geologico, segnati come *Scaglia*, attribuiti al *Senoniano*, ma colla giusta indicazione che essi racchiudono spesso Calcari nummulitici, ciò che ne precisa la parziale appartenenza all'Eocene inferiore (*Suessoniano*, *Spilecciano* o piani analoghi), mentre che solo la loro parte inferiore, con rari Pticodi, è già riferibile al Cretaceo (*Senoniano* sup.). Salvo che per cretacizzare tutti questi Scisti policromi si accolga il dubbio, espresso dall'ing. Franchi nell'ultima sua Memoria del 1927, che si tratti di Nummuliti preeoceniche; questione delle Nummuliti mesozoiche che pare ben fondata in certi casi, ma che, citata nel caso specifico (cioè di veri banchi nummulitici connessi col *Macigno* dell'Eocene medio-superiore), parmi abbia un valore un po' analogo a quello (opposto) degli Inocerami eocenici, delle Ammoniti eoceniche, dei Pticodi creduti miocenici, degli Ittiosauri designati come Gaviali e simili determinazioni ed indicazioni state proposte per forzatamente eocenizzare gli scisti ofiolitiferi inglobanti fossili assolutamente caratteristici del Cretaceo.

Riassumendo e per ora limitandoci a stabilire la distinzione principale delle contestate formazioni geologiche dell'Appennino, nei grandi piani geologici, credo se ne possa presentare il quadro sintetico generale come è indicato nella pagina seguente.

Digitized by Google

CONCLUSIONE

Dopo tutti i varii dati di fatto, sommariamente sovra esposti, paleontologici (p. 13), tettonici (p. 15), litologici (p. 20), stratigrafici (p. 23) e comparativi (p. 26), posso conchiudere con sempre maggiore sicurezza che la serie geologica completa dell'Appennino settentrionale, per le formazioni in questione, è schematicamente la seguente:

Potente serie comprensiva argilloso-calcareo-arenacea, con *facies* eteropiche o di lateralità, o di alternanza, cioè: ora prevalentemente arenacea (specialmente verso l'alto), costituendo il cosidetto *Etrurio* o *Macigno*; ora prevalentemente calcarea (specialmente verso il basso), costituendo il cosidetto *Liguriano* o *Calcare a Fucoidi* (*Condriti*) *ed Elmintoidi*; talora con una zonula rossigno-violacescente verso la metà della serie; talora con una, più o meno potente, zona scistosa (marnoso-argilloso-arenacea, designata da taluni come *Flysch*) nella parte inferiore della serie; talora con una zona calcareo-nummulitifera alla base (il tipico *Nummulitico*).	**Eocene.**
Scisti policromi (la cosidetta *Scaglia*) con Calcari nummulitiferi verso l'alto. con denti di Pticodi verso il basso.	
Potente serie comprensiva di Argilloscisti (*Argille scagliose*, *Galestri* p. p.) grigio-brunastri, talora rossigni o policromi (specialmente verso l'alto), con *Calcari alberesi* (str. s.), *Pietraforte*, ecc.; serie racchiudente Cicadeoidee, Radiolariti di tipo mesozoico, Calpionelle, Inocerami, Ammoniti, Pticodi, Ittiosauri, ecc. ed inglobante Ofioliti o Pietre Verdi svariate (Serpentine, Oficalci, Peridotiti, Diabasi, Eufotidi, ecc.).	**Cretaceo.**
Calcari bianco-grigiastri ad Aptici	**Infracretaceo.**

Digitized by Google

Contributo alla conoscenza del difenile e dei suoi derivati (e dei dinaftili, ecc.).

Considerazioni sul grande numero di antipodi ottici privi di atomi asimmetrici, che ne possono derivare.

Nota IV di LUIGI MASCARELLI
presentata dal Socio nazionale residente Felice Garelli.

La chimica del difenile e dei suoi derivati presenta ancora vari problemi insoluti. Tra questi particolarmente interessante è quello della interpretazione dei fenomeni di isomeria ottica che si osservano in alcuni suoi derivati.

Da qualche tempo (1) mi sto occupando di questo.

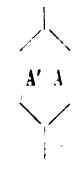
Dall'esame di tutti i derivati che dai vari ricercatori erano stati fino allora scissi in antipodi ottici e di quelli che non lo poterono essere, confronto da me fatto nella Nota I (2), sono giunto alla scelta della struttura da assegnarsi al difenile ed ai suoi derivati e, basandomi sulle numerose ricerche di autori inglesi e tedeschi, e confortando queste con esperienze mie, ho tratto le conclusioni essenziali sulle condizioni che si richieggono perchè la molecola dei vari derivati del difenile diventi strutturalmente asimmetrica. Nuove ricerche che confermano le conclusioni a cui ero arrivato precedentemente sono riportate nella Nota II (3). Nella nota III (4) ho esteso le considerazioni svolte a proposito del difenile anche ai fenomeni di stereoisomeria che possono essere presentati dai derivati delle mono-fenil-naftaline e dei dinaftili.

(1) "Giornale di Chim. Ind. ed Applicata", Milano, 1926, 572.
(2) "R. Acc. Lincei", 6 (6), II, 60 (1927).
(3) "Gazz. Chim. Ital.", 58, 627 (1928).
(4) "Gazz. Chim. Ital.", 58, 791 (1928).

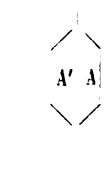
Digitized by Google

Se col procedimento seguìto in questa terza Nota si volessero prendere in considerazione tutte le possibili sostituzioni, singole o multiple, che si possono effettuare in qualsiasi posizione delle molecole risultanti dalla unione, mediante legame semplice, di due nuclei, e se si volesse tosto riconoscere se la molecola che ne risulta è o no asimmetrica, il computo diverrebbe assai complesso.

In questa Nota ricorro quindi ad un artificio assai semplice per giungere rapidamente allo scopo. [È conveniente per ora fare astrazione dalle posizioni 8 8′, le quali possono in qualche caso (Nota III) esercitare influenza particolare].

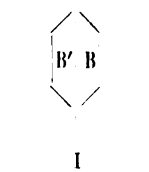


I
difenile



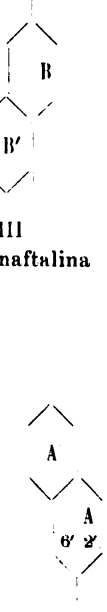
II
α-fenil-naftalina

III
β-fenil-naftalina



IV
1-1′-dinaftile

V
2-2′-dinaftile



VI
1-2′-dinaftile

In ognuno dei prodotti corrispondenti agli schemi I ... VI i due nuclei di cui risulta composta la molecola sono uniti da un legame che può funzionare da asse di rotazione e siccome, per quanto ho dimostrato nelle Note precedenti, è condizione essenziale per l'asimmetria molecolare che i due nuclei non possano ruotare liberamente l'uno rispetto all'altro, ma che siano costretti ad una oscillazione quasi semicircolare, così si dovrà:

1) Osservare che siano presenti quei sostituenti necessari e sufficienti per produrre oscillazione semicircolare. (È sufficiente per questo che almeno tre delle quattro posizioni più vicine a quella in cui esiste il legame che stabilisce l'unione dei due nuclei — posizioni che possiamo denominare *orto* per rispetto a tale legame — siano occupate da sostituenti opportuni).

2) Prolungare (immaginando che i due nuclei costituenti la molecola giacciano nello stesso piano, p. es. quello del foglio) da ambe le parti la retta che segna il legame esistente fra i due nuclei della molecola ed osservare se le parti di destra (A, B) in cui rimane diviso ogni nucleo, sono o no l'immagine speculare delle rispettive parti di sinistra (A′, B′). La molecola è strutturalmente asimmetrica solo quando nessuna delle parti di destra è l'immagine speculare della corrispondente di sinistra.

Con questo artificio possiamo giudicare in ogni caso in cui trattisi di composti risultanti dalla unione per legame semplice di due nuclei qualisivogliano. Inoltre subito riesce chiaro che per tutti i derivati dei tre dinaftili si avrà asimmetria non appena in essi comparirà l'oscillazione semicircolare.

E perciò, nel caso dei tre dinaftili si avrà che:

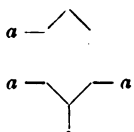
1) Dei *derivati del* 1.1′-*dinaftile* saranno asimmetrici (oltre a quello che contiene un sostituente in una delle posizioni 2-2′) tutti gli innumerevoli altri polisostituiti, purchè in essi sia sempre impegnata almeno una delle posizioni 2-2′. Le sostituzioni in 4-4′ non possono avere influenza in questi fenomeni.

2) Dei *derivati del* 2.2′-*dinaftile* saranno asimmetrici tutti quelli polisostituiti che contengano almeno tre sostituenti distribuiti fra le posizioni 2.6.2′.6′.

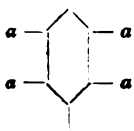
3) Dei *derivati dell'*1.2′-*dinaftile* saranno asimmetrici tutti quelli polisostituiti che contengano almeno due sostituenti distri-

buiti fra le posizioni 2.2'.6'. La sostituzione in 4 non può avervi alcuna influenza.

La struttura dei tre dinaftili è infatti tale per cui, tosto che i due nuclei costitutivi della molecola sono costretti (per la presenza di opportuni sostituenti nelle volute posizioni) alla oscillazione semicircolare l'uno rispetto all'altro, lo scheletro fondamentale della molecola acquista configurazione asimmetrica, che nessun nuovo sostituente è più in grado di togliere. La struttura dello scheletro fondamentale della molecola del difenile invece è tale per cui, anche quando la molecola è diventata asimmetrica per opportune sostituzioni, può, in seguito ad ulteriori sostituzioni, tornare simmetrica: basti citare ad es. i tipi corrispondenti agli schemi VII e VIII.



VII
(asimmetrica)



VIII
(simmetrica)

Naturalmente i derivati della serie delle mono-fenil-naftaline mostreranno un comportamento intermedio tra quello del difenile e quello dei dinaftili, e ciò a causa della contemporanea presenza nella loro molecola di un nucleo benzenico e di uno naftalico.

Se cerchiamo di estendere tale semplice artificio ai più svariati composti risultanti dalla unione (per legame semplice) di due nuclei qualisivogliano (dipirrili, dipiridili, dichinolili, diantracili, ecc.) vediamo che è grandissimo il numero delle molecole capaci di fornire antipodi ottici pur senza contenere alcun atomo asimmetrico e che si presentano dei casi interessantissimi i quali meritano di essere posti in evidenza in una prossima Nota.

Digitized by Google

Nuovo procedimento per studiare le variazioni della resistenza all'urto su barrette intagliate dovute al fenomeno dell'invecchiamento.

Nota dell'Ing. RAFFAELLO ZOIA
presentata dal Socio nazionale non residente Camillo Guidi.

1. — Procedimenti generalmente usati.

È noto che la resilienza di un acciaio è, tra le varie proprietà che subiscono variazioni col tempo in seguito a deformazione permanente praticata a freddo (invecchiamento), una di quelle che ne risente in modo più appariscente gli effetti. Per deformare il metallo furono seguite diverse vie:

A) *Per compressione:* è il metodo ordinariamente usato (1).

È da osservare che anche procedendo con grande accuratezza (e prima avvertenza è naturalmente un'appropriata ricottura preliminare) permangono tra i singoli valori delle prove di una stessa serie sbalzi molto forti, talvolta anche maggiori dell'80 %; sbalzi inevitabili perchè dovuti allo " stato della zona in cui va a cadere l'intaglio della barretta di saggio „ più o meno " interessata vivamente dalla azione dello sforzo „ (2). Ad esempio, nelle esperienze del Bauer (1) gli scarti massimi dalla media furono nelle varie serie: 33 %, 13 %, 36 %, 23 %, 26 %, 24 %, 66 %, 30 %. È quindi necessario un gran numero di pro-

(1) Tra le numerose esperienze vanno ricordate le prime: *Bauer-Mat. Prüf.*, 1921, pag. 251.

(2) Sirovich, *Studio sulle chiodature delle lamiere*, 1925. — Fry, *Stahl und Eisen*, 1921, pag. 1093.

Digitized by Google

vette per ogni serie onde la media dei singoli valori della resilienza dia affidamento di sufficente approssimazione.

B) *Per tensione* (1):

Per piccole deformazioni vi è l'inconveniente che le superfici di scorrimento non sono uniformemente ripartite, come è noto, su tutta la lunghezza del saggio, ma cominciando dapprima ad apparire alle due estremità, si propagano poi successivamente a tutta la provetta. Se non si trascura questo fatto si possono tuttavia ottenere risultati soddisfacenti (2).

C) *Per flessione:*

Meno conveniente ancora è questo metodo, come è facile riconoscere sperimentalmente, per i notevoli scarti, ancora maggiori che col primo e col secondo.

D) *Per trafilatura* (3):

Procedimento molto pratico: con acciai dolcissimi si può facilmente giungere a ridurre la sezione fino ad oltre il 50 %, con opportuno numero di passate e senza alcuna ricottura. Le divergenze tra i singoli valori della resilienza sono sensibilmente inferiori a quelle che si verificano col metodo A).

Oltre al notevole inconveniente degli sbalzi tra i risultati di prove eseguite in identiche condizioni ve ne è un altro, pure comune a tutti questi sistemi: le prime misure di resilienza non si possono eseguire immediatamente dopo la deformazione, ma per la necessità di ricavare la provetta di saggio, decorre sempre parecchio tempo tra la deformazione e la prima prova. Col metodo seguito dal Bauer tale inconveniente era alquanto ridotto: egli agiva infatti per compressione su barrette pressochè delle dimensioni finali e con una rigonfiatura centrale;

(1) Zoia, *Rendiconto XI riunione Associazione Italiana per gli Studi sui materiali da costruzione*, 1926, pag. 28.

(2) Lav. cit., pag. 31.

(3) Cfr. Zoia, Comunicazioni 1ª e 2ª alla XII riunione Assoc. It. Studi mat. costr., settembre 1928.

Digitized by Google

era così ridotta di molto la lavorazione dopo la deformazione. Col metodo della trafilatura un espediente molto semplice è quello di trafilare una barra quadra con ultima passata 10×10 (per le barrette Mesnager): dopo la trafilatura non rimane che segare le barrette ed intagliarle, operazioni che possono essere fatte in brevissimo tempo.

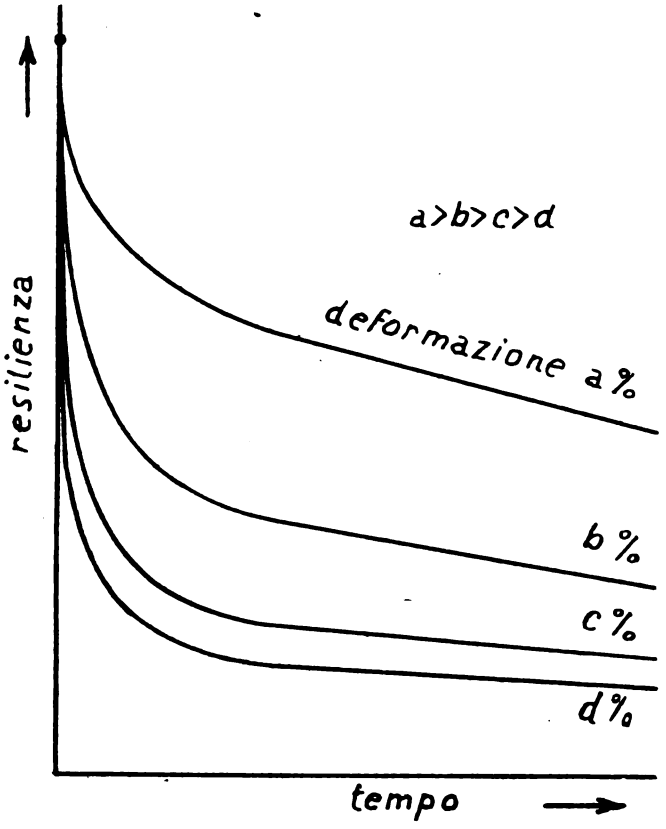


Fig. 1.

Volendo studiare sistematicamente il fenomeno dell'invecchiamento, in ogni caso sono da prendersi in considerazione le due variabili *tempo* e *deformazione percentuale*. I risultati possono essere riassunti nei due diagrammi resilienza-tempo (con curve di eguale deformazione percentuale) (Fig. 1), e resilienza-defor-

Digitized by Google

mazione percentuale (con curve di eguale periodo d'invecchiamento) (Fig. 2).

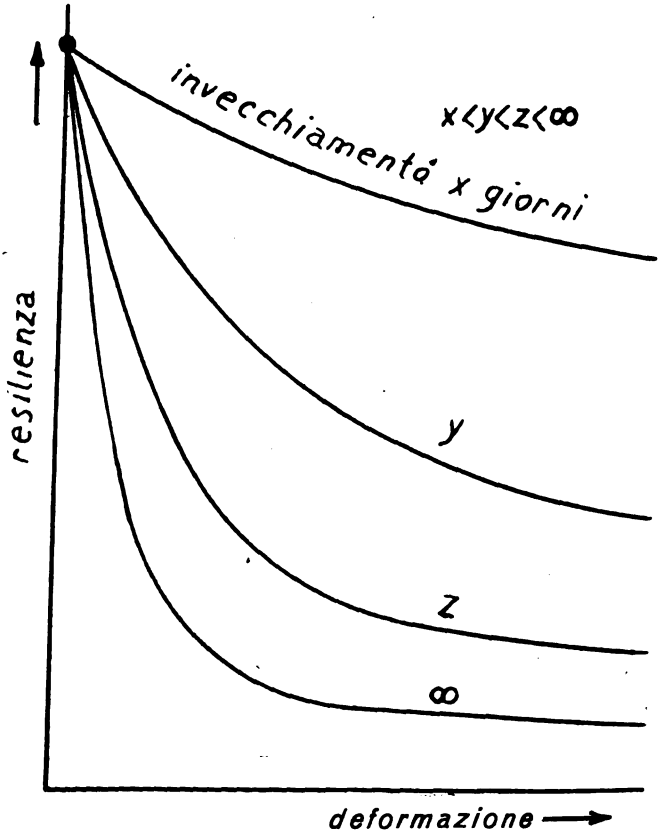


Fig. 2.

II. — Nuovo procedimento.

La deformazione è prodotta sulle barrette già ultimate mediante un colpo di moderata e nota energia applicato collo stesso maglio che serve per le prove all'urto (1). Le barrette vengono

(1) Facendo diminuire l'altezza di caduta del maglio o del pendolo a valori da determinarsi in precedenza, si diminuisce l'energia disponibile al numero di kgm. desiderati.

Digitized by Google

poi spezzate dopo diversi intervalli di tempo con un secondo colpo di intensità regolamentare ed *è misurato il lavoro assorbito nella rottura di esse* (1).

VANTAGGI: 1) La prima misura (2° colpo) può essere eseguita alla distanza di 10″ dalla deformazione (1° colpo). Dato l'andamento delle curve che scendono con grande rapidità in principio (v. Fig. 1), ciò costituisce un vantaggio rispetto agli altri metodi coi quali, come si è visto, è impossibile avere un primo valore della resistenza all'urto immediatamente dopo la deformazione.

2) Per la localizzazione della deformazione nella zona di rottura e la perfetta uniformità di tale deformazione in tutte le barrette, i singoli valori della resistenza all'urto sono molto più concordanti tra loro: nel caso dell'acciaio *B* (v. unita tabella) risultarono, ad esempio, scarti massimi nelle diverse serie del 7,1 %; 7,8 %; 8,7 %; 13,9 %; 6,5 %; 5,7 %; 2,7 %; con una media del 7,5 % contro uno scarto massimo medio del 31 % nelle esperienze citate del Bauer.

3) Essendo la deformazione, a differenza degli altri metodi, prodotta per urto, essa è direttamente confrontabile, perchè della stessa natura, colla sollecitazione dinamica colla quale si spezza la barretta (v. nelle Figg. 3 e 4 la linea inclinata a 45°).

Lo studio sistematico del fenomeno dell'invecchiamento dipende sempre dalle due variabili *tempo* e *deformazione*, misurando peraltro quest'ultima col numero di chilogrammetri del 1° colpo (dai quali appunto essa dipende). I risultati vengono chiaramente riassunti nel diagramma lavoro di rottura-deformazione, portando come ordinate la somma dei lavori assorbiti nel 1° e 2° colpo: si ottiene una prima linea fissa (retta uscente

(1) È quasi inutile osservare che non è più il caso di parlare di resilienza (grandezza, come è noto, non propriamente definita e che ha un valore comparativo solo nel caso in cui le prove vengano eseguite in condizioni scrupolosamente identiche), poichè in questa particolare prova all'urto sono modificate le condizioni normali e precisamente la barretta è già alquanto piegata per effetto del primo colpo.

Digitized by Google

dall'origine ed inclinata di 45°), ed una seconda linea che varia di posizione col tempo d'invecchiamento e che riferita alla prima dà il lavoro assorbito nel 2° colpo, mentre se è riferita all'asse delle ascisse dà l'energia totale richiesta per rompere la barretta nei due colpi. Si ottengono delle curve interessanti, aventi la

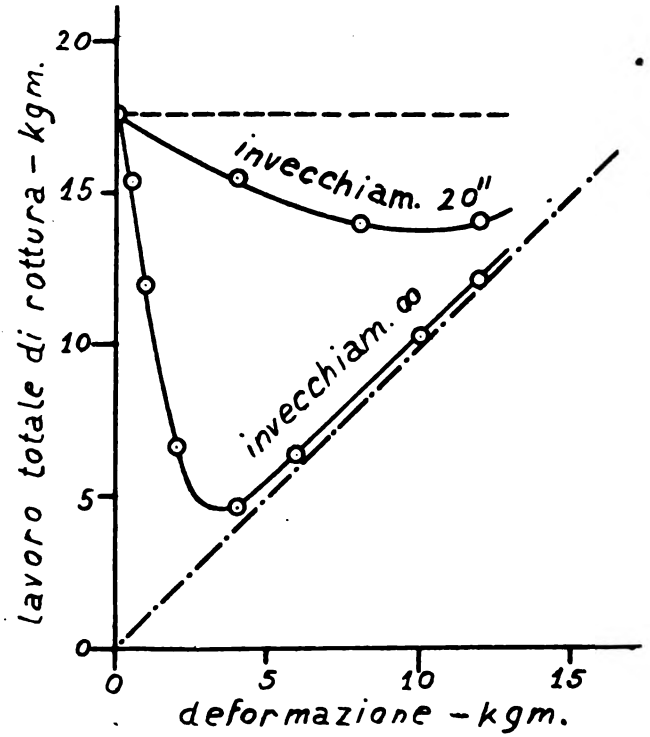


Fig. 3.

particolarità di scendere fino ad un minimo per poi risalire, e tale andamento è tanto più accentuato quanto più il materiale è invecchiato (1). Nelle Figg. 3 e 4 riferisco come esempio i diagrammi per *due acciai il cui comportamento all'invecchiamento*

(1) Nelle Figg. 3 e 4 sono tracciate le curve corrispondenti a 20'' e ad un tempo lunghissimo d'invecchiamento, che si può, come è noto, realizzare con rinvenimento di qualche ora a 200°-300°.

Digitized by Google

appare sostanzialmente differente, riservandomi di comunicare tra breve i risultati di esperienze in corso su una serie completa

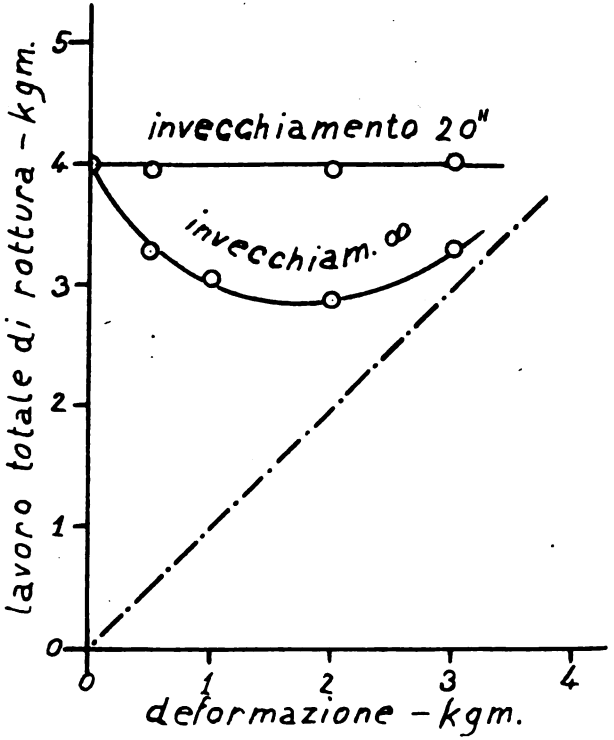


Fig. 4.

di acciai onde tener conto anche della composizione chimica che ha un'influenza notevole, come è noto, sul fenomeno.

(Vedi *Tabella* a pagina seguente).

LAVORO TOTALE DI ROTTURA (kgm.) — Acciaio *B*

(Barretta Mesnager — Pendolo Charpy).

Tempo di invecchiamento	Energia assorbita nel 1° colpo: kgm.				
	0	**0,5**	**1**	**2**	**3**
20 secondi	3 978	4 070	— —	3 655	3 888
	3 876	3 675	— —	3 990	4 033
	4 050	4 171	— —	3 990	3 816
	3 978	4 171	— —	3 990	4 414
	3 978	3 773	— —	4 162	4 258
	— —	3 871	— —	3 990	3 959
Medie	**3 972**	**3 955**	— —	**3 963**	**4 061**
Rinvenimento di 4 ore a 260°-270°	— —	2 839	3 249	3 057	3 410
	— —	3 578	3 249	2 816	3 284
	— —	3 390	3 075	2 816	3 410
	— —	3 109	3 075	2 959	3 284
	— —	3 578	2 862	2 816	3 244
	— —	3 295	2 862	2 888	3 284
Medie	— —	**3 298**	**3 062**	**2 892**	**3 319**

Laboratorio Sperimentale della R. Scuola d'Ingegneria di Torino.

L'Accademico Segretario
EMILIO REPOSSI.

PUBBLICAZIONI FATT
Digitized by Google

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg e 96 tav.

Opere scelte di Amedeo Avogadro (per cura di I. Guareschi).

Torino, Unione tipografico-editrice torinese, 1911, 1 vol. in-4° (4 csn., CXL-492 pp., 1 ritr.).

Miscellanea di studi danteschi. ***Dante e il Piemonte.***

Torino, Fratelli Bocca editori, 1922, in-8° (VIII-648 pp.).

Digitized by Google

SOMMARIO

Presidenti della Reale Accademia delle Scienze di Torino dalla sua fondazione . . . . . *Pag.* v

Elenco degli Accademici Nazionali residenti, Nazionali non residenti, Stranieri e Corrispondenti al 31 dicembre 1928 . . . » vii

Mutazioni avvenute nel Corpo accademico dal 1° gennaio al 31 dicembre 1928 . . . . . » xxiii

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 18 Novembre 1928 . *Pag.* 1

Somigliana (Carlo). — Sulla misura della Terra e la gravimetria » 4

Sacco (Federico). — Nuovi dati di fatto riguardo l'età degli Argilloscisti ofiolitiferi dell'Appennino . . . . . » 11

Mascarelli (Luigi). — Contributo alla conoscenza del difenile e dei suoi derivati (e dei dinaftili, ecc.). Considerazioni sul grande numero di antipodi ottici privi di atomi asimmetrici, che ne possono derivare . . . . . » 31

Zoia (Raffaello). — Nuovo procedimento per studiare le variazioni della resistenza all'urto su barrette intagliate dovute al fenomeno dell'invecchiamento . . . . . » 35

Ed. Vincenzo Bona - Torino

Digitized by Google

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. LXIV, DISP. 2ª, 3ª, 4ª, 5ª E 6ª, 1928-1929

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3
1929

Digitized by Google

DISTRIBUZIONE DELLE ADUNANZE

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

nell'anno 1928-929

divise per Classi

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali	Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
1928 - 18 novembre	1928 - 25 novembre
» - 2 dicembre	» - 9 dicembre
» - 16 »	» - 23 »
» - 30 »	1929 - 6 gennaio
1929 - 13 gennaio	» - 20 »
» - 27 »	» - 3 febbraio
» - 10 febbraio	» - 17 »
» - 24 »	» - 3 marzo
» - 10 marzo	» - 17 »
» - 24 »	» - 7 aprile
» - 14 aprile	» - 28 »
» - 5 maggio	» - 12 maggio
» - 19 »	» - 26 »
» - 9 giugno	» - 16 giugno
» - 23 »	» - 30 »

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 25 Novembre 1928 (VII)

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. C. F. PARONA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono intervenuti:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: i Soci: D'Ovidio, Peano, Grassi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco, Pochettino e il Segretario Repossi;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: i Soci: De Sanctis, Ruffini, Stampini, Brondi, Einaudi, Patetta, Vidari, Faggi, Luzio, Jannaccone e Solari.

Scusano l'assenza i Soci Guidi e Mattirolo.

Il Presidente apre l'adunanza commemorando brevemente il Socio Prof. Giuseppe Prato, morto il 18 agosto, ed il Professore Piero Giacosa, proposto a Socio della Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali e morto il 17 ottobre.

Il Presidente comunica quindi una lettera di ringraziamento di S. E. il Ministro della Pubblica Istruzione, giunta in risposta ad un telegramma di omaggio inviatogli in nome dell'Accademia in occasione dell'apertura del nuovo anno. Egli propone in seguito all'Accademia che, per la fausta notizia della scoperta fatta in questi giorni da S. A. R. il Duca degli Abruzzi delle sorgenti dell'Uebi Scebeli, sia votato il seguente Ordine del giorno:

"La R. Accademia delle Scienze, che altamente si onora di avere fra i suoi Soci residenti S. A. R. Luigi di Savoia, Duca degli Abruzzi, apprende col più vivo compiacimento che il va-

Digitized by Google

loroso ed illustre esploratore ha condotto rapidamente e felicemente a termine la studiata esplorazione alla ricerca ed alla scoperta delle sorgenti dell'Uebi Scebeli.

" Alla nobile gara di ardite iniziative e di geniali imprese, le quali danno impronta nuova e caratteristica al fervore di vita operosa che ora anima il nostro Paese, il Princípe è partecipe e, ancora una volta, vittorioso.

" La R. Accademia plaude al successo della spedizione, che svela un altro dei segreti dell'Africa ancora misteriosa, reca nuovo onore al Nome ed alla Casa di S. A. R., e rende sempre più grande e brillante il contributo, che l'Italia, per merito e coi sacrifizi della gloriosa schiera dei suoi esploratori, ha portato agli studi africani „.

L'Accademia vota per acclamazione e con vivo plauso l'Ordine del giorno propostole.

Il Socio Peano comunica all'Accademia ch'è giunta in omaggio l'opera: *Calcolo numerico* (ed. Zanichelli, a. 1928), di Ugo Cassina, e la presenta con le seguenti parole:

" Questo libro espone la storia dei sistemi di numerazione dai popoli antichi ad oggi e le varie regole per le operazioni aritmetiche, fra cui la moltiplicazione fulminea degli indiani, che permette di scrivere il prodotto di due numeri di più cifre, senza passare per i prodotti parziali.

" Degno di nota speciale è il capitolo sulle " Approssimazioni numeriche „, esposte in modo rigoroso e semplice: poichè rigore e semplicità sono sempre congiunti. E cita alcuni risultati falsi cui si pervenne con teorie inesatte delle approssimazioni.

" Il libro contiene pure i calcoli sul calendario, i prodotti decimali e le loro applicazioni; vari calcoli di numeri trascendenti e di radici di equazioni. Le indicazioni storiche ampie ed esatte rendono lo studio vivo ed attraente.

" Questo volume è di massimo interesse per la matematica pura e per le applicazioni; contiene molte ricerche poco note, o del tutto nuove; ed è da augurarsi la sua diffusione per il progresso della scienza matematica „.

Si procede pure alla votazione per l'assegnazione del premio

Digitized by Google

Gautieri, che non potè esser fatta nell'adunanza precedente per mancanza del numero legale. La votazione, secondo lo Statuto del Premio, è fatta per schede segrete. I votanti sono in numero di 21 e lo scrutinio dà 19 voti favorevoli sul nome di Ettore Cozzani, proposto nella Relazione della Commissione stesa dal Socio on. Cian, contro due schede bianche.

Il Presidente invita quindi l'Accademia a procedere alla votazione per la nomina del Tesoriere, che, scaduto il triennio, può essere riconfermato. La votazione, rimandata, come la precedente, dall'adunanza dello scorso luglio all'attuale, per la mancanza in quella del numero legale, dà i seguenti risultati: Votanti 21: al Socio Prof. Modesto Panetti voti 20; schede bianche 1. Risulta quindi riconfermato alla carica di Tesoriere pel triennio 1° luglio 1928 - 30 giugno 1931 il Socio Prof. Modesto Panetti, il quale ringrazia l'assemblea.

Gli Accademici Segretari:
Emilio Repossi
Adolfo Faggi

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 2 Dicembre 1928 (VII)

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. C. F. PARONA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Peano, Panetti, Sacco, Pochettino, Boggio, Garelli e il Segretario Repossi.

Scusa l'assenza il Socio Guidi.

Il verbale è letto ed approvato senza osservazioni.

Il Socio Sacco presenta in omaggio all'Accademia una sua Nota su *I Solchi di Montjoret* e ne espone brevemente il soggetto.

In seguito il Socio Peano presenta per l'inserzione negli *Atti* una Nota della Dott.ssa Cesarina Boccalatte dal titolo: *La Geometria basata sulle idee di punto e angolo retto.*

LETTURE

La Geometria basata sulle idee di punto e angolo retto.

Nota della Dott.ssa CESARINA BOCCALATTE
presentata dal Socio nazionale residente Giuseppe Peano.

Euclide nel primo libro degli *Elementi* (Versione Vacca, 1916) comincia così:

1. " Punto è ciò che non ha parti „.
2. " Linea una lunghezza senza larghezza „

Queste proposizioni esprimono il punto e la linea mediante le parole *parte*, *lunghezza*, *larghezza*, e questi termini non sono definiti precedentemente.

La proposizione:

3. " Estremi di una linea sono punti „, non è un'eguaglianza logica; non è la definizione di estremi, poichè dal sapere che gli estremi sono punti, non risulta che cosa siano gli estremi. Quindi queste proposizioni non sono vere definizioni, come da parecchi sono intese. Come osserva il Vacca nella sua Edizione, la parola ὅρος, che si trova nel testo greco, significa *termine*, e non già *definizione*, che in greco è ὁρισμός.

Quindi quelle prime pagine sono una raccolta di termini, come un dizionario, e le proposizioni relative non sono definizioni, nè postulati; sono schiarimenti.

Le definizioni di Euclide si riproducono in tutti i libri scolastici dei secoli successivi. Cominciamo a vedere qualche differenza in Nicolò Tartalea, " *Euclide Megarense* „ (Venezia, 1565).

Definizione 1. " Il ponto è quello che non ha parti „.

Definizione 2. " La linea è una lunghezza senza larghezza, li termini della quale sono ponti „.

Questa comprende le definizioni 2 e 3 di Euclide.

Digitized by Google

DEFINIZIONE 3. " La linea è la brevissima estensione da un ponto ad un altro „.

Quest'ultima definizione si può anche leggere:

" La retta è il più corto cammino fra due punti „ e sotto questa forma la ritroveremo ancora in Legendre, *Éléments de Géométrie*, 1794. Essa esprime l'idea di retta mediante quella di lunghezza di una linea curva, concetto questo non definito e non semplice.

La proposizione " la retta è minore d'ogni linea contermine „, è un postulato in Archimede, il quale se ne serve, per determinare la lunghezza della circonferenza.

La distinzione delle idee che compaiono in un trattato di geometria, in idee primitive e in idee derivate, delle quali si dà una definizione logica, ha luogo solo ai nostri tempi.

Numerosi sono i lavori dei geometri contemporanei sui principi di Geometria. " Mais les plus complets et les plus approfondis sont ceux qui ont été exécutés au moyen de la Logistique, parce que cet instrument d'abstraction et de précision permet de dévoiler les pétitions de principe, d'éviter les paralogismes et les appels à l'intuition, et de déjouer les associations d'idées et les habitudes de pensée inséparables du langage usuel „. COUTURAT, *Les principes de Mathématiques*, Paris, 1905, pag. 181.

M. PASCH, in *Vorlesungen über neuere Geometrie* (Leipzig, 1882), costrusse tutta la Geometria di posizione colle sole idee non definite: *punto, segmento rettilineo, regione piana limitata.*

Partendo da questi concetti primitivi definisce la retta indefinita, ed il piano. Per svolgere poi la geometria elementare assume un'altra idea non definita: *il moto*, come concetto di congruenza tra figure qualisiansi composte di un numero finito di punti.

G. PEANO, *I principî di Geometria logicamente esposti* (Torino, 1889).

In questo libro l'A. partendo da due idee primitive, *punto* e *segmento*, definisce la retta, il piano, il triangolo, l'angolo, le parallele; e premesso un sistema di postulati, ne dimostra le

loro proprietà, costruendo così tutta la geometria di posizione. Accenna poi che per costrurre tutta la Geometria elementare, occorre ancora qualche altra idea primitiva, per es. quella di *moto*. Per fare questa analisi, l'autore si serve delle notazioni della Logica Matematica.

Egli riprende questo studio in modo più diffuso nell'articolo: *Sui fondamenti della Geometria*. " Riv. di Matematica „, a. 1894.

M. PIERI, rapito alla scienza in giovane età nel 1913, studiò questa questione in una serie di pubblicazioni fatte coi simboli della Logica-Matematica, " la cui utilità a ragione non può negarsi segnatamente in quest'ordine di studi „.

Le prime si riferiscono alla sola *Geometria di Posizione*, in " Atti R. Accademia di Torino „, 1895, 1896 e 1897; " Rivista di Matematica „, a. 1896; e specialmente in " Memorie Accad. delle Scienze di Torino „, a. 1897-98.

PIERI, *Della Geometria elementare come sistema ipotetico deduttivo* (" Memorie R. Accademia di Torino „, a. 1899).

Qui l'A. svolge tutta la geometria elementare con due soli concetti primitivi: il *punto*, ed il *moto*; il moto inteso come rappresentazione di punti in punti.

DEFINIZIONE. Se a, b, c sono punti, con " a, b, c sono collineari „ si esprime il giudizio: " esiste un movimento (proprio) che rappresenta in sè stesso ciascuno degli a, b, c „.

Segue la definizione di retta a, b: l'insieme dei punti collineari con a, b; ossia l'insieme dei punti che restano fissi in un movimento che lascia fissi a e b, e questa è la definizione di Leibniz.

Definisce il piano; la sfera; la simmetria; la perpendicolarità di due rette; la perpendicolarità tra una retta ed un piano; il segmento, ecc.

E da un sistema di 20 postulati deduce tutte le proprietà di questi enti definiti.

Più tardi il PIERI, *Sur la géométrie envisagée comme système purement logique* (Congrès Intern. de philosophie, Paris, 1900), giunge al risultato che si possa costruire tutta la Geometria elementare colle sole due idee primitive: *punto* e *distanza* tra due punti.

Digitized by Google

E questa seconda idea primitiva non la assume come una relazione fra quattro punti a, b, c, d, sotto la forma: la distanza di a e b è eguale alla distanza da c a d, ma assume soltanto *come primitiva la relazione fra tre punti* a, b, c: " i punti b e c sono equidistanti da a ".

E sviluppa ampiamente questa teoria nelle " Memorie Accademia dei XL ", Roma, 1908.

G. Peano, *La Geometria basata sulle idee di punto e distanza* (R. Accademia di Torino, a. 1902).

L'A. parte dal lavoro del Pieri, cioè assume le idee di punto e della relazione fra 3 punti: distanza (a, c) = distanza (b, c).

Questa relazione si può risolvere rispetto a, e si leggerà: " il punto a sta sulla sfera di centro c e passante per b ". Ovvero risolta rispetto c: " il punto c sta nel piano normale ad $a\ b$ nel suo punto medio ". Si può definire la retta per i due punti differenti a e b: " Dire che c è un punto della retta a, b, significa dire che ogni punto, che disti da a e da b quanto c, deve coincidere con c "; ovvero " quando le sfere di centri a e b e passanti per c hanno questo solo punto comune ". Analogamente: " piano (a, b, c) è l'insieme di tutti i punti x tali che ogni punto, che disti da a, b, c quanto x, deve coincidere con x ".

Queste definizioni si debbono a Leibniz (" Math. Schriften ", t. 5, pag. 141 e seguenti): egli se ne vanta e dice " haec definitio mihi est ".

Peano considera poi il punto medio fra due punti a e b, che indica, come nel calcolo geometrico di Möbius, ecc., con $(a + b)/2$; di qui deduce l'eguaglianza dei vettori, le coordinate, ecc.

Sullo stesso soggetto si possono ancora vedere:

O. Veblen, *A System of Axiom for Geometry* (" Transactions of the Amer. Mathem. Society ", t. V, luglio 1904, pp. 343-384).

F. Schur, *Grundlagen der Geometrie* (Leipzig, 1909).

Enriques e Amaldi, in " Questioni riguardanti le Matematiche elementari ".

***

Dietro suggerimento del Prof. PEANO, qui spiego come si possano definire tutte le idee geometriche, mediante due idee che assumo come primitive:

punto e *angolo retto.*

Le indicherò con i simboli:

p si legge " punto „.

In quanto segue, a, b, c .... indicano punti.

" $a\,b\,c$ Retto „, si legge " l'angolo $a\,b\,c$ è retto „.

In pratica si riconosce che questa relazione è soddisfatta mediante una squadra; essa sarà l'unico strumento necessario in questa teoria.

Comincio ad enunciare una proprietà:

PROP. 1.

$$a\,b\,c \text{ Retto} \,.\supset.\, c\,b\,a \text{ Retto}.$$

" Se l'angolo $a\,b\,c$ è retto, anche $c\,b\,a$ è retto „.

Questa prima proprietà si dovrà considerare come primitiva, cioè non si deduce da alcuna precedente, che non esiste.

Alla relazione " $a\,b\,c$ Retto „ dò il preciso significato espresso nella teoria dei vettori da

$$(a - b) \times (b - c) = 0.$$

Quindi si può enunciare una seconda proprietà:

PROP. 2.

$$a\,a\,c \text{ Retto}.$$

" Se il punto b coincide con a, l'angolo $a\,b\,c$ è retto „.

La relazione " $a\,b\,c$ Retto „ si può risolvere rispetto ad uno qualunque dei punti che contiene.

Risolta rispetto a, ne risulta come luogo dei punti a, il piano perpendicolare in b alla retta $b\,c$, supposto b e c distinti.

Poniamo pertanto:

Digitized by Google

DEFINIZIONE 1.

$$b \sim = c \,.\, \supset : a \,\varepsilon \text{ Piano } b\,c \,.\, = \,.\, a\,b\,c \text{ Retto.}$$

" Se b è differente da c, allora dire che a sta nel piano $b\,c$, significa che l'angolo $a\,b\,c$ è retto ".

Si deduce dalle nostre convenzioni, in virtù di P. 2:

COROLLARIO 1.

$$b \sim = c \,.\, \supset \,.\, b \,\varepsilon \text{ Piano } b\,c.$$

" Il punto b appartiene al piano $b\,c$ ".

Risolvo ora la relazione " $a\,b\,c$ Retto " rispetto b, e ne risulta come luogo dei punti b, la Sfera passante per b e di diametro $a\,c$; veniamo così a definire la " Sfera $a\,c$ ", ossia " Sfera di diametro $a\,c$ ".

DEFINIZIONE 2.

$$b \,\varepsilon \text{ Sfera } a\,c \,.\, = \,.\, a\,b\,c \text{ Retto.}$$

Si deduce:

COROLLARIO 2.

$$a, b \,\varepsilon \text{ Sfera } a\,b,$$

" a e b sono punti della sfera $a\,b$ ", conseguenza della P. 2.

COROLLARIO 3.

$$\text{Sfera } a\,b = \text{Sfera } b\,a.$$

Segue dalla proprietà commutativa espressa dalla P. 1.

Vediamo ora come possiamo definire la *linea retta*.

DEFINIZIONE 3.

$$a \sim = b \,.\, \supset \,.\, ' \,.\, c \,\varepsilon \text{ Linea retta } a\,b \,.\, = ;$$

$$x \,\varepsilon\, \overline{\text{p}} \,.\, x\,a\,b \text{ Retto} \,.\, \supset_x \,.\, x\,a\,c \text{ Retto.}$$

" Se a è diverso da b, allora dire che c sta sulla linea retta individuata dai punti a e b, significa che comunque si prenda il punto x, in modo che l'angolo $x\,a\,b$ sia retto, ne risulta che anche l'angolo $x\,a\,c$ è retto ".

Possiamo mettere la Def. 3 anche sotto la forma:

Digitized by Google

DEFINIZIONE 3′.

$$c \,\varepsilon\, \text{Linea retta } a\,b\,.=.$$

$$c = a\,.\,\cup\,.\,\text{Piano } a\,b = \text{Piano } a\,c.$$

" Dire che c sta sulla linea retta $a\,b$ significa che o c coincide con a, ovvero il piano $a\,b$ coincide col piano $a\,c$ „.

Si può dare alla Def. 3 ancora un'altra forma:

DEFINIZIONE 3″.

$$c \,\varepsilon\, \text{Linea retta } a\,b\,.=:$$

$$x \,\varepsilon\, \text{p.}\, x \,\varepsilon\, \text{Sfera } a\,c\,.\,x \,\varepsilon\, \text{Sfera } c\,b\,.\,\supset_x\,.\,x = c.$$

" Il punto c sta sulla retta $a\,b$ quando comunque si prenda il punto x, che stia sulle sfere di diametro $a\,c$ e $c\,b$, esso coincide con c „, cioè quelle due sfere hanno il solo punto comune c.

E ancora sostituendo a " Sfera „ la sua definizione 2, si ha l'altra forma:

DEFINIZIONE 3‴.

$$c \,\varepsilon\, \text{Linea retta } a\,b\,.=:$$

$$x \,\varepsilon\, \text{p}\,.\,a\,x\,c \text{ Retto}\,.\,b\,x\,c \text{ Retto}\,.\,\supset_x\,.\,x = c.$$

" Il punto c sta sulla retta $a\,b$, quando comunque si prenda il punto x, tale che l'angolo $a\,x\,c$ sia retto, e pure l'angolo $b\,x\,c$ sia retto, il punto x deve coincidere con c „.

Ora che abbiamo definito la linea retta, possiamo passare a definire la collinearità.

DEFINIZIONE 4.

$$(a\,b\,c)\ \text{Collin}\,.=:$$

$$a = b\,.\,\cup\,.\,a \sim b\,.\,c \,\varepsilon\, \text{Linea retta } a\,b.$$

" Diremo che i punti a, b, c sono collineari, se a coincide con b, ovvero, se essendo a diverso da b, c sta sulla retta $a\,b$ „.

Definiamo ora il rettangolo:

DEFINIZIONE 5.

$$a, b, c, d \,\varepsilon\, \text{p}\,.\,\supset\,.\,(a\,b\,c\,d)\ \text{Rettangolo}\,.=.$$

$$a\,b\,c \text{ Retto}\,.\,b\,c\,d \text{ Retto}\,.\,c\,d\,a \text{ Retto}\,.\,d\,a\,b \text{ Retto}.$$

Digitized by Google

" La figura $a\,b\,c\,d$ è un rettangolo se i quattro angoli sono retti ".. Risulta dalla Prop. 2, che $(a\,a\,c\,c)$ Rettangolo.

Si può anche dare la definizione seguente:

DEFINIZIONE 5'.

$$(a\,b\,c\,d) \text{ Rettangolo} \,.=.\, \text{Sfera}\; a\,c = \text{Sfera}\; b\,d.$$

" La figura $a\,b\,c\,d$ è un rettangolo quando la sfera di diametro $a\,c$ è eguale alla sfera di diametro $b\,d$ ".

Sappiamo dalla Geometria elementare, che nel rettangolo le diagonali si tagliano per metà.

Assumeremo questa proprietà quale definizione di punto medio di due punti a e b. E l'indicheremo, come nella teoria dei vettori, con

$$(a + b) / 2$$

(secondo Möbius, Grassmann ed altri).

DEFINIZIONE 6.

$$c = (a + b) / 2 \,.=:$$

$$x, y \,\varepsilon\, \mathrm{p} \,.\, (a\,x\,b\,y) \text{ Rettangolo} \,.\, \supset_{x\cdot y} (x\,y\,c) \text{ Collin.}$$

" Essendo a, b, c dei punti, allora diremo che c è il punto medio fra a e b, quando comunque si prendano i punti x, y, in modo che $a\,x\,b\,y$ sia un rettangolo, c è collineare con x ed y ".

Facendo coincidere x e y con a e b, si deduce $(a\,b\,c)$ Collin.

Definito il punto medio di due punti, possiamo definire l'eguaglianza di due vettori $a - b$, e $c - d$.

DEFINIZIONE 7.

$$a - b = c - d \,.=.\, (a + d) / 2 = (b + c) / 2$$

simile ad una identità algebrica.

In modo analogo:

$$0 = a - a$$

è la definizione del vettore nullo.

$$a + (b - a) = b$$

è la definizione della somma d'un punto con un vettore.

$$(a - b) + (b - c) = a - c,$$

è la definizione della somma dei due vettori.

Digitized by Google

Ripetendo le note definizioni aritmetiche si ha il prodotto $m\,u$ d'un numero naturale m per un vettore u, ed il quoziente u/m del vettore u per il numero naturale m. E quindi il prodotto d'un vettore per un numero razionale qualsiasi.

Se u e v sono vettori, porremo:

$$\text{mod}\,u = \text{mod}\,v \,.=. a\,\varepsilon\,\text{p} \,.\, \supset_a \,.\, (a, a + (u+v)/2,\ a + u)\ \text{Retto}.$$

" I due vettori u e v hanno la stessa lunghezza o modulo, quando preso ad arbitrio un punto a, l'angolo di cui due vertici sono a e $a + u$, e il vertice intermedio è $a + (u + v)/2$, è retto „, cioè il triangolo a, $a + u$, $a + v$ è isoscele, vale a dire, l'altezza cade nel punto medio del lato.

Due vettori u e v sono ortogonali, e scriveremo come nel calcolo geometrico, $u \times v = 0$, se preso un punto a, l'angolo $(a + u,\ a,\ a + v)$ è retto.

Allora dalla proprietà che l'ipotenusa del triangolo rettangolo è maggiore d'un cateto, deduco la definizione di maggioranza fra distanze o moduli:

$$u \times v = 0 \,.\supset.\, \text{mod}\,(u+v) \geqq \text{mod}\,u\,.$$

Si ha la maggioranza, escludendo l'eguaglianza, cioè supponendo $v \sim = 0$.

Definita la maggioranza fra moduli o distanze, si può definire il limite d'un vettore variabile; quindi il prodotto d'un vettore per un numero irrazionale, le coordinate dei vettori e dei punti, e tutti gli enti della geometria analitica.

In conclusione risulta che tutta la geometria si può fondare sull'idea primitiva di punto e da un'altra idea che si può assumere o sotto la forma di equidistanza, con Pieri, o di angolo retto, come qui.

In ambo le teorie però, la definizione di retta si presenta alquanto artificiosa. Quindi in geometria elementare conviene aggiungere qualche altra idea, per es. quella di segmento di retta, senza definizione.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 16 Dicembre 1928 (VII)

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. GUIDO GRASSI
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Peano, Mattirolo, Somigliana, Panetti, Ponzio, Majorana, Pochettino e il Segretario Repossi.

Scusano la loro assenza il Presidente Parona ed il Socio Sacco.

Il verbale della seduta antecedente è letto ed approvato senza osservazioni.

Il Presidente comunica una lettera del Socio Herlitzka, che accetta l'incarico affidatogli di commemorare il Prof. Giacosa e ringrazia l'Accademia.

In seguito il Socio Majorana prende la parola per presentare in omaggio all'Accademia i due volumi degli *Atti* del Congresso Internazionale dei Fisici tenutosi lo scorso anno a Como, Pavia e Roma in occasione del primo centenario della morte di Alessandro Volta. Il Congresso, al quale parteciparono numerosi fisici d'ogni parte del mondo, e, fra questi, dodici insigniti del premio Nobel, riuscì particolarmente solenne, ed i risultati da esso conseguiti furono così importanti da indurre alcuni fra i più

Digitized by Google

illustri partecipanti a formular la proposta, unanimemente accolta, che il Consiglio di presidenza del Congresso, invece di sciogliersi, rimanesse stabilmente in carica per organizzare future regolari riunioni internazionali di fisici.

Il Socio MAJORANA, a chiarimento di un'osservazione fatta dal Socio SOMIGLIANA sulla priorità del VOLTA nella scoperta della legge che va sotto il nome di " legge di Gay-Lussac „, comunica che il Congresso, udita una comunicazione del Professore AMERIO documentante che il VOLTA riconobbe per primo la costanza del coefficiente di dilatazione dell'aria, fece unanime voto perchè d'ora innanzi nell'espressione della legge di dilatazione dei gas si unisse al nome di GAY-LUSSAC quello del grande fisico comasco.

Il Socio SOMIGLIANA comunica che, secondo gli studi della Commissione Reale per l'Edizione Nazionale delle opere di Alessandro VOLTA, non solo per la legge di Gay-Lussac, ma anche per la legge di Dalton si deve giungere ad un analogo risultato.

In seguito il Socio PANETTI presenta in omaggio all'Accademia il proprio discorso pronunziato per l'inaugurazione del Congresso annuale dell'Associazione Italiana di Aerotecnica dal titolo: *Il contributo della tecnica all'Aeronautica.* Lo stesso opuscolo contiene il discorso di chiusura del Congresso.

Il Presidente presenta all'Accademia i due volumi dell'opera di R. WILLSTÄTTER: *Untersuchungen ueber Enzyme,* e due necrologie di Piero GIACOSA inviate dal Prof. L. MASCARELLI.

Il Socio MATTIROLO dà qualche schiarimento sull'importanza notevole dell'omaggio del Willstätter.

Il Socio SOMIGLIANA presenta per l'inserzione negli *Atti* una Nota del Dott. B. COLOMBO, intitolata: *Sulla propagazione delle onde sismiche in uno strato piano illimitato,* e ne discorre brevemente.

Digitized by Google

LETTURE

Sulla propagazione delle onde sismiche in uno strato piano illimitato.

Nota del Dott. BONAPARTE COLOMBO
presentata dal Socio nazionale residente C. Somigliana.

1. — Le onde di Rayleigh, dette anche superficiali, sono molto importanti nella teoria dei fenomeni sismici, perchè si ritengono atte a rappresentare le onde lunghe, cioè quelle che, in base all'osservazione, sembrano propagarsi con velocità costante sulla superficie terrestre.

Il prof. Somigliana, in due Note molto interessanti (1), ha fatto rilevare in proposito come esse si presentino naturalmente trattando il problema generale della propagazione delle onde piane in un suolo piano illimitato ed infinitamente profondo, ossia in un semispazio. Infatti egli ha dimostrato che alle tre radici dell'equazione di terzo grado di Rayleigh corrispondono onde piane del suolo di tre categorie, e precisamente quelle che risultano dalla sovrapposizione di un'onda longitudinale e di un'onda trasversale, inclinate fra loro in modo da dar luogo ad una identica velocità di propagazione sulla superficie libera del suolo; le onde superficiali di Rayleigh appartengono appunto, senza esaurirla, ad una delle tre categorie che si presenta però in modo singolare.

In questa Nota, studiando semplicemente alcune relazioni funzionali, dimostro che le considerazioni ed i risultati del prof. Somigliana si possono estendere al problema generale della propagazione delle onde sismiche in uno strato piano illi-

(1) SOMIGLIANA, *Sulla propagazione delle onde sismiche* (Nota I^a e II^a), "Rend. Acc. dei Lincei", 1° sem. 1917.

mitato, ossia in una lastra a faccie piane parallele di spessore finito, purchè una funzione di una variabile, che compare nel caso del semispazio ed è del tutto arbitraria, soddisfaccia ora alla condizione di ammettere un opportuno periodo; questo dipende dallo spessore della lastra e dalle tangenti trigonometriche degli angoli di emergenza delle coppie di onde che si sovrappongono.

Pertanto la seguente trattazione del problema in esame è completamente diversa da quella del Love (1) e del De Marchi (2).

2. — Fissiamo un sistema di coordinate cartesiane ortogonali tale che $z = 0$ e $z = h$ siano le equazioni delle faccie che limitano la lastra di spessore h, e supponiamo che il piano zx sia di propagazione (3) per due diversi sistemi di onde piane, le une longitudinali e le altre trasversali. Siano

$$\alpha_1 x + \gamma_1 z = \text{cost.}, \qquad \alpha_2 x + \gamma_2 z = \text{cost.}$$

le rispettive equazioni dei piani d'onda, necessariamente paralleli all'asse y, e siano

$$(1) \quad \begin{cases} u_1 = \alpha_1 \varphi (\alpha_1 x + \gamma_1 z - \epsilon_1 t) \\ w_1 = \gamma_1 \varphi (\alpha_1 x + \gamma_1 z - \epsilon_1 t), \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} u_2 = \gamma_2 \psi (\alpha_2 x + \gamma_2 z - \epsilon_2 t) \\ w_2 = -\alpha_2 \psi (\alpha_2 x + \gamma_2 z - \epsilon_2 t) \end{cases}$$

le componenti sugli assi x e z dei rispettivi vettori vibranti; inoltre si osservi che la componente v_1 del primo sull'asse y risulta nulla, essendo per ipotesi longitudinale la relativa onda, e che l'analoga componente v_2 del secondo si può, per sempli-

---

(1) Love, *Some Problems of Geodynamics*, cap. XI.

(2) De Marchi, *Teoria generale delle onde propagate sulla superficie piana di un solido elastico. Applicazione della teoria delle onde superficiali all'analisi dei sismogrammi*, "Rend. Acc. dei Lincei", 1° sem. 1916.

(3) Per maggiori dettagli si consultino le Note citate del prof. Somigliana.

Digitized by Google

cità, ritenere anche nulla, ciò che è lecito ai nostri scopi. Si noti poi che φ e ψ indicano funzioni, per ora arbitrarie, di argomenti i quali possono evidentemente assumere tutti i valori da $-\infty$ a $+\infty$; e infine che, essendo θ_1 e θ_2 gli angoli di emergenza, ossia gli angoli che le normali ai piani d'onda dei due sistemi formano coll'asse x, valgono le formule

$$(3) \qquad \operatorname{tg}\theta_1 = \frac{\gamma_1}{\alpha_1}, \qquad \operatorname{tg}\theta_2 = \frac{\gamma_2}{\alpha_2}.$$

Se λ e μ sono le costanti elastiche di Lamé e ρ la densità, devono essere vere le relazioni

$$(4) \qquad \frac{\lambda+2\mu}{\rho}(\alpha_1^2+\gamma_1^2) = \epsilon_1^2, \quad \frac{\mu}{\rho}(\alpha_2^2+\gamma_2^2) = \epsilon_2^2, \quad \frac{\epsilon_1}{\alpha_1} = \frac{\epsilon_2}{\alpha_2}.$$

delle quali le prime due risultano dalle equazioni del moto e la terza dall'imporre che coincidano le velocità superficiali di propagazione delle onde longitudinali e trasversali, che sono appunto eguali rispettivamente ad $\frac{\epsilon_1}{\alpha_1}$ e $\frac{\epsilon_2}{\alpha_2}$; il comune valore di questi rapporti si indichi con V.

L'onda che si ottiene sovrapponendo i due sistemi considerati ha per componenti di vibrazione $u = u_1 + u_2$, $v = v_1 + v_2$ e $w = w_1 + w_2$; riesce $v = 0$ per l'ipotesi fatta.

Dalle note formule

$$X_z = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

$$Y_z = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

$$Z_z = \lambda\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) + 2\mu\frac{\partial w}{\partial z},$$

dato che devono essere nulle le componenti della tensione elastica relativa ad un qualsiasi elemento piano delle superficie libere, cioè per $z = 0$ e per $z = h$, si ottengono nel nostro caso le condizioni superficiali seguenti:

Digitized by Google

$$2\alpha_1\gamma_1\varphi'(\alpha_1 x - \epsilon_1 t) + (\gamma_2^2 - \alpha_2^2)\psi'(\alpha_2 x - \epsilon_2 t) = 0$$
$$[\lambda(\alpha_1^2 + \gamma_1^2) + 2\mu\gamma_1^2]\varphi'(\alpha_1 x - \epsilon_1 t) - 2\mu\alpha_2\gamma_2\psi'(\alpha_2 x - \epsilon_2 t) = 0,$$

$$2\alpha_1\gamma_1\varphi'(\alpha_1 x + \gamma_1 h - \epsilon_1 t) + (\gamma_2^2 - \alpha_2^2)\psi'(\alpha_2 x + \gamma_2 h - \epsilon_2 t) = 0$$
$$[\lambda(\alpha_1^2 + \gamma_1^2) + 2\mu\gamma_1^2]\varphi'(\alpha_1 x + \gamma_1 h - \epsilon_1 t) - 2\mu\alpha_2\gamma_2\psi'(\alpha_2 x + \gamma_2 h - \epsilon_2 t) = 0,$$

ove al solito l'apice indica derivazione; la Y_z è senz'altro identicamente nulla.

Prescindendo dal caso banale in cui le funzioni φ e ψ si riducano a costanti, per la compatibilità tanto delle due equazioni (5) quanto delle due equazioni (6) è certo necessario che si abbia

$$(7) \qquad \begin{vmatrix} 2\alpha_1\gamma_1 & \gamma_2^2 - \alpha_2^2 \\ \lambda(\alpha_1^2 + \gamma_1^2) + 2\mu\gamma_1^2 & -2\mu\alpha_2\gamma_2 \end{vmatrix} = 0,$$

ossia

$$(7_1) \qquad 4\mu\alpha_1\alpha_2\gamma_1\gamma_2 = [\lambda\alpha_1^2 + (\lambda + 2\mu)\gamma_1^2](\alpha_2^2 - \gamma_2^2).$$

Dimostreremo nel § 3 che, supposta verificata la (7_1), si possono effettivamente soddisfare i sistemi (5) e (6) con funzioni φ e ψ non costanti.

Per ora osserviamo che si possono soddisfare tutte le condizioni (4) e (7_1) nelle costanti $\alpha_1, \gamma_1, \epsilon_1, \alpha_2, \gamma_2, \epsilon_2$. Invero ricavando dalle prime due delle (4) i valori di $\left(\frac{\gamma_1}{\alpha_1}\right)^2$ e $\left(\frac{\gamma_2}{\alpha_2}\right)^2$ in funzione di V^2 e sostituendoli nella (7_1), dopo averne diviso i due membri per $\alpha_1^2\alpha_2^2$ ed elevato a quadrato, si ottiene un'equazione di quarto grado in V^2; determinato V^2, sono determinati in conseguenza $\left(\frac{\epsilon_1}{\alpha_1}\right)^2$ ed $\left(\frac{\epsilon_2}{\alpha_2}\right)^2$, eguali entrambi a V^2, ed anche $\left(\frac{\gamma_1}{\alpha_1}\right)^2$ e $\left(\frac{\gamma_2}{\alpha_2}\right)^2$ (1).

L'equazione ottenuta per V^2 è quella stessa cui è giunto

(1) Con riguardo ai segni per i rapporti $\frac{\gamma_1}{\alpha_1}, \frac{\epsilon_1}{\alpha_1}, \frac{\gamma_2}{\alpha_2}, \frac{\epsilon_2}{\alpha_2}$ si possono effettivamente soddisfare le (4) e (7_1); α_1 ed α_2 restano ancora arbitrarî.

Digitized by Google

il Rayleigh ricercando la velocità di propagazione delle sue onde superficiali; essa, quando si sopprima la radice $V^2 = 0$ e si ponga $V^2 = \frac{\mu}{\rho}\eta$, assume la nota forma

$$(8)\qquad \eta^3 - 8\eta^2 + 8\left(3 - 2\,\frac{\mu}{\lambda+2\mu}\right)\eta - 16\left(1 - \frac{\mu}{\lambda+2\mu}\right) = 0,$$

studiata dal prof. Somigliana.

Ricordando le (3) e le (4), si ricavano le formule

$$(9)\qquad \mathrm{tg}^2\theta_1 = \frac{\mu}{\lambda+2\mu}\,\eta - 1\,, \qquad \mathrm{tg}^2\theta_2 = \eta - 1.$$

3. — Esaminiamo ora i sistemi (5) e (6), supposta naturalmente vera la (7_1), oltre alle (4): ponendo per semplicità

$$A = \alpha_2^2 - \gamma_2^2\,, \qquad B = 2\alpha_1\gamma_1\,,$$

essi si soddisfano con funzioni φ' e ψ' tali che valgano le relazioni funzionali

$$(10)\qquad \frac{\varphi'(\alpha_1 x - \epsilon_1 t)}{\psi'(\alpha_2 x - \epsilon_2 t)} = \frac{A}{B}\,,$$

$$(11)\qquad \frac{\varphi'(\alpha_1 x + \gamma_1 h - \epsilon_1 t)}{\psi'(\alpha_2 x + \gamma_2 h - \epsilon_2 t)} = \frac{A}{B}\quad (1).$$

Ponendo poi

$$(12)\qquad \varphi'(\zeta) = AG'\left(\frac{\zeta}{\alpha_1}\right), \qquad \psi'(\zeta) = BF'\left(\frac{\zeta}{\alpha_2}\right),$$

le quali introducono semplicemente un opportuno cambiamento di simboli funzionali, le (10) e (11) si mutano nelle relazioni equivalenti

$$(10_1)\qquad G'(x - Vt) = F'(x - Vt)\,,$$

$$(11_1)\qquad G'\left(x - Vt + \frac{\gamma_1}{\alpha_1}\,h\right) = F'\left(x - Vt + \frac{\gamma_2}{\alpha_2}\,h\right).$$

---

(1) Omettiamo la trattazione, estremamente semplice, dei casi speciali in cui riesce $A = 0$ oppure $B = 0$. Pertanto riteniamo senz'altro $A \neq 0$ e $B \neq 0$.

Digitized by Google

La (10_1) si soddisfa, comunque si fissi la funzione $F'(\xi)$, con $G'(\xi) = F'(\xi)$, e la (11_1) si soddisfa in conseguenza quando sia verificata la condizione

$$F'\left(x - Vt + \frac{\gamma_1}{\alpha_1} h\right) = F'\left(x - Vt + \frac{\gamma_2}{\alpha_2} h\right),$$

ossia

$$F'\left(\xi + \frac{\gamma_1}{\alpha_1} h\right) = F'\left(\xi + \frac{\gamma_2}{\alpha_2} h\right),$$

od ancora in definitiva

$$F'(\xi + k) = F'(\xi) \tag{13}$$

con

$$k = \left(\frac{\gamma_2}{\alpha_2} - \frac{\gamma_1}{\alpha_1}\right) h. \tag{14}$$

In conclusione:

Per soddisfare le (10_1) e (11_1) è necessario e sufficiente che sia $G'(\xi) = F'(\xi)$ e che $F'(\xi)$ sia una *funzione periodica arbitraria di periodo k.*

Perciò, ricordando le (12), si trae:

Per soddisfare le (10) *e* (11), *vale a dire le* (5) *e* (6), *è necessario e sufficiente che sia*

$$\varphi'(\zeta) = AF'\left(\frac{\zeta}{\alpha_1}\right), \qquad \psi'(\zeta) = BF'\left(\frac{\zeta}{\alpha_2}\right), \tag{15}$$

indicando $F'(\xi)$ *una funzione periodica arbitraria di periodo k.*

Le (15) porgono poi

$$\varphi(\zeta) = \alpha_1 AF\left(\frac{\zeta}{\alpha_1}\right) + M, \quad \psi(\zeta) = \alpha_2 BF\left(\frac{\zeta}{\alpha_2}\right) + N \quad (M, N = \text{cost.});$$

sostituendo nelle (1) e (2) si ottengono le componenti delle vibrazioni. Si osservi infine che dalla (13) si ricava

$$F(\xi + k) = F(\xi) + C \qquad (C = \text{cost.}).$$

Digitized by Google

4. — Abbiamo stabilito che la funzione $F'(\xi)$, del tutto arbitraria nel caso del suolo piano illimitato e infinitamente profondo, deve invece essere periodica, con periodo k, nel caso dello strato piano illimitato. Vogliamo ora fare qualche considerazione sul periodo.

In grazia alle (3) e alla (14) esso vale

$$k = (\operatorname{tg}\theta_2 - \operatorname{tg}\theta_1)\, h$$

e, per le (9), può anche esprimersi in funzione della corrispondente radice η di (8). Volendo però evitare i radicali, si deve calcolare k^2 e tenere conto della (7_1) scritta nella forma

$$(7_2) \quad 4\mu \operatorname{tg}\theta_1 \operatorname{tg}\theta_2 = [\lambda + (\lambda + 2\mu)\operatorname{tg}^2\theta_1](1 - \operatorname{tg}^2\theta_2)\,;$$

eseguendo i calcoli si ricava

$$k^2 = \left(\frac{1}{2}\eta^2 - \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\eta\right)h^2.$$

Infine osserviamo che, supposte reali $\operatorname{tg}\theta_1$ e $\operatorname{tg}\theta_2$ [1], il modulo del periodo è maggiore dello spessore della lastra, almeno nel caso in cui il coefficiente di Poisson vale $\frac{1}{4}$ ossia in cui è $\lambda = \mu$ (caso ammesso come tipico dai sismologi). Infatti, anche senza determinare η, si ponga $\operatorname{tg}\theta_2 = \operatorname{tg}\theta_1 + \tau$ e si sostituisca questo valore nella relazione

$$(\lambda + 2\mu)(\operatorname{tg}^2\theta_1 + 1) = \mu(\operatorname{tg}^2\theta_2 + 1)$$

ottenuta dalle (9); si ricava precisamente

$$(\lambda + \mu)\operatorname{tg}^2\theta_1 - 2\mu\tau \operatorname{tg}\theta_1 + \lambda + \mu - \mu\tau^2 = 0\,,$$

[1] Anzi basta supporre reale $\operatorname{tg}\theta_1$ perchè lo sia anche $\operatorname{tg}\theta_2$; ciò risulta dalle (9) e dalle note diseguaglianze in λ e μ: $\mu > 0$, $3\lambda + 2\mu > 0$, da cui $\lambda + 2\mu > 0$, $\lambda + \mu > 0$.

Digitized by Google

equazione di secondo grado in $\operatorname{tg}\theta_1$, il cui discriminante

$$\mu(\lambda + 2\mu)\tau^2 - (\lambda + \mu)^2,$$

per l'ipotesi fatta, deve riuscire positivo; allora risulta

$$\tau^2 > \frac{(\lambda + \mu)^2}{\mu(\lambda + 2\mu)},$$

e perciò, per $\lambda = \mu$,

$$\tau^2 > \frac{4}{3} \qquad |\operatorname{tg}\theta_2 - \operatorname{tg}\theta_1| > 1 \qquad \text{e} \qquad |k| > h.$$

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 30 Dicembre 1928 (VII)

PRESIDENZA DEL SENATORE ENRICO D'OVIDIO
SOCIO ANZIANO

Sono presenti i Soci: PEANO, MATTIROLO, SACCO, POCHETTINO e il Segretario REPOSSI.

Scusano la loro assenza il Presidente PARONA e il Direttore di Classe GRASSI.

Il verbale della adunanza precedente è letto ed approvato senza osservazioni.

Il Socio D'OVIDIO, assumendo la presidenza, porge ai Soci presenti, ed agli assenti, gli auguri pel nuovo anno, a nome del Presidente PARONA, del Direttore di Classe GRASSI e suo: auguri che i Soci presenti ricambiano di gran cuore.

Il Socio SACCO presenta in omaggio all'Accademia il volume XVII del periodico " Urania „.

Il Socio GARELLI, a proposito del processo verbale dell'ultima seduta, dal quale risulta che il Socio MAJORANA, presentando all'Accademia i due volumi degli *Atti del Congresso internazionale dei Fisici* tenutosi lo scorso anno a Como, Pavia e Roma, in occasione del primo centenario della morte di Alessandro Volta, comunicò che " il Congresso, udita una comuni-

Digitized by Google

" cazione del prof. Amerio documentante che il Volta riconobbe " per primo la costanza del coefficiente di dilatazione dell'aria, " fece unanime voto perchè d'ora innanzi nell'espressione della " legge di dilatazione dei gas si unisse al nome di Gay-Lussac " quello del grande fisico comasco „, fa rilevare che sin dal 1912 il nostro compianto Socio Icilio Guareschi, a proposito della legge sulla uniforme dilatazione dell'aria di Alessandro Volta, aveva rivendicato al grande fisico lombardo la priorità della detta legge, proponendo che in suo onore venisse denominata " legge di Volta e Gay-Lussac „, volendo così porre in evidenza che al Volta spettava la priorità della scoperta della legge dell'uniforme dilatazione dell'aria e al Gay-Lussac l'estensione della stessa agli altri gas.

Una prima pubblicazione di questo lavoro comparve nel Supplem. annuale all'" Enc. di Chimica „ diretta dallo stesso Guareschi, ed inoltre nell' " Archiv für die Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik „, 1913-1914, vol. V, pagine 142-154 e 209-225.

In seguito in un lavoro di grande mole intitolato *Notizie storiche sulla legge della dilatazione dei gas di Volta*, pubblicato nel Suppl. annuale del 1913-14, non solo ha confermato le osservazioni precedenti, ma a dar maggior risalto al merito di Volta riprodusse, annotandola, la memoria originale di Volta.

Digitized by Google

Adunanza del 13 Gennaio 1929 (VII)

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. C. F. PARONA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: PEANO, MATTIROLO, GRASSI, PANETTI, SOMIGLIANA, PONZIO, SACCO, HERLITZKA, POCHETTINO, GARELLI e il Segretario REPOSSI.

Il verbale dell'adunanza precedente è letto ed approvato senza osservazioni.

Il Socio SACCO presenta in omaggio all'Accademia un suo opuscolo dal titolo: *Il carbon fossile di Bagnone.*

In seguito il Socio SOMIGLIANA presenta per l'inserzione negli *Atti* una Nota del Prof. A. TONOLO sulla: *Determinazione di un particolare sistema di normali delle superficie dello spazio* S_4.

Il Socio GARELLI presenta poi una Nota del Prof. M. GIUA, dal titolo: *Ricerche sopra alcune reazioni di condensazione*, e la commenta brevemente.

Il Presidente infine, accennando alla prossima ripresa della stampa delle *Memorie*, ricorda ai Soci che già da parecchi anni giace presso l'Accademia la terza parte dello studio di A. TERRACCIANO sulla *Flora sarda*, le cui parti precedenti furono già pubblicate nelle *Memorie* dell'Accademia. Propone quindi che si provveda alla pubblicazione anche di questa ultima parte, sulla quale è già stato dato parere favorevole dalla Commissione a questo scopo nominata, e la consegna al Socio MATTIROLO perchè la riprenda brevemente in esame.

Digitized by Google

LETTURE

Determinazione di un particolare sistema di normali delle superficie dello spazio S_4.

Nota di ANGELO TONOLO
presentata dal Socio nazionale residente Carlo Somigliana.

Si consideri una superficie Σ dello spazio lineare S_4, il cui spazio 2-tangente in ogni punto P di Σ sia a quattro dimensioni. In questo spazio 2-tangente vi è un piano normale, nel senso che ogni sua retta passante per P è normale a Σ in questo punto. Si può allora porre la quistione di cercare in questo piano una coppia di normali ortogonali fra loro da ritenersi privilegiata rispetto alle infinite altre coppie passanti per P. È questo il problema che si è proposto il Prof. VITALI, e che ha avuto da Lui elegante risoluzione per tutte le superficie dello spazio hilbertiano il cui spazio 2-tangente è a quattro o a cinque dimensioni (1).

Secondo questo Autore (limitandomi alle superficie prese in esame nella presente Nota), la definizione di coppia privilegiata di normali ortogonali deve essere tale da risultare simmetrica rispetto alle medesime. Per le superficie Σ dello spazio S_4, sono

(1) G. VITALI, *Sopra alcuni invarianti associati ad una varietà e sopra i sistemi principali di normali delle superficie*, "Annales de la Société polonaise de mathématique „, t. VII (1928). È ovvio che per le superficie dello spazio hilbertiano, il cui spazio 2-tangente è a cinque dimensioni, bisognerà cercare una terna privilegiata di normali ortogonali fra loro due a due. Avverto che in una seconda Memoria, pubblicata negli stessi "Annales „ t. VII (1928), il Prof. VITALI ha risolto l'analoga quistione per ogni varietà dello spazio hilbertiano.

Digitized by Google

riuscito a determinare una simile coppia la quale, in generale, non coincide con quella del VITALI. E poichè la sua determinazione si fa in base a considerazioni geometriche assai semplici, ho creduto opportuno renderla nota a mezzo della presente comunicazione.

1. Preliminari. — Nello spazio lineare S_4, i cui punti sono riferiti ad un sistema di assi cartesiani ortogonali x, y, z, t, si consideri una superficie Σ di equazioni parametriche

$$(1)\qquad \begin{cases} x = x(u, v) \\ y = y(u, v) \\ z = z(u, v) \\ t = t(u, v), \end{cases}$$

il cui spazio 2-tangente sia a quattro dimensioni in ogni punto di Σ.

Sia

$$(2)\qquad a_{11}\,du^2 + 2a_{12}\,du\,dv + a_{22}\,dv^2$$

la forma che rappresenta il quadrato dell'elemento lineare di Σ, ove si è posto [2]:

$$(3)\qquad a_{rs} = S\,x_r'\,x_s' \qquad (r, s = 1, 2),$$

indicando con x_1', x_2' rispettivamente le derivate x_u', x_v'. Diciamo a il discriminante della forma (2).

Sia P un punto qualsivoglia di Σ, e indichiamo con X_3, Y_3, Z_3, T_3; X_4, Y_4, Z_4, T_4 i coseni direttori di due direzioni del piano normale a Σ in P passanti per questo punto e fra loro perpendicolari.

---

[2] Il simbolo S rappresenta una somma di quattro termini che si ottengono da quello scritto sotto il segno, mutando successivamente x, o la funzione che si riferisce all'asse delle x, rispettivamente in y, z, t, o nelle funzioni analoghe che sono relative agli assi y, z, t.

Digitized by Google

Se denotiamo con x_{11}, x_{12}, x_{22} le derivate seconde covarianti x_{uu}, x_{uv}, x_{vv} della funzione x rispetto alla forma (2), valgono le formule seguenti:

$$x_{rs} = f_{rs}\, X_3 + g_{rs}\, X_4 \tag{4}$$

(e analoghe naturalmente per le derivate covarianti di y, z, t), dove

$$f_{rs} = S\, X_3\, x_{rs}, \qquad (6)\ g_{rs} = S\, X_4\, x_{rs} \tag{5}$$

sono due tensori doppi simmetrici covarianti.

Alla forma differenziale (2), associamo le seguenti

$$f_{11}\, du^2 + 2f_{12}\, du\, dv + f_{22}\, dv^2, \tag{7}$$

$$g_{11}\, du^2 + 2g_{12}\, du\, dv + g_{22}\, dv^2. \tag{8}$$

In seguito si vedrà che nelle formule finali, entreranno in giuoco soltanto dei tensori calcolati con i coefficienti delle forme (2), (7), (8).

2. Determinazione di una particolare coppia ortogonale di normali della superficie Σ. — Il punto generico P di Σ considerato nel n° precedente, abbia per coordinate curvilinee u, v, e per coordinate cartesiane x, y, z, t. Indichiamo con π il piano tangente, e con ν il piano normale a Σ nel punto P. Le equazioni del piano ν si possono scrivere così:

$$\begin{cases} S(\xi - x)\, x_1' = 0 \\ S(\xi - x)\, x_2' = 0, \end{cases} \tag{9}$$

dove ξ, η, ζ, τ indicano le coordinate correnti dei punti del piano ν.

Sia P' un punto di Σ infinitamente vicino a P di coordinate curvilinee $u + du$, $v + dv$, e di coordinate cartesiane $x + dx$, ..., $t + dt$.

Le equazioni del piano normale ν' a Σ nel punto P', saranno:

Digitized by Google

$$(10)\quad \begin{cases} S(\xi - x - dx)(x_1' + x_{11}''\,du + x_{12}''\,dv + \theta_2) = 0 \\ S(\xi - x - dx)(x_2' + x_{21}''\,du + x_{22}''\,dv + \theta_2^*) = 0\,. \end{cases}$$

dove θ_2 e θ_2^* rappresentano termini di second'ordine almeno nei differenziali du, dv e x_{11}'', x_{12}'', x_{22}'' sono le derivate seconde ordinarie della funzione x. Sostituiamo al posto del dx la sua espressione $x_1'\,du + x_2'\,dv$, e poi sviluppiamo i prodotti che figurano nelle (10), tenendo conto soltanto dei termini che sono di primo ordine nei differenziali du, dv. Allora, in forza delle (3) e delle (9), le (10) diventano:

$$(11)\quad \begin{cases} S(\xi - x)(x_{11}''\,du + x_{12}''\,dv) = a_{11}\,du + a_{12}\,dv \\ S(\xi - x)(x_{21}''\,du + x_{22}''\,dv) = a_{21}\,du + a_{22}\,dv\,, \end{cases}$$

alle quali conviene dare un'altra forma. Denotiamo con $\left\{ \begin{matrix} r & s \\ t & \end{matrix} \right\}$ i simboli di Christoffel di seconda specie relativi alla forma (2). e ricordiamo che

$$(12)\qquad x_{rs} = x_{rs}'' - \sum_1^2{}_t \left\{ \begin{matrix} r & s \\ t & \end{matrix} \right\} x_t'\,.$$

Poniamo nelle equazioni (11) le derivate seconde ordinarie con le loro espressioni ricavate dalle (12): a causa delle (9), le (11) risultano le seguenti:

$$(13)\quad \begin{cases} S(\xi - x)(x_{11}\,du + x_{12}\,dv) = a_{11}\,du + a_{12}\,dv \\ S(\xi - x)(x_{21}\,du + x_{22}\,dv) = a_{21}\,du + a_{22}\,dv\,. \end{cases}$$

Infine, sostituendo in queste al posto delle derivate covarianti i secondi membri delle (4), si traggono le formule finali:

$$(14)\quad \begin{cases} S(\xi - x)\,\{(f_{11}\,du + f_{12}\,dv)\,X_3 + (g_{11}\,du + g_{12}\,dv)\,X_4\,\} = \\ \qquad = a_{11}\,du + a_{12}\,dv \\ S(\xi - x)\,\{(f_{21}\,du + f_{22}\,dv)\,X_3 + (g_{21}\,du + g_{22}\,dv)\,X_4\,\} = \\ \qquad = a_{21}\,du + a_{22}\,dv. \end{cases}$$

Digitized by Google

Per risolvere il sistema formato dalle (9) e (14) rispetto alle differenze $\xi - x$, $\eta - y$, $\zeta - z$, $t - \tau$, conviene sostituire le due prime equazioni con altre equivalenti nel modo seguente: indichiamo con X_1, Y_1, Z_1, T_1; X_2, Y_2, Z_2, T_2 i coseni direttori delle tangenti a due linee di Σ passanti per P e ortogonali fra loro. Allora le due equazioni (9) possono venire rimpiazzate dalle

$$(15)\quad \begin{cases} S(\xi - x) X_1 = 0 \\ S(\xi - x) X_2 = 0 , \end{cases}$$

e il sistema delle (15) e (14), sarà equivalente al sistema (9), (14).

Notiamo ora che il determinante

$$(16)\quad \begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & T_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 & T_2 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 & T_3 \\ X_4 & Y_4 & Z_4 & T_4 \end{vmatrix}$$

è ortogonale (e noi lo supporremo di valore uno). Vedremo subito come questo fatto faciliti i calcoli per la risoluzione del sistema (15), (14) rispetto alle differenze $\xi - x$, $\eta - y$, $\zeta - z$, $\tau - t$.

Con questa risoluzione noi verremo a determinare il punto d'incontro Q dei due piani normali ν e ν'.

Calcoliamo intanto il determinante B dei coefficienti delle differenze $\xi - x$, ..., $\tau - t$.

Abbiamo:

$$B = \begin{vmatrix} X_1 & \dots \\ X_2 & \dots \\ (f_{11}\,du + f_{12}\,dv)\,X_3 + (g_{11}\,du + g_{12}\,dv)\,X_4 & \dots \\ (f_{21}\,du + f_{22}\,dv)\,X_3 + (g_{21}\,du + g_{22}\,dv)\,X_4 & \dots \end{vmatrix}$$

Ovviamente si vede che B è uguale alla somma di

Digitized by Google

quattro determinanti, dei quali due sono nulli, e gli altri due valgono

$$(f_{11}\,du + f_{12}\,dv)\,(g_{21}\,du + g_{22}\,dv),$$

$$-(f_{21}\,du + f_{22}\,dv)\,(g_{11}\,du + g_{12}\,dv),$$

perchè il determinante (16) è uguale a uno. Abbiamo perciò:

$$(17)\qquad B = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ g_{11} & g_{12} \end{vmatrix} du^2 + \begin{vmatrix} f_{11} & f_{22} \\ g_{11} & g_{22} \end{vmatrix} du\,dv + \begin{vmatrix} f_{12} & f_{22} \\ g_{12} & g_{22} \end{vmatrix} dv^2.$$

Le direzioni PP' (reali od immaginarie) per cui B si annulla in P, sono determinate dalla equazione

$$(18)\qquad \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ g_{11} & g_{12} \end{vmatrix} du^2 + \begin{vmatrix} f_{11} & f_{22} \\ g_{11} & g_{22} \end{vmatrix} du\,dv + \begin{vmatrix} f_{12} & f_{22} \\ g_{12} & g_{22} \end{vmatrix} dv^2 = 0.$$

Osservo che il primo membro di questa equazione (18), all'infuori di un fattore, coincide con la forma F_2 di FUBINI [3] relativa alle superficie dello spazio S_4. Notiamo ancora che non può mai accadere che siano tutti nulli in P i minori di second'ordine che figurano nella (18): infatti, nel caso opposto, le due forme (7), (8) sarebbero proporzionali, e allora la superficie Σ nel punto P non avrebbe il suo spazio 2-tangente di quattro dimensioni.

Risolviamo ora il sistema (15), (14), limitando la esplicita risoluzione alla differenza $\xi - x$. Si ha:

$$(19)\qquad \xi - x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & Y_1 & \cdot & \cdot \\ 0 & Y_2 & \cdot & \cdot \\ a_{11}\,du + a_{12}\,dv & y_{11}\,du + y_{12}\,dv & \cdot & \cdot \\ a_{21}\,du + a_{22}\,dv & y_{21}\,du + y_{22}\,dv & \cdot & \cdot \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ g_{11} & g_{12} \end{vmatrix} du^2 + \begin{vmatrix} f_{11} & f_{22} \\ g_{11} & g_{22} \end{vmatrix} du\,dv + \begin{vmatrix} f_{12} & f_{22} \\ g_{12} & g_{22} \end{vmatrix} dv^2}.$$

[3] G. FUBINI, E. ČECH, *Geometria proiettiva differenziale* [Bologna, Nicola Zanichelli, in due tomi, 1926 e 1927]. Tomo secondo, pag. 632.

Detto A il determinante numeratore della (19), si trae:

$$A = (a_{11}\,du + a_{12}\,dv)\begin{vmatrix} Y_1 & \cdot\cdot \\ Y_2 & \cdot\cdot \\ y_{21}\,du + y_{22}\,dv & \cdot\cdot \end{vmatrix} - (a_{21}\,du + a_{22}\,dv)\begin{vmatrix} Y_1 & \cdot\cdot \\ Y_2 & \cdot\cdot \\ y_{11}\,du + y_{12}\,dv & \cdot\cdot \end{vmatrix}$$

Diciamo A_1 e A_2 i due determinanti che figurano nella (20): prendiamo in considerazione A_1, e in esso surroghiamo le derivate covarianti con le loro espressioni (4); si ha:

$$(21)\quad A_1 = (f_{21}\,du + f_{22}\,dv)\begin{vmatrix} Y_1 & \cdot\cdot \\ Y_2 & \cdot\cdot \\ Y_3 & \cdot\cdot \end{vmatrix} + (g_{21}\,du + g_{22}\,dv)\begin{vmatrix} Y_1 & \cdot\cdot \\ Y_2 & \cdot\cdot \\ Y_4 & \cdot\cdot \end{vmatrix}.$$

Poichè nel determinante (16) ogni elemento è uguale al proprio complemento algebrico, abbiamo anche:

$$(22)\quad A_1 = -(f_{21}\,du + f_{22}\,dv)\,X_4 + (g_{21}\,du + g_{22}\,dv)\,X_3.$$

Procedendo in modo analogo, si trova:

$$(23)\quad A_2 = -(f_{11}\,du + f_{12}\,dv)\,X_4 + (g_{11}\,du + g_{12}\,dv)\,X_3.$$

Perciò, sostituendo in (20), le (22) e (23), si ricava:

$$A = \left\{\begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ a_{11} & a_{12} \end{vmatrix} du^2 + \begin{vmatrix} f_{11} & f_{22} \\ a_{11} & a_{22} \end{vmatrix} du\,dv + \begin{vmatrix} f_{12} & f_{22} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix} dv^2 \right\} X_4 -$$

$$- \left\{\begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ a_{11} & a_{12} \end{vmatrix} du^2 + \begin{vmatrix} g_{11} & g_{22} \\ a_{11} & a_{22} \end{vmatrix} du\,dv + \begin{vmatrix} g_{12} & g_{22} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix} dv^2 \right\} X_3.$$

E infine la formula:

$$(24)\quad \xi - x = \frac{\left\{\begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ a_{11} & a_{12} \end{vmatrix} du^2 + \cdot\cdot\right\} X_4 - \left\{\begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ a_{11} & a_{12} \end{vmatrix} du^2 + \cdot\cdot\right\} X_3}{\begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ g_{11} & g_{12} \end{vmatrix} du^2 + \begin{vmatrix} f_{11} & f_{22} \\ g_{11} & g_{22} \end{vmatrix} du\,dv + \begin{vmatrix} f_{12} & f_{22} \\ g_{12} & g_{22} \end{vmatrix} dv^2}.$$

Digitized by Google

Diamo ora forma invariantiva al secondo membro della (24): introduciamo perciò i tre seguenti sistemi di funzioni:

$$(25)\qquad F_{11}=\begin{vmatrix} f_{11} & f_{12}\\ a_{11} & a_{12}\end{vmatrix}:\sqrt{a}\,,\quad F_{12}=F_{21}=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} f_{11} & f_{22}\\ a_{11} & a_{22}\end{vmatrix}:\sqrt{a}\,,$$

$$F_{22}=\begin{vmatrix} f_{12} & f_{22}\\ a_{12} & a_{22}\end{vmatrix}:\sqrt{a}\,;$$

$$(26)\qquad G_{11}=\begin{vmatrix} g_{11} & g_{12}\\ a_{11} & a_{12}\end{vmatrix}:\sqrt{a}\,,\quad G_{12}=G_{21}=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} g_{11} & g_{22}\\ a_{11} & a_{22}\end{vmatrix}:\sqrt{a}\,,$$

$$G_{22}=\begin{vmatrix} g_{12} & g_{22}\\ a_{12} & a_{22}\end{vmatrix}:\sqrt{a}\,;$$

$$(27)\qquad H_{11}=\begin{vmatrix} f_{11} & f_{12}\\ g_{11} & g_{12}\end{vmatrix}:\sqrt{a}\,,\quad H_{12}=H_{21}=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} f_{11} & f_{22}\\ g_{11} & g_{22}\end{vmatrix}:\sqrt{a}\,,$$

$$H_{22}=\begin{vmatrix} f_{12} & f_{22}\\ g_{12} & g_{22}\end{vmatrix}:\sqrt{a}\,;$$

e dimostriamo che essi costituiscono tre tensori doppi (simmetrici) covarianti. Limitiamo la dimostrazione al sistema F_{ij}. Sarà comodo ora indicare con u_1, u_2 le variabili u, v. Eseguiamo una qualsivoglia trasformazione di variabili

$$(\alpha)\qquad \begin{cases} u_1=u_1(v_1\,,\ v_2)\\ u_2=u_2(v_1\,,\ v_2)\end{cases}$$

a determinante funzionale non nullo, e — adoperando le notazioni del VITALI — indichiamo con $F_{ij}[u]$ le funzioni F_{ij} definite dalle (25), nelle variabili u e con $F_{ij}[v]$ le trasformate delle F_{ij} a mezzo della sostituzione (α). Poniamo ancora:

$$(28)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial u_{ij}}{\partial v_{hk}}=\dfrac{\partial u_i}{\partial v_h}\dfrac{\partial u_j}{\partial v_k}+\dfrac{\partial u_i}{\partial v_k}\dfrac{\partial u_j}{\partial v_h} & \text{se } i\neq j,\\ \dfrac{\partial u_{ij}}{\partial v_{hk}}=\dfrac{\partial u_i}{\partial v_h}\dfrac{\partial u_j}{\partial v_k} & \text{se } i=j.\end{cases}$$

Digitized by Google

Con queste notazioni, è notorio che si ha:

$$(29)\qquad \begin{cases} a_{ij}[v] = \sum'_{rs} a_{rs}[u] \dfrac{\partial u_{rs}}{\partial v_{ij}}, \\ f_{ij}[v] = \sum'_{rs} f_{rs}[u] \dfrac{\partial u_{rs}}{\partial v_{ij}}, \end{cases}$$

avendo indicato con Σ' la somma di tre termini che si ottengono da quello scritto, obbligando la coppia rs ad assumere soltanto le combinazioni con ripetizione 11. 12, 22.

Vediamo ora come si trasforma $F_{11}[u]$ a mezzo della sostituzione (α). È:

$$(30)\qquad F_{11}[v] = \begin{vmatrix} f_{11}[v] & f_{12}[v] \\ a_{11}[v] & a_{12}[v] \end{vmatrix} : \sqrt{a}[v].$$

In forza delle (29), e ricordando che

$$(31)\qquad \sqrt{a}[v] = \sqrt{a}[u] \frac{\partial(u_1, u_2)}{\partial(v_1, v_2)},$$

possiamo scrivere la (30) così:

$$(32)\qquad F_{11}[v] = \frac{\begin{Vmatrix} f_{11}[u] & f_{12}[u] & f_{22}[u] \\ a_{11}[u] & a_{12}[u] & a_{22}[u] \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} \frac{\partial u_{11}}{\partial v_{11}} & \frac{\partial u_{12}}{\partial v_{11}} & \frac{\partial u_{22}}{\partial v_{11}} \\ \frac{\partial u_{11}}{\partial v_{12}} & \frac{\partial u_{12}}{\partial v_{12}} & \frac{\partial u_{22}}{\partial v_{12}} \end{Vmatrix}}{\sqrt{a}[u] \frac{\partial(u_1, u_2)}{\partial(v_1, v_2)}}.$$

Il prodotto delle due matrici che figura nel numeratore del secondo membro della (32) è uguale alla somma dei prodotti dei determinanti

Digitized by Google

$$(33)\qquad \left\{ \begin{array}{l} \left|\begin{matrix} f_{11}[u] & f_{12}[u] \\ a_{11}[u] & a_{12}[u] \end{matrix}\right| \times \left|\begin{matrix} \frac{\partial u_{11}}{\partial v_{11}} & \frac{\partial u_{12}}{\partial v_{11}} \\ \frac{\partial u_{11}}{\partial v_{12}} & \frac{\partial u_{12}}{\partial v_{12}} \end{matrix}\right| + \\ \left|\begin{matrix} f_{11}[u] & f_{22}[u] \\ a_{11}[u] & a_{22}[u] \end{matrix}\right| \times \left|\begin{matrix} \frac{\partial u_{11}}{\partial v_{11}} & \frac{\partial u_{22}}{\partial v_{11}} \\ \frac{\partial u_{11}}{\partial v_{12}} & \frac{\partial u_{22}}{\partial v_{12}} \end{matrix}\right| + \\ \left|\begin{matrix} f_{12}[u] & f_{22}[u] \\ a_{12}[u] & a_{22}[u] \end{matrix}\right| \times \left|\begin{matrix} \frac{\partial u_{12}}{\partial v_{11}} & \frac{\partial u_{22}}{\partial v_{11}} \\ \frac{\partial u_{12}}{\partial v_{12}} & \frac{\partial u_{22}}{\partial v_{12}} \end{matrix}\right| , \end{array} \right.$$

che rispettivamente chiameremo m, n, p.

Prendiamo in considerazione il prodotto m; si ha, a causa delle posizioni (25), (28):

$$(34)\qquad m = \sqrt{a[u]}\; F_{11}[u] \left|\begin{matrix} \left(\frac{\partial u_1}{\partial v_1}\right)^2 & 2\,\frac{\partial u_1}{\partial v_1}\,\frac{\partial u_2}{\partial v_1} \\ \frac{\partial u_1}{\partial v_1}\,\frac{\partial u_1}{\partial v_2} & \frac{\partial u_1}{\partial v_1}\,\frac{\partial u_2}{\partial v_2} + \frac{\partial u_1}{\partial v_2}\,\frac{\partial u_2}{\partial v_1} \end{matrix}\right| .$$

Sviluppando il determinante della (34), si trova:

$$(35)\qquad m = \sqrt{a[u]}\; \frac{\partial(u_1, u_2)}{\partial(v_1, v_2)}\; F_{11}[u] \left(\frac{\partial u_1}{\partial v_1}\right)^2 .$$

Analogamente si hanno le formule:

$$(36)\qquad n = \sqrt{a[u]}\; \frac{\partial(u_1, u_2)}{\partial(v_1, v_2)}\; 2F_{12}[u]\, \frac{\partial u_1}{\partial v_1}\, \frac{\partial u_2}{\partial v_1} ,$$

$$(37)\qquad p = \sqrt{a[u]}\; \frac{\partial(u_1, u_2)}{\partial(v_1, v_2)}\; F_{22}[u] \left(\frac{\partial u_2}{\partial v_1}\right)^2 .$$

Sostituendo le (35), (36), (37) nella (32), si trae:

$$(38)\qquad F_{11}[v] = \sum{}'_{rs} F_{rs}[u]\, \frac{\partial u_{rs}}{\partial v_{11}} .$$

Digitized by Google

Similmente si dimostrano le relazioni

$$F_{12}[v] = \sum{}'_{rs} F_{rs}[u] \frac{\partial u_{rs}}{\partial v_{12}}, \tag{39}$$

$$F_{22}[v] = \sum{}'_{rs} F_{rs}[u] \frac{\partial u_{rs}}{\partial v_{22}}. \tag{40}$$

Le (38), (39), (40) provano che le $F_{rs}[u]$ definite dalle posizioni (25) formano un tensore doppio covariante, *c. d. d.*

Ritorniamo ora alle variabili u, v, e dividiamo numeratore e denominatore della (24) per $\sqrt{a}$; indi introduciamo le notazioni (25), (26), (27), si ha:

$$\xi - x = \frac{(F_{11}\,du^2 + 2F_{12}\,du\,dv + F_{22}\,dv^2)\,X_4 - (G_{11}\,du^2 + 2G_{12}\,du\,dv + G_{22}\,dv^2)\,X_3}{H_{11}\,du^2 + 2H_{12}\,du\,dv + H_{22}\,dv^2},$$

nella quale è manifesto il carattere invariantivo di fronte a qualsiasi cambiamento delle variabili u, v.

Poniamo:

$$\mu = F_{11}\,du^2 + 2F_{12}\,du\,dv + F_{22}\,dv^2, \tag{42}$$

$$\lambda = G_{11}\,du^2 + 2G_{12}\,du\,dv + G_{22}\,dv^2, \tag{43}$$

$$\nu = H_{11}\,du^2 + 2H_{12}\,du\,dv + H_{22}\,dv^2. \tag{44}$$

Allora, la (41) assume l'aspetto

$$\xi - x = \frac{\mu X_4 - \lambda X_3}{\nu}. \tag{45}$$

Le coordinate ξ, η, ζ, τ del punto d'incontro dei due piani normali alla superficie Σ nei punti P e P' si ricavano pertanto dalla (45) e dalle tre seguenti:

$$\eta - y = \frac{\mu Y_4 - \lambda Y_3}{\nu}, \tag{46}$$

$$\zeta - z = \frac{\mu Z_4 - \lambda Z_3}{\nu}, \tag{47}$$

$$\tau - t = \frac{\mu T_4 - \lambda T_3}{\nu}. \tag{48}$$

Digitized by Google

Consideriamo il determinante

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{22} \\ f_{11} & f_{12} & f_{22} \\ g_{11} & g_{12} & g_{22} \end{vmatrix},$$

e supponiamo che esso sia nullo. Valgono allora le relazioni

$$F_{11} : F_{12} : F_{22} = G_{11} : G_{12} : G_{22} = H_{11} : H_{12} : H_{22}.$$

Ne consegue in forza delle (45), (46), (47), (48) che il punto Q resta fisso al variare della direzione PP' attorno a P. Viceversa se avviene questo fatto, valgono le precedenti relazioni di proporzionalità, e quindi il determinante D ha valore zero.

In ciò che segue noi supporremo che D non sia nullo. Aggiungiamo che questo carattere si conserva, sia per cambiamenti delle coordinate u, v, sia per quelli delle direzioni $X_3, \ldots, T_3$; $X_4, \ldots, T_4$.

Seguiamo ora il criterio del VITALI (4) per determinare una coppia di normali passanti per il punto P ortogonali fra loro che risponda ad una definizione simmetrica rispetto alle due rette. Dividiamo allora la (43) per la (42); si ha:

$$\frac{\lambda}{\mu} = \frac{G_{11}\,du^2 + 2G_{12}\,du\,dv + G_{22}\,dv^2}{F_{11}\,du^2 + 2F_{12}\,du\,dv + F_{22}\,dv^2}. \tag{49}$$

Questa ci dice che fissato un valore al rapporto $\frac{dv}{du}$, cioè assegnata una direzione sul piano tangente π in P alla superficie Σ, resta fissato un valore per $\frac{\lambda}{\mu}$, e quindi una direzione sul piano normale ν di Σ nel punto P. Invece, ad ogni valore del rapporto $\frac{\lambda}{\mu}$, cioè ad ogni direzione passante per P del piano ν, corrispondono due valori del rapporto $\frac{dv}{du}$, cioè due direzioni del piano tangente π passanti per P. Queste due direzioni possono naturalmente essere tutte e due reali, o coinci-

(4) Cfr. G. VITALI, loc. cit. (1), pag. 64.

Digitized by Google

dere, od essere immaginarie. Interessa fissare quelle direzioni (eventualmente immaginarie) passanti per P del piano normale ν, alle quali corrispondono sul piano π due direzioni che coincidono. Queste rette si determinano, cercando i valori del rapporto $\frac{\lambda}{\mu}$ che annullano il discriminante della equazione

$$(\lambda F_{11} - \mu G_{11})\, du^2 + 2\,(\lambda F_{12} - \mu G_{12})\, du\, dv + \\ + (\lambda F_{22} - \mu G_{22})\, dv^2 = 0\,;$$

questi valori $\frac{\lambda}{\mu}$ sono pertanto radici della equazione

$$\begin{vmatrix} \lambda F_{11} - \mu G_{11} & \lambda F_{12} - \mu G_{12} \\ \lambda F_{12} - \mu G_{12} & \lambda F_{22} - \mu G_{22} \end{vmatrix} = 0. \tag{50}$$

Adoperando una denominazione del VITALI chiameremo *normali doppie* quelle normali di ν individuate dalle radici $\frac{\lambda}{\mu}$ della equazione (50).

Dimostriamo che le nostre normali doppie sono certamente immaginarie (5). Basterà provare che il discriminante della equazione (50) è negativo. Per questo, ricordiamo che effettuando una qualunque trasformazione di variabili u, v (a determinante funzionale non nullo), il discriminante dell'equazione (50) trasformata, è uguale al prodotto del discriminante dell'equazione primitiva per il quadrato del determinante funzionale della trasformazione adoperata. Cosicchè, per ciò che riguarda il segno di questo discriminante, basterà riferirsi ad una particolare scelta di variabili u, v. E noi, allora, approfittando del fatto che la forma (2) è definita (positiva), prenderemo come variabili u, v quelle che rendono le forme (2), (7) simultaneamente ortogonali. Con queste variabili, avendo

$$a_{12} = f_{12} = 0\,;\; F_{11} = F_{22} = 0\,;\; G_{11} = -a_{11}\, g_{12},\; G_{22} = a_{22}\, g_{12},$$

(5) Le normali doppie del VITALI possono anche essere reali.

Digitized by Google

il discriminante della equazione (50) diventa uguale a

$$-4a_{11}\ a_{22}\ g^2_{12}\ F^2_{12}.$$

Ora nè g_{12}, nè F_{12} possono annullarsi, perchè nel caso opposto sarebbe nullo il determinante D: il discriminante della (50) è certamente negativo, essendo positivi a_{11}, a_{22}.

Queste normali doppie possono essere le rette cicliche del piano v.

Escluso questo ultimo caso, le normali doppie dividono v in due angoli. Le bisettrici del loro angolo sono sempre reali e perpendicolari fra loro. *Queste bisettrici allora formano una coppia di normali in* P *alla superficie* Σ *che gode della proprietà di simmetria richiesta.*

3. Caso delle superficie cicliche. — Se le normali doppie sono le rette cicliche del piano v, dovendo l'equazione (50) essere equivalente all'equazione

$$\lambda^2 + \mu^2 = 0,$$

dovrà essere, qualunque sia la coppia $X_3, \ldots, T_3$; $X_4, \ldots, T_4$,

$$F_{11}\ F_{22} - F_{12}^2 = G_{11}\ G_{22} - G_{12}^2, \tag{51}$$

$$F_{11}\ G_{22} - 2F_{12}\ G_{12} + F_{22}\ G_{11} = 0. \tag{52}$$

Chiamiamo *punto ciclico* un punto P di Σ nel quale le normali doppie sono le rette cicliche del piano normale in P alla superficie Σ, e *superficie ciclica* una superficie nella quale i punti sono tutti ciclici. Un interessante esempio di superficie che hanno questa proprietà, ci è offerto dalle *superficie riemanniane di* KOMMERELL (6).

(6) Nella Nota del VITALI si prova (pagg. 65-67) che queste superficie sono pure cicliche secondo il criterio seguito da questo Autore per definire una coppia privilegiata di normali.

Digitized by Google

Come equazioni di queste superficie, noi assumiamo le seguenti:

$$(53)\qquad \begin{cases} x = u \\ y = v \\ z = z(u, v) \\ t = t(u, v), \end{cases}$$

dove $z + it$ è funzione della variabile complessa $u + iv$. Proviamo che esse sono cicliche: basterà provare che per esse sussistono le (51), (52).

Tenendo presenti le relazioni di monogeneità

$$z_u' = t_v', \qquad z_v' = -t_u',$$

si trova:

$$(54)\qquad ds^2 = (1 + \Delta)(du^2 + dv^2),$$

avendo posto:

$$\Delta = z_u'^2 + z_v'^2.$$

Per le derivate seconde covarianti delle funzioni (53) rispetto alla forma (54), si hanno le espressioni:

$$(55)\qquad \begin{cases} x_{uu} = -\dfrac{\Delta_u'}{2(1+\Delta)}, \quad x_{uv} = -\dfrac{\Delta_v'}{2(1+\Delta)}, \quad x_{vv} = \dfrac{\Delta_u'}{2(1+\Delta)}; \\ y_{uu} = \dfrac{\Delta_v'}{2(1+\Delta)}, \quad y_{uv} = -\dfrac{\Delta_u'}{2(1+\Delta)}, \quad y_{vv} = -\dfrac{\Delta_v'}{2(1+\Delta)}; \\ z_{uu} = z_{uu}'' - \dfrac{\Delta_u'}{2(1+\Delta)} z_u' + \dfrac{\Delta_v'}{2(1+\Delta)} z_v', \\ z_{uv} = z_{uv}'' - \dfrac{\Delta_v'}{2(1+\Delta)} z_u' - \dfrac{\Delta_u'}{2(1+\Delta)} z_v', \\ z_{vv} = z_{vv}'' + \dfrac{\Delta_u'}{2(1+\Delta)} z_u' - \dfrac{\Delta_v'}{2(1+\Delta)} z_v', \\ t_{uu} = t_{uu}'' - \dfrac{\Delta_u'}{2(1+\Delta)} t_u' + \dfrac{\Delta_v'}{2(1+\Delta)} t_v', \\ t_{uv} = t_{uv}'' - \dfrac{\Delta_v'}{2(1+\Delta)} t_u' - \dfrac{\Delta_u'}{2(1+\Delta)} t_v', \\ t_{vv} = t_{vv}'' + \dfrac{\Delta_u'}{2(1+\Delta)} t_u' - \dfrac{\Delta_v'}{2(1+\Delta)} t_v'. \end{cases}$$

Digitized by Google

Da queste si traggono le relazioni:

$$(56)\qquad \begin{cases} x_{uu} + x_{vv} = 0\,, \\ y_{uu} + y_{vv} = 0\,, \\ z_{uu} + z_{vv} = 0\,, \\ t_{uu} + t_{vv} = 0\,. \end{cases}$$

Facilmente si verifica che

$$Sx_{uu}\, x_{uv} = 0\,,$$

il che significa che tali direzioni sono fra loro perpendicolari.

Indichiamo ora con $X_3, \ldots, T_3$; $X_4, \ldots, T_4$ i coseni direttori delle direzioni normali alla superficie individuate dalle derivate covarianti $x_{uu}, \ldots, t_{uu}$; $x_{uv}, \ldots, t_{uv}$.

Avremo:

$$(57)\qquad \begin{cases} x_{uu} = f_{11}\, X_3\,, \\ y_{uu} = f_{11}\, Y_3\,, \\ z_{uu} = f_{11}\, Z_3\,, \\ t_{uu} = f_{11}\, T_3\,. \end{cases} \qquad (58)\qquad \begin{cases} x_{uv} = g_{12}\, X_4\,, \\ y_{uv} = g_{12}\, Y_4\,, \\ z_{uv} = g_{12}\, Z_4\,, \\ t_{uv} = g_{12}\, T_4\,. \end{cases}$$

Perciò:

$$(59)\qquad g_{11} = f_{12} = g_{22} = 0\,.$$

E in forza delle (56),

$$(60)\qquad f_{22} = -f_{11}\,.$$

Resta a calcolare f_{11} e g_{12}.

Dalle (57), (58) si trae:

$$f^2_{11} = Sx^2_{uu}$$

$$g^2_{12} = Sx^2_{uv}\,.$$

Ponendo al posto delle derivate le loro espressioni (55) si ricava, dopo ovvi calcoli,

$$f_{11} = g_{12} = \pm \sqrt{\frac{z_{uu}''^2 + z_{uv}''^2}{1+\Delta}}\,. \tag{61}$$

Perciò, essendo $a_{11} = a_{22} = 1 + \Delta$, $a_{12} = 0$, a causa delle (59), (60), (61), si trova:

$$F_{11} = 0, \quad F_{12} = \pm f_{11}, \quad F_{22} = 0;$$

$$G_{11} = \mp g_{12}, \quad G_{12} = 0, \quad G_{22} = \pm g_{12}.$$

E perciò:

$$F_{11}\,F_{22} - F^2_{12} = G_{11}\,G_{22} - G^2_{12},$$

$$F_{11}\,G_{22} - 2F_{12}\,G_{12} + F_{22}\,G_{11} = 0,$$

c. d. d.

Per un'osservazione già fatta dal VITALI nella nota citata (pag. 60-61), le relazioni precedenti sussistono per ogni altra coppia ortogonale di normali.

4. Proprietà analitiche della coppia di normali. — Per le normali che abbiamo determinato al n° 2, si può istituire una ricerca analitica perfettamente simile a quella fatta dal VITALI nel citato lavoro (pag. 63-65). E appunto per questa stretta analogia, noi qui ci limitiamo ad affermare, senza dimostrare, certi risultati, tanto sono ovvie le modificazioni da farsi per passare dal procedimento del VITALI a quello che andremo ora svolgendo.

Consideriamo tre direzioni dello spazio 2-tangente in P alla superficie definite così:

$$\overline{x_{rs}} = F_{rs}\,X_4 - G_{rs}\,X_3, \ldots, \quad \overline{t_{rs}} = F_{rs}\,T_4 - G_{rs}\,T_3\,.$$

Digitized by Google

Avendosi allora dalle (45), (46), (47), (48)

$$\xi - x = \frac{\overline{x_{11}}\,du^2 + 2\overline{x_{12}}\,du\,dv + \overline{x_{22}}\,dv^2}{\nu},$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\tau - t = \frac{\overline{t_{11}}\,du^2 + 2\overline{t_{12}}\,du\,dv + \overline{t_{22}}\,dv^2}{\nu},$$

ne concludiamo che la normale PQ alla superficie Σ, ha i coseni direttori proporzionali alle quantità

$$\overline{x_{11}}\,du^2 + 2\overline{x_{12}}\,du\,dv + \overline{x_{22}}\,dv^2, \ldots, \quad \overline{t_{11}}\,du^2 + 2t_{12}\,du\,dv + \overline{t_{22}}\,dv^2.$$

Poichè il nostro spazio 2-tangente è a quattro dimensioni, e le tre direzioni testè definite sono situate sul piano normale ν in P, esse non saranno indipendenti, cosicchè, posto

$$\overline{A}_{rs,pq} = S\overline{x}_{rs}\,\overline{x}_{pq},$$

il determinante

$$\overline{A} = \begin{vmatrix} \overline{A}_{11,11} & \overline{A}_{11,12} & \overline{A}_{11,22} \\ \overline{A}_{12,11} & \overline{A}_{12,12} & \overline{A}_{12,22} \\ \overline{A}_{22,11} & \overline{A}_{22,12} & \overline{A}_{22,22} \end{vmatrix}$$

sarà nullo.

Diciamo $\overline{A}^{rs,pq}$ il complemento algebrico dell'elemento $\overline{A}_{rs,pq}$ del determinante $\overline{A}$, e consideriamo il sistema di funzioni

$$\alpha^{hk,pq} = 2^{\varepsilon_{hk}+\varepsilon_{pq}}\,\overline{A}^{hk,pq} : 4a^3, \tag{62}$$

dove ϵ_{hk}, ϵ_{pq} valgono zero o uno, secondo che gli indici h, k: p, q sono differenti od uguali. Il sistema (62) è un tensore quadruplo contravariante. Poniamo ancora

$$\overline{R}_{rs,pq} = \overline{A}_{rp,sq} - \overline{A}_{rq,sp}, \tag{63}$$

$$\overline{\rho}^{rs,pq} = \overline{\alpha}^{rp,sq} - \overline{\alpha}^{rq,sp}. \tag{64}$$

Digitized by Google

Sono questi rispettivamente due tensori quadrupli, il (63) covariante, e il (64) controvariante. Le funzioni

$$\bar{J}_2 = \bar{R}_{12,12} : a \,, \tag{65}$$

$$\bar{J}_4 = \bar{\rho}^{12,12} \,.\, a \tag{66}$$

sono due invarianti.

Consideriamo infine l'equazione di terzo grado in θ

$$\begin{vmatrix} \bar{A}_{11,11} & \bar{A}_{11,12} & \bar{A}_{11,22} - \theta \\ \bar{A}_{12,11} & \bar{A}_{12,12} + \frac{\theta}{2} & \bar{A}_{12,22} \\ \bar{A}_{22,11} - \theta & \bar{A}_{22,12} & \bar{A}_{22,22} \end{vmatrix} = 0 \,, \tag{67}$$

cioè

$$\rho^3 + 2\bar{J}_2 \rho + 4\bar{J}_4 = 0 \,,$$

avendo posto $\rho = \frac{\theta}{a}$.

Nel numero 2 la coppia di normali di coseni direttori $X_3, \ldots, T_3$; $X_4, \ldots, T_4$ è arbitraria. Assumiamo ora come tale coppia proprio quella che ci è offerta dalle bisettrici determinate nel numero suddetto. Allora si può provare che, fatta la posizione

$$(F, G) = F_{11} G_{22} - 2F_{12} G_{12} + F_{22} G_{11} \,,$$

e quindi anche

$$(F, F) = 2(F_{11} F_{22} - F^2_{12}),$$

$$(G, G) = 2(G_{11} G_{22} - G^2_{12}),$$

la espressione (F, G) ha valore nullo, mentre le espressioni (F, F), (G, G) sono radici della equazione (67). Possiamo pertanto enunciare il teorema seguente, che trova il suo analogo nel lavoro del VITALI [7]:

---

[7] Cfr. VITALI, loc. cit. [1], pag. 63.

Digitized by Google

TEOREMA. — *Se* Σ *è una superficie dello spazio lineare* S_4, *il cui spazio 2-tangente è a quattro dimensioni, esiste in ogni suo punto una coppia ortogonale di normali a* Σ, *per la quale ha luogo la relazione*

$$(F,\ G) = 0\,.$$

Digitized by Google

Ricerche sopra alcune reazioni di condensazione.

Nota di MICHELE GIUA
presentata dal Socio nazion. residente Felice Garelli.

In una Nota precedente, pubblicata negli *Atti* di questa Accademia (1), occupandomi della utilizzazione come carburante del fusèlolo che si forma nella cosiddetta fermentazione acetono-butilica, eseguii diverse esperienze: 1°, per trasformare gli alcoli superiori contenuti nel fuselolo in eteri semplici e misti, che hanno il vantaggio di essere meno volatili dell'etere etilico e che si prestano per una maggiore compressione nei motori a scoppio; 2°, per trasformare questi alcoli superiori in idrocarburi olefinici. Fra i componenti del fuselolo, solamente l'alcool amilico può dare per disidratazione un prodotto liquido, mentre gli altri dànno idrocarburi gassosi, ciò che renderebbe il processo di scarsa importanza, se gli idrocarburi olefinici, a temperature elevate, non formassero prodotti di polimerizzazione, particolarmente sotto l'azione di catalizzatori adatti. Poichè le esperienze cennate, di carattere orientativo, furono condotte in un apparecchio assai semplice, funzionante alla pressione ordinaria — e non volendo per il momento variare le condizioni delle esperienze precedenti — ho continuato lo studio dell'argomento facendo avvenire una condensazione catalitica degli idrocarburi olefinici (in modo particolare del butilene) con l'aldeide acetica, prodotto oggi facilmente accessibile alla tecnica.

Per l'azione disidratante degli ossidi metallici, che si esercita su una miscela di alcool ed aldeide, si può eliminare l'ossigeno sotto forma di acqua e produzione di un idrocarburo non

(1) Vol. LXI, pag. 199 (1926).

Digitized by Google

saturo. Così, impiegando miscele di alcool butilico e amilico con l'aldeide acetica, le reazioni di disidratazione possono procedere nel modo seguente:

$$C_4H_9—OH + CH_3—CHO \rightarrow C_6H_{10} + 2H_2O.$$

$$C_5H_{11}—OH + CH_3—CHO \rightarrow C_7H_{12} + 2H_2O.$$

Queste, ed altre reazioni analoghe, possono trovare una conferma nel processo per la preparazione del " sintolo „ e derivati, introdotto nella tecnica da Fr. Fischer e fondato sulla condensazione catalitica sotto pressione del gas d'acqua (2).

In un'altra serie di esperienze ho tentato di condensare l'acetilene con l'acetone, in presenza di opportuni catalizzatori. Come è noto, sulla detta condensazione è fondato anche un metodo industriale per la preparazione dell'isoprene e quindi, per successiva polimerizzazione, del caucciù sintetico (3). I catalizzatori impiegati furono il sodio metallico, l'ossido di mercurio e di calcio, la calce sodata; i risultati ottenuti dimostrano che il sodio è il più attivo; esso agisce come condensante verso lo stesso acetone, trasformandolo in una serie numerosa di derivati, come l'alcool diacetonico, l'ossido di mesitile, il forone, lo xilitone, ecc. (4).

I liquidi ottenuti nelle condizioni sperimentali descritte più

---

(2) Fr. Fischer e Hans Tropsch, " Brennstoff Chemie „, *4*, 276 (1923); *5*, 201 (1924); " Ber. „, *56*, 2428 (1923); " Gesammelte Abhandlungen zur Kenntnis der Kohle „, vol. VII, pag. 49 e *passim* (1925). — Cfr. anche Naphtali, *Leichte Kohlenwasserstofföle*, pag. 348 (1928).

(3) Cfr. Karrer, *Lehrbuch der org. Chemie*, pag. 63 (1928).

(4) Sulla condensazione dell'acetone in mezzo alcalino cfr.: Fittig, " Ann. Chem. „, *110*, 23 (1859); Beilstein e Rieth, Ivi, *126*, 245 (1863); Claisen, Ivi, *180*, 4 (1876); Pawlow, Ivi, *188*, 128 (1877); Bredt e Rübel, Ivi, *299*, 165 (1898); Kerp e Müller, Ivi, *299*, 114, 211 (1898); Louise, " Bull. Soc. Chim. „ (2), *39*, 522 (1906); Oendorff e Young, " Am. chem. J. „, *15*, 249 (1893); Thitherley, " J. chem. Soc. „, *81*, 1526 (1902); Pinner, " Ber. „, *15*, 589 (1882); Freund e Speyer, Ivi, *35*, 2321 (1902); Knövenagel, Ivi, *39*, 3460 (1906); Reich e Serpek, " Helv. chim. Acta „, *3*, 138 (1920); Porlezza, " Gazz. chim. ital. „, *54*, 491 (1924).

Digitized by Google

oltre sono miscele complesse a causa della formazione dei prodotti di condensazione dello stesso acetone; in ogni caso, mai la parte trasformata dell'acetone messo a reagire ha superato il 65 %. Come già si avvertì nella nota precedente, anche nelle esperienze descritte in questa non si è preso di mira lo studio completo analitico dei diversi prodotti della reazione.

Parte sperimentale

(In collaborazione coi Dottori L. Thumiger ed E. Brunelli).

Pirogenazione di miscele di alcoli e aldeide acetica. — Fu impiegato lo stesso apparecchio descritto nella nota precedente. L'aldeide acetica venne fatta gocciolare da un imbuto a rubinetto nel pallone di distillazione, in modo da essere trascinata dai vapori di alcool. attraverso il tubo, sulla massa catalitica, costituita da 80 % di Al_2O_3 e 20 % di Cr_2O_3. La temperatura del tubo di catalisi fu mantenuta fra 400-450°. L'esperienza venne condotta nel modo seguente: sopra una miscela di alcool isobutilico e di alcool amilico di fermentazione, formata da gr. 18 del primo e gr. 22 del secondo, portata all'ebollizione, si lasciano gocciolare gr. 22 di aldeide acetica. Dagli apparecchi di condensazione sfuggono copiosi vapori che reagiscono rapidamente col bromo; il condensato liquido che si raccoglie è diviso in due strati: quello superiore distilla fra 80-90° e pesa gr. 25; quello inferiore pesa gr. 14 e distilla fra 95-107°. Esso è costituito da acqua e piccole quantità di alcoli inalterati. Lo strato superiore è costituito da idrocarburi, in prevalenza non saturi; reagisce energicamente col bromo, mentre non reagisce che debolmente col sodio metallico. La presenza del doppio legame fu anche confermata con la reazione di Balbiano dell'acetato mercurico (5).

Il distillato fra 80-90° dà infatti con la soluzione acquosa satura di acetato mercurico un precipitato bianco.

(5) Balbiano, " Chem. Zeit. „, 1901, pag. 932; " Ber. „ *36*, 3575 (1905); " Gazz. chim. ital. „, *36*, 277 (1906); " Rend. Acc. Lincei „. *18*, I, 372 (1909); *24*, I, 165 (1915).

Digitized by Google

Acetilene e acetone. — Nelle esperienze, su 500-600 gr. di acetone, in presenza del catalizzatore, furono fatti gorgogliare circa 50 l. di acetilene, purificato previamente sia con soluzione alcalina di permanganato, che con soluzione acida.

1ª Esperienza. — 500 gr. di acetone furono trattati a freddo e agitando con gr. 23 di sodio metallico; cessato lo sviluppo d'idrogeno fu immessa una corrente regolare di acetilene, dapprima a freddo, indi riscaldando a b. m. per circa 4-5 ore. Dopo saturazione con anidride carbonica il liquido filtrato fu distillato frazionatamente.

Fra 55-65° distillarono gr. 230; fra 65-150° gr. 220; fra 150-200° gr. 31 e fra 200-250° gr. 49.

2ª Esperienza. — La stessa quantità di acetone fu assoggettata all'azione dell'acetilene in presenza di un miscuglio costituito da gr. 50 di ossido mercurico e gr. 50 di calce viva. In questa esperienza si ebbe una perdita di acetone a causa di un non perfetto funzionamento degli apparecchi di condensazione. Il liquido filtrato, colorato in giallo, sottoposto alla distillazione frazionata, dette:

Fra 55-60° gr. 300; fra 60-70° gr. 130; fra 70-120° gr. 25.

3ª Esperienza. — L'acetone (gr. 600), in presenza di gr. 100 di calce sodata e gr. 20 di ossido di mercurio, fu sottoposto all'azione di una lenta corrente di acetilene per circa 12 ore, riscaldando debolmente a b. m. Per distillazione del liquido filtrato, colorato in rosso-bruno, si ottennero le seguenti frazioni:

Fra 55-65° gr. 439; fra 65-75° gr. 121; fra 75-100° gr. 16; fra 100-120° gr. 38.

La frazione che bolle fra 65-150° della esperienza 1ª sottoposta ad un ulteriore processo di distillazione frazionata, dette un liquido di odore penetrante, con punto di ebollizione compreso fra 102-104°, che sottoponemmo all'analisi elementare.

Digitized by Google

Gr. 0,2503 di sostanza dettero gr. 0,6567 di CO_2 e gr. 0,2172 di H_2O.

Calcolato per C_5H_8O	Trovato
C % : 71,37	71,56
H „ : 9,59	9,64.

Questi dati analitici concordano per il 3-metilbutinolo che prende origine nella reazione fra l'acetilene e il sodio-acetone (6) oppure fra l'acetiluro di sodio e l'acetone (7).

Le frazioni che bollono a temperature superiori ai 150° reagiscono con l'idrossilamina, la fenilidrazina e la semicarbazide, indizio ch'esse contengono prodotti della condensazione alcalina dell'acetone. Inoltre, queste frazioni gelatinizzano facilmente il pirocollodio (contenente il 12,1 % di N), caratteristica anche questa di vari chetoni derivati dall'acetone.

Queste ricerche verranno continuate.

Torino, Laboratorio di Chimica organica
della R. Scuola di Ingegneria.

---

(6) Cfr. i brevetti Merck e Bayer in " Chem. Centr. „, 1914, II, 1370 1916, I, 815; II, 288.

(7) Hess e Munderloh, " Ber. „, *51*, 377 (1918).

L'Accademico Segretario
Emilio Repossi.

Digitized by Google

PUBBLICAZIONI FATTE

Messale miniato del car

Codice della Bibliote
per cura di **C. Frati**.

Torino. **Fratelli** Bo
vole in fotocollograf

Codice evangelico *k* de
riprodotto in fac-sir
e **P. Fedele.**

Torino, **Casa** editr
e 96 tav.

Opere scelte di Amedeo

Torino, Unione t
14 can., CXII-492 pp.

Miscellanea di studi dan

Torino, Frat-lli

Digitized by Google

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

Opere scelte di Amedeo Avogadro (per cura di **I. Guareschi**).

Torino, Unione tipografico-editrice torinese, 1911, 1 vol. in-4° (4 csn., CXL-492 pp., 1 ritr.).

Miscellanea di studi danteschi. *Dante e il Piemonte.*

Torino, Fratelli Bocca editori, 1922, in-8° (VIII-648 pp.).

Digitized by Google

SOMMARIO

Classi Unite.

unto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 25 Novembre 1928 *Pag.* 43

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

unto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 2 Dicembre 1928 . *Pag.* 46
occalatte (Cesarina). — La Geometria basata sulle idee di punto e angolo retto . . . . . „ 47
unto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 16 Dicembre 1928 . „ 56
olombo (Bonaparte). — Sulla propagazione delle onde sismiche in uno strato piano illimitato . . . . . „ 58
unto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 30 Dicembre 1928 . „ 66
unto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 13 Gennaio 1929 . „ 68
onolo (Angelo). — Determinazione di un particolare sistema di normali delle superficie dello spazio S_4 . . . . . „ 69
iua (Michele). — Ricerche sopra alcune reazioni di condensazione „ 89

o Vincenzo Bona - Torino

Digitized by Google

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. LXIV, DISP. 7ª E 8ª, 1928-1929

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3
1929

Digitized by Google

CL

SCIENZE FISICHE, M

Adunanza del

PRESIDENZA DEL
PRESIDEN

Sono presenti i Soci:
, POCHETTINO, GAREL

Scusano l'assenza i So
Il verbale dell'adunan
n osservazioni.
Il Presidente present
Emanuele PATERNÒ
Aderito BELLI: *Lo*
Ente autonomo pe
lazione 1928,
strandole con brevi p
ANI fu nominato So
5 luglio 1783.
Il Presidente presen
serzione negli *Atti*, un
ALE e V. RICCA, su
Appromonte (*).

(*) La Nota AMERIO, DE
Appromonte, essendo rit

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 27 Gennaio 1929 (VII)

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. C. F. PARONA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Peano, Grassi, Panetti, Sacco, Pochettino, Garelli e Boggio, in funzione di Segretario.

Scusano l'assenza i Soci: Mattirolo, Somigliana e Repossi.

Il verbale dell'adunanza precedente è letto ed approvato senza osservazioni.

Il Presidente presenta in omaggio all'Accademia le opere:

Emanuele Paternò: *Conferenze e discorsi scientifici*;

Aderito Belli: *Lazzaro Spallanzani*;

Ente autonomo per l'Acquedotto Pugliese: *Seconda relazione 1928*,

illustrandole con brevi parole, e ricordando che Lazzaro Spallanzani fu nominato Socio straniero della nostra Accademia il 25 luglio 1783.

Il Presidente presenta, a nome del Socio Somigliana, per l'inserzione negli *Atti*, una Nota dei Prof.ri A. Amerio, C. De Pasquale e V. Ricca, sulle *Misure pireliometriche eseguite sull'Aspromonte* (*).

(*) La Nota Amerio, De Pasquale, Ricca: *Misure pireliometriche eseguite sull'Aspromonte*, essendo ritardata, uscirà nella prossima dispensa.

Digitized by Google

Il Socio Pochettino presenta poi una Nota della Dottoressa G. Aliverti, sulle *Misure di radioattività atmosferica,* e la commenta brevemente.

Il Presidente presenta una Relazione del Socio Mattirolo circa la stampa dell'ultima parte della *Flora sarda* del Plazza (A. Terracciano) nel volume delle *Memorie* dell'Accademia; ma stante l'assenza del Socio Mattirolo, si delibera di rimandare la discussione ad una prossima seduta.

Digitized by Google

LETTURE

Misure di radioattività atmosferica.

Nota di G. ALIVERTI
presentata dal Socio nazionale residente A. Pochettino.

Fra le diverse questioni che interessano attualmente la Geofisica e la Meteorologia, non occupa l'ultimo posto quella della radioattività atmosferica; essa si connette sopratutto al problema, non ancora completamente risoluto, dell'origine dell'elettricità atmosferica, e interessa dal punto di vista meteorologico come uno degli elementi definienti le proprietà, lo stato e le perturbazioni dell'atmosfera. È ovvio che anche per questo problema sarebbe utile e desiderabile una vasta organizzazione e coordinazione delle misure, intesa a raccogliere numerosissimi dati sperimentali tutti confrontabili fra loro. Per ora tuttavia ci si deve accontentare di una serie di dati staccati, dovuti alla iniziativa individuale; essendomisi presentata la possibilità di fare misure al Col d'Olen, ho creduto quindi non privo di qualche interesse un confronto fra la radioattività atmosferica a Torino e quella di lassù. Nella presente Nota riferisco appunto sui dati ottenuti.

Al Col d'Olen (m. 2900 s. m.) ho eseguite misure nel mese di agosto dello scorso anno. Mi servii del metodo di attivazione dei fili; esso è quello che meglio si presta per esperienze di alta montagna, e che inoltre permette di raccogliere ed individuare i depositi attivi provenienti dalle tre diverse emanazioni che possono essere presenti nell'atmosfera. Usai un apparecchio di dimensioni circa uguali a quello di Elster e Geitel [1]. Esponevo il filo di rame, lungo 15 metri e del diametro di mm. 0,5,

[1] Elster u. Geitel, " Phys. ZS. „, *3*, 1902-1903.

Digitized by Google

in vicinanza dell'Istituto Mosso all'altezza di circa 3 m. dal suolo; lo tenevo esposto per 2 ore, carico a potenziale negativo circa costante, mai inferiore a 2500 Volta, usando una macchina elettrostatica a caduta d'acqua.

Anche recentemente sono state fatte misure con esposizioni molto lunghe (2); ma l'attivazione di 2 ore presenta, secondo me, notevoli vantaggi ed è da preferire. Le lunghe attivazioni (parecchie decine di ore) possono sovente, e senza controllo, non rispondere bene allo scopo per il quale si usano, cioè per la determinazione del rapporto fra il numero di atomi di Torio A e il numero di atomi di Radio A (sono questi i due elementi sempre presenti nell'atmosfera) esistenti nel medesimo volume di aria. In realtà capita sovente di osservare valori molto differenti dell'attività totale e della percentuale di Torio, sperimentando in giornate consecutive apparentemente normali e, talvolta, lo stesso accade per misure eseguite nella medesima giornata. Dunque per questo fatto e insieme perchè il deposito di Radio si distrugge nell'intervallo di 4 ore mentre quello di Torio dura molto più a lungo, rimarrà sul filo una quantità di deposito di Torio rispecchiante una media delle condizioni verificatesi durante la lunga esposizione, e per il deposito di Radio una quantità corrispondente alle condizioni delle sole ultime 4 ore. Allo scopo di determinare il rapporto suddetto, meglio sarebbe fare attivazioni brevi e poi, analizzata la curva sperimentale di disattivazione, risalire ai valori delle singole attività per lunghe esposizioni, mediante tavole.

Finita dunque l'attivazione, di due ore, portavo il filo avvolto sopra un telaio metallico, nella camera di ionizzazione. Osservavo la velocità di scarica della foglia dell'elettroscopio a intervalli di 15′ e per non meno di tre ore. La conoscenza dell'ordinata iniziale e di quella al tempo 180′ è in realtà sufficiente a determinare separatamente le attività dei componenti il deposito. Infatti se indichiamo con R_0 l'attività iniziale dovuta a depositi di Radio + Attinio, e con T_0 quella dovuta al

(2) Sam. Y. Khambata, " Indian Journal of Physics ,, sett. 1927.

Digitized by Google

deposito di Torio, possiamo scrivere rispettivamente per i tempi 0′ e 180′:

$$(1)\quad \begin{cases} R_0 + T_0 = a_0 \\ 0{,}02\, R_0 + 1{,}785\, T_0 = a_t \end{cases}$$

dove a_0 e a_t rappresentano le ordinate della curva sperimentale tempo-attività. Si possono raggruppare in un solo termine, senza errore sensibile, le attività dei depositi di Radio e di Attinio perchè esse al tempo 180′ sono entrambe ridotte a circa il 2 % del valore iniziale. Il deposito di Torio, al tempo 180′, raggiunge invece il massimo di attività. Il coefficiente 0,02 posto nelle (1) si riferisce al Radio; la piccola differenza che esiste fra questo e l'analogo coefficiente per l'Attinio porterebbe, nella ipotesi più sfavorevole, a un errore del 4-5 % nella determinazione del Torio, e, praticamente, a nessun errore nella ulteriore separazione del Radio dall'Attinio. L'errore sul Torio ha poca importanza, data la grande variabilità che si nota nell'attività di questo tipo. Conosciuto dalle (1) il valore di T_0, si calcola facilmente tutta la curva del deposito di Torio. Detratta questa dalla curva sperimentale, se ne ottiene un'altra che a sua volta è poi facile analizzare ulteriormente nel caso in cui siano presenti entrambi i depositi di Radio o di Attinio.

Per la separazione della parte di Torio e per la interpretazione della curva rimanente ho assunto però sempre come tempo zero quello corrispondente ai 15′ dall'inizio della disattivazione; sopratutto per non eseguire delle extrapolazioni arbitrarie, ma anche per non servirmi delle primissime determinazioni dell'attività, che potevano essere affette da grosso errore (quando per es. l'elettroscopio veniva accidentalmente scaricato nel mettere in posto il telaio col filo). I coefficienti numerici delle (1) risultano allora modificati, ma valgono sempre le considerazioni fatte sopra. Ho ricavato il valore iniziale (per $t = 0$) dell'attività di ciascuno dei depositi presenti facendo uso delle tavole, dopo aver decomposta ciascuna curva sperimentale nelle sue componenti. Le curve ottenute nelle esperienze fatte al Col d'Olen, detratta la percentuale di Torio presente,

Digitized by Google

ricopiano (v. figure) la curva del deposito di Radio data dalle tavole (3).

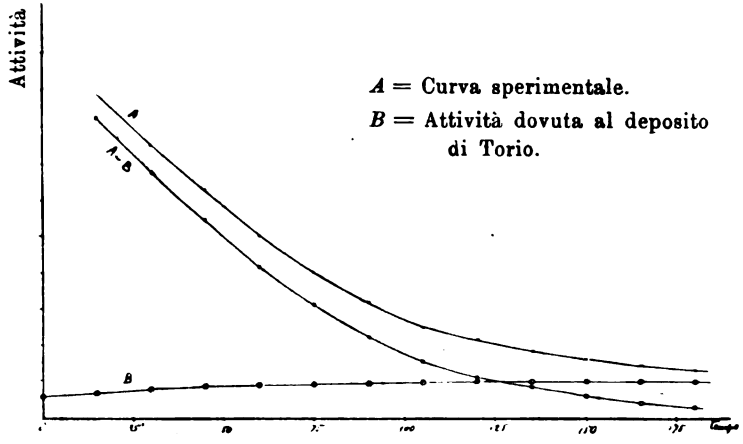


Fig. 1. — Col d'Olen (7-8-1928).

Risultano dunque presenti in quell'atmosfera soltanto emanazioni di Radio e di Torio; l'attività di tipo Torio appare piccola

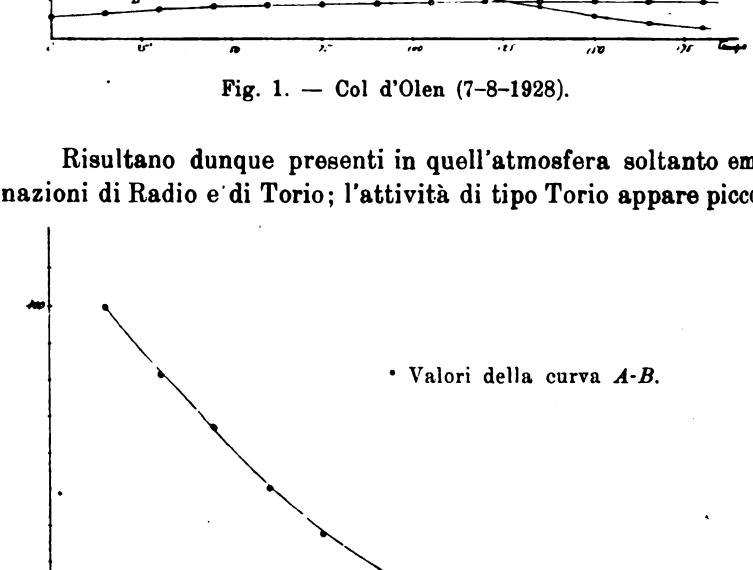


Fig. 2. — Confronto della curva *A-B* con quella data dalle tavole per il deposito di radio.

(3) Meyer und Schweidler, *Radioaktivität*, 1927.

Digitized by Google

rispetto a quella di tipo Radio; al massimo ne è il 7 % (il 13 agosto, attivazione del pomeriggio).

La media dei numeri di attivazione (4), ottenuti in nove giornate normali (cielo sereno e atmosfera relativamente calma), vale 250; i singoli valori si scostano abbastanza poco dalla media (v. tabella).

	Data								
	4-VIII	6-VIII	7-VIII	8-VIII	9-VIII	10-VIII	11-VIII	12-VIII	14-VIII
A (totale)	223	193	183	333	265	290	224	288	253
A_R (radio)	220	186	176	330	255	282	219	283	246
A_T (torio)	3	7	7	3	10	8	5	5	7
A_T/A_R	0,015	0,035	0,039	0,01	0,04	0,03	0,015	0,015	0,028

Valori particolarmente bassi osservai invece in due misure eseguite nella giornata del 13 agosto; nella mattinata, a cielo coperto (esposizione dalle $6^h\,30'$ alle $8^h\,30'$) risultò $A = 150$ e nel pomeriggio esposizione dalle $11^h\,30'$ alle $13^h\,30'$) $A = 60$. Durante l'attivazione del pomeriggio, vento a raffiche sospingeva la nebbia dalla Valsesia verso il Colle. Il valore massimo 333 è di una giornata calda, senza vento, a cielo sereno e perfettamente trasparente.

Dal Direttore degli Osservatori Meteorologici e Geofisici del Monte Rosa mi vennero gentilmente forniti i dati meteorologici del mese di agosto riguardanti il Col d'Olen. Il confronto dell'andamento dell'attività raccolta in quel periodo con l'andamento dei diversi fattori meteorologici non rivela alcuna dipendenza particolare. La nota relazione con la pressione non appare molto evidente; se si eccettuano le due misure del 6 e 7 agosto che indicano una diminuzione di attività in corrispondenza all'andamento crescente della pressione. Il fatto si può attribuire alla relativamente piccola ampiezza delle variazioni verificatesi nella pres-

(4) Diminuzione di potenziale, in Volta per un'ora, dovuta a un metro di filo.

Digitized by Google

sione in quel periodo. Una specie di parallelismo c'è con l'umidità relativa. Riporto nella seguente tabella i valori di A delle giornate normali e i corrispondenti valori dell'umidità relativa.

A (totale)	223	193	183	333	265	290	224	288	253
U. R.	74	51	20	52	44	63	56	75	75

Una corrispondenza in questo senso era stata osservata da Satterly (5) in misure quantitative da lui eseguite a Cambridge; ma Jaufmann alla Zugspitze (6) ne ha notata una di senso contrario. Nel mio caso i due andamenti non sono così concordanti da permettere di asserire una sicura relazione.

A scopo di confronto eseguii, come dissi, misure anche a Torino (240 m. s. m.), alcune prima, altre dopo quelle del Col d'Olen. Tendevo il filo tra due finestre del primo piano, attraverso il cortile dell'Istituto di Fisica volto a ponente, ad un'altezza sul suolo maggiore quindi di alcuni metri di quella del Col d'Olen. Approfittai solo di giornate normali, cioè a cielo sereno ed atmosfera calma. L'attività del deposito raccolto è molto minore in generale di quella misurata al Col d'Olen. Tre misure fatte nell'ultima quindicina di luglio dànno come media $A = 60$. Dieci misure eseguite, sempre in giornate normali, nell'ultima quindicina di ottobre e in novembre dànno il valore medio 62, con un massimo, 120, del 25 ottobre e un minimo, 19, del 17 novembre. Il rapporto tra attività-Torio e attività-Radio risultò in un solo caso 0,02; nelle altre misure è trascurabile, poichè corrisponde a soli 2 o 3 millesimi.

I valori trovati in montagna, per il fatto che lassù la pressione è ridotta rispetto a Torino di circa $^1/_4$, sono da ritenere tutti leggermente inferiori al vero, perchè col diminuire della pressione il percorso delle particelle α aumenta e quindi, per dimensioni della camera di ionizzazione che non consentano l'esaurimento del percorso stesso, diminuisce la ionizzazione

(5) " Phil. Mag. ", 1910 (2).

(6) Veröffentl. Bayer. Centralst. München 1909, C. 30.

Digitized by Google

prodotta. In media dunque l'attività totale raccolta a Torino è un po' meno della quarta parte di quella raccolta al Col d'Olen.

Mentre fra i risultati da me ottenuti a Torino e al Col d'Olen si può stabilire un confronto quantitativo perchè le condizioni di esperienza furono nei due casi all'incirca uguali, per quel che riguarda sia lo stato meteorologico dell'atmosfera, sia l'apparecchio usato, che fu sempre lo stesso; altrettanto non si può fare, con sicurezza, per i risultati degli altri sperimentatori. Questo del resto accade per tutte le misure della Geofisica e della Meteorologia, ma in particolare per queste che dipendono in modo notevole dallo strumento di misura.

Nell'andamento però i risultati su riportati concordano con quelli ottenuti dagli altri.

Istituto Fisico della R. Università,
Torino, 23 gennaio 1929, anno VII.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 10 Febbraio 1929 (VII)

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. C. F. PARONA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: PEANO, MATTIROLO, GRASSI, SACCO, POCHETTINO, BOGGIO e il Segretario REPOSSI.

Scusa l'assenza il Socio D'OVIDIO.

Il verbale della adunanza antecedente è letto ed approvato senza osservazioni.

Il Socio SACCO presenta in omaggio all'Accademia un suo opuscolo: *I massi erratici*.

Il Socio REPOSSI presenta in seguito per l'inserzione negli *Atti* una Nota del Dott. Giuseppe RESEGOTTI, dal titolo: *Heulandite e stilbite di Prascorsano presso Cuorgnè*, ed una Nota della Dott.ssa Virginia GENNARO, dal titolo: *Thomsonite e scolecite dell'alta Valle d'Ayas e delle Valli di Lanzo*; e ne illustra brevemente il contenuto.

Il Presidente PARONA presenta poi una sua Nota dal titolo: *Appunti per uno studio sulle "Spugne" del Permiano di Sicilia*, facendo rilevare all'Accademia l'importanza che la paleontologia di tale periodo ha per la geologia siciliana.

Da ultimo il Socio MATTIROLO, al quale fu affidato in esame il manoscritto della III parte della *Flora Sarda* del TERRACCIANO, riferisce sull'importanza che tale opera, di cui l'Accademia pubblicò già le prime due parti, possiede, e conclude la sua Relazione con la proposta ch'essa venga pure pubblicata nelle nostre *Memorie*.

Il Presidente ringrazia vivamente il Socio MATTIROLO ed assicura che la proposta di pubblicazione verrà presa in esame quando si conosceranno esattamente le condizioni per la stampa delle *Memorie*.

Digitized by Google

LETTURE

Heulandite e Stilbite di Prascorsano presso Cuorgnè (Piemonte).

Nota del Dott. GIUSEPPE RESEGOTTI
presentata dal Socio nazionale residente E. Repossi.

Percorrendo la strada che da Belmonte scende a Prascorsano e prosegue poscia per Forno Rivara, dopo aver attraversato i graniti della " zona del Canavese „ si incontrano le formazioni dell'estesa serie dei gneiss Sesia-Val di Lanzo (1).

Il limite delle due zone qui a contatto, è in parte occultato dai terreni coltivi che occupano il fondo della valletta tra Pemonte e Prascorsano; gli sparsi lembi affioranti rivelano tuttavia in modo chiarissimo una zona di intensa laminazione, fortemente provata dall'azione degli agenti fisici, sì che le rocce, profondamente alterate, si lasciano agevolmente tagliare con un coltello.

Analogamente si presentano per breve tratto le rocce affioranti ai lati della carrozzabile per Pratiglione; a queste fanno seguito forme gradatamente più sane e più evidenti di gneiss appartenenti al gruppo dei gneiss minuti e micascisti.

È nota la grande varietà di tipi litologici che, pur formando un distinto membro tectonico, comprende il gruppo dei gneiss minuti e micascisti nella serie dei gneiss Sesia-Val di Lanzo, varietà di cui è dato rendersi conto facilmente già al semplice esame macroscopico delle rocce che accompagnano la carrozzabile suddetta, e meglio ancora con lo studio degli ottimi campioni che si possono raccogliere in alcune cave aperte nella formazione in parola.

Poco oltre i casolari di I Buf (2) è aperta una di tali cave,

(1) *Carta Geologica d'Italia,* foglio *Ivrea*. 1 : 100.000. Roma, 1912.
(2) *Carta d'Italia,* 1 : 50.000, foglio *Cuorgnè*. Istituto Geografico Militare.

Digitized by Google

da cui si estrae pietrisco per inghiaiamento stradale. Quando la visitai per la prima volta ebbi la ventura di trovarla in piena attività; il che mi permise di raccogliere alquanto materiale da studio. In seguito purtroppo la cava venne abbandonata e mi fu quindi troncata la possibilità di aumentare ancora la raccolta oltremodo promettente, di bei campioni mineralogici di questa interessante località piemontese.

Lo scavo abbastanza profondo ha messo qui allo scoperto rocce sanissime di cui è molto evidente l'andamento della scistosità, diretta sensibilmente da Nord a Sud con inclinazione di circa 60° ad Est.

La massa è attraversata da numerosi filoni e filoncelli di quarzo, frequentemente cariato e colorito in giallo da ossidi di ferro e sovente accompagnato dai minerali che formano oggetto della presente Nota.

La tessitura della roccia è fortemente scistosa.

In sezione sottile si osserva, in vari tipi, struttura ora quasi granulare ed ora pseudoporfirica per la comparsa di grossi noduli feldspatici sparsi qua e là, tanto da ricordare nettamente certi ortogneiss derivati per laminazione di rocce porfiriche.

Nel tipo più comune, che parmi corrispondere ai gneiss minuti leptinitici dello Stella (1), la massa è costituita da un aggregato di quarzo, albite ed ortoclasio con pochissimo microclino, disposti in straterelli alternanti con altri analoghi, ma cui si aggiunge piuttosto abbondante la muscovite. Sparso abbondantemente è il granato, associato, particolarmente negli strati micacei, a numerosi sciami di individui di epidoto; l'uno e l'altro sono visibili solo al microscopio. Sporadico qualche cubetto di pirite.

Le azioni dinamometamorfiche subìte dalla roccia sono accusate dalle estinzioni ondulate del quarzo.

Nella massa rocciosa si osservano delle concentrazioni albitiche in cui sono aperte geodine tappezzate di cristallini imperfettamente sviluppati dello stesso minerale.

---

(1) Stella A., *Relazione sul rilevamento geologico eseguito nell'anno 1893 nelle Alpi Occidentali*, " Boll. R. Comit. Geol. ,, Roma, 1894, n. 4, pag. 3.

Digitized by Google

L'esame di una sezione tagliata attraverso una di tali plaghe mostra che la struttura normale della roccia va diventando man mano più granulare avvicinandosi alle concentrazioni in parola; contemporaneamente si produce un aumento considerevolissimo nel granato, che compare associato, oltre che all'epidoto, anche ad abbondanti granuli tipici di zoisite. In queste plaghe sono anche più abbondanti i solfuri, pirite e galena.

La roccia dell'altra cava, più oltre verso Pratiglione, è invece un gneiss riccamente muscovitico a glaucofane.

Nella cava di I Buf ho potuto raccogliere campioni discretamente belli ed alcuni certamente pregevoli di due zeoliti: la *heulandite* e la *stilbite*, accompagnate talora da cristallini di altri minerali di interesse e bellezza assai inferiori.

Poichè non mi risulta che sia già nota tale località per le zeoliti suddette, reputo opportuno riferirne brevemente, accennando pure agli altri minerali che si rinvengono cristallizzati nelle geodi e nelle litoclasi ed a quelli che si rinvengono solo in roccia ma che assumono importanza per concentrazioni non normali per la roccia stessa.

Galena. — Trovasi in cubetti ed in masserelle cristalline irregolari, frequente però soltanto in vicinanza delle geodine più volte citate.

Pirite. — Componente accessorio costante della roccia in cubetti microscopici, nei pressi delle concentrazioni feldspatiche trovasi più abbondante ed in cubi più grossi.

Quarzo. — Nelle litoclasi trovasi qua e là qualche cristallo di questa specie con la consueta combinazione del prisma coi due romboedri.

Albite. — Forma delle concentrazioni in cui sono aperte delle geodine, nel cui lume sporgono cristallini del minerale stesso per lo più estremamente piccoli e non geminati. Al fianco sinistro della cava in una roccia profondamente alterata, nella quale si identificano filoni quarzosi e nuclei feldspatici, si trovano cristalli assai migliori, lunghi fino a 5 mm. a facce abbastanza brillanti, ora semplici ed ora geminati secondo la legge

Digitized by Google

dell'albite. Alcune misure eseguite su cristallini abbastanza belli condussero alla determinazione delle forme:

$\{010\}$ $\{001\}$ $\{110\}$ $\{1\bar{1}0\}$ $\{1\bar{3}0\}$ $\{\bar{1}01\}$ $\{\bar{4}03\}$ $\{\bar{1}\bar{1}1\}$

e forse $\{\bar{2}01\}$.

Granato. — Abbondantissimo attorno ai nuclei feldspatici; sempre anomalo.

Zoisite. — Abbondante assieme al granato come sopra.

Epidoto. — Cristallini schiacciati tappezzano alcune litoclasi.

Heulandite. — I tipi di giacitura per questo minerale sono tre, cui corrispondono anche differenti aspetti nei cristalli.

Cristalli di questo minerale si trovano anzitutto schiacciati nelle piccole litoclasi della roccia. Date le condizioni di spazio ristretto in cui si sono formati, sono ridotti a semplici lamelle a contorno poligonale, torbide e gialle per ossidi di ferro.

Un secondo tipo di giacitura si ha nelle cavernosità dei filoni e delle concentrazioni quarzose. Ma anche qui i cristalli non sono eccessivamente brillanti ed hanno anzi le facce torbide e lattiginose, che non permettono quindi di fare misure goniometriche di qualche precisione. A parte questo difetto di limpidezza, i campioni provenienti da questo tipo di giacitura sono veramente pregevoli per la ricchezza di ben formati cristalli che, ora isolati ed adagiati su $\{010\}$ ed ora ed assai più frequentemenți intrecciati caoticamente, rivestono densamente la roccia che li porta.

Provengono da questa giacitura i cristalli più grossi, lunghi secondo z fino a 6 : 8 mm., larghi secondo x 2 : 3 mm. e con uno sviluppo secondo y di 4 : 6 mm. ed anche più in qualche individuo eccezionale.

Il terzo tipo di giacitura è dato dalle geodine feldspatiche, nelle quali pochi ma limpidissimi e perfetti cristalli sporgono nella cavità mescolati ai cristallini di albite. Non si hanno qui campioni paragonabili a quelli del tipo precedente per ricchezza e grossezza di individui; in compenso la maggior perfezione dei

Digitized by Google

singoli cristallini permette di farne oggetto di determinazioni cristallografiche con risultato soddisfacente.

Per le osservazioni goniometriche vennero utilizzati alcuni di questi cristallini, che, pur essendo i migliori, diedero misure i cui valori estremi sono abbastanza lontani, e le medie alquanto divergenti dai valori calcolati; ciò che non deve far specie, tenendo conto delle forti oscillazioni nei valori angolari che sono proprie di questo minerale.

Le forme rinvenute sono le seguenti:

$$\{010\} \quad \{110\} \quad \{001\} \quad \{201\} \quad \{\bar{2}01\}$$

associate in due sole combinazioni diverse, l'una costituita da tutte e cinque le forme trovate, l'altra differente unicamente per la mancanza della {110}; l'*habitus* è però lo stesso per entrambe e corrisponde a quello noto e comune per l'Heulandite della maggior parte dei giacimenti (Fig. 1).

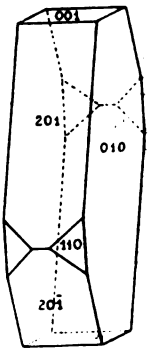


Fig. 1.

Dal maggiore o minore sviluppo secondo l'asse *y* si hanno forme quasi tabulari secondo {010} oppure prismatiche secondo detto asse. Le massime dimensioni nelle stesse direzioni di cui nel tipo precedentemente descritto sono rispettivamente 6, 2 e 4 mm.

Le facce di {010} sono sempre le più estese; seguono quelle di {201}, di {$\bar{2}$01} ed infine di {001}. Le facce di {110} raramente sono tutte presenti ed in genere hanno uno sviluppo assai variabile. L'Heulandite di Prascorsano apparterrebbe quindi al primo dei tipi fondamentali stabiliti dal Königsberger per le Heulanditi dei giacimenti alpini (1).

Il colore di questi cristallini non è latteo o giallo ruggine opaco come nelle altre giaciture; essi sono invece od incolori o leggerissimamente sfumati di giallo verdognolo e trasparentis-

(1) Königsberger J., *Ueber alpine Minerallagerstätten*. Citato in "Zeit. f. Kryst.", 1923, Band LVII, pag. 679.

Digitized by Google

simi. Le facce di }010{ hanno la caratteristica lucentezza madreperlacea, vivissima specialmente sulle facce di sfaldatura, che è facilissima e perfetta.

Per le misure goniometriche servono ottimamente bene le facce di }010{ perfettamente piane; della zona [010], le cui facce sono tutte alquanto striate parallelamente all'asse di zona, sono migliori le facce di }001{, cui seguono le }201{ ed infine le }$\bar{2}$01{ sempre un po' ondulate. Le }110{ sono limpide ma frequentemente curve.

Segue la tabella delle misure eseguite e dei valori calcolati con le costanti del Des Cloizeaux:

$$0{,}40347 : 1 : 0{,}42929 \qquad \beta = 88° 34' 30''.$$

Spigoli misurati	Numero delle misure	Limiti delle osservazioni	Medie	Angoli calcolati
(001)—(201)	8	63° 41′ — 64° 32′	63° 58′	63° 40′
(001)—($\bar{2}$01)	7	65° 42′ — 66° 52′	66° 17′	66°
(201)—($\bar{2}$01)	8	49° 5′ — 50° 30′	49° 55′	50° 20′
(110)—(010)	15	67° 4′ — 67° 57′	67° 35′	68° 2′
(110)—(20$\bar{1}$)	5	32° 57′ — 34° 10′	33° 34′	33° 7′
(110)—(201)	8	31° 57′ — 32° 47′	32° 35′	32° 44′

P. sp. 2,27 (a 16°) (1).

La possibilità di disporre di numerose e belle lamine di sfaldatura }010{ mi permise di eseguire in modo abbastanza completo l'esame delle proprietà ottiche.

L'Heulandite è notoriamente un minerale assai interessante per le curiose e varie anomalie ottiche che presenta; dopo il

(1) I pesi specifici furono determinati colla soluzione di Thoulet e la Bilancia di Westphal.

Digitized by Google

Des Cloizeaux, il Mallard ed il Rinne (1) che le fecero rilevare, numerosi studiosi se ne sono occupati sperimentando cristalli di ogni località, e si può dire, che per quasi tutti i giacimenti, si trovarono per le singole proprietà ottiche valori differenti e variabili talora anche considerevolmente.

Per rendermi conto comparativamente dell'entità delle anomalie ottiche dell'Heulandite di Prascorsano, ho esaminato tutti i lavori includenti osservazioni sulle proprietà ottiche dello stesso minerale delle più note e classiche località.

Per quanto ho potuto constatare, parmi che, se qualitativamente per le suddette anomalie l'Heulandite in parola non differisce sostanzialmente dalle altre finora studiate, si caratterizza invece per la varietà e l'accentuarsi di esse e per l'estrema ed irregolare loro variabilità. L'esame della distribuzione dei valori delle singole proprietà nei vari punti di uno stesso cristallo, lascia la netta impressione di un disturbo ottico veramente eccezionale.

Le determinazioni ottiche vennero tutte eseguite su lamine di sfaldatura immerse in balsamo sciolto a freddo in xilolo.

Degli indici di rifrazione potei determinare col metodo dell'immersione unicamente α e β, che risultarono rispettivamente

$$\alpha = 1{,}498 \pm 0{,}001 \text{ (Na)}, \qquad \beta = 1{,}500 \pm 0{,}001 \text{ (Na)}.$$

La bisettrice acuta positiva coincide, come sempre, con y ed emerge quindi normalmente dalle lamine di sfaldatura, sulle quali si osservano assai nettamente le figure di interferenza.

Come nella maggior parte delle Heulanditi conosciute, anche in questa, l'aspetto delle lamine a nicols incrociati non è mai uniforme. L'area della sezione appare sempre divisa in settori irregolarmente triangolari, aventi per base i singoli lati del

(1) Des Cloizeaux A., *Manuel de Minéralogie*, Paris, 1862, pag. 425.
Mallard E., *De l'action de la chaleur sur l'Heulandite*, " Bull. Soc. Min. de France ", vol. 5, 1882, pag. 255.
Rinne F., *Ueber Faujasit und Heulandit*, " Neues Jahrb. f. Min. ", 1887, II, pag. 16.

Digitized by Google

contorno e sfumanti nell'interno in un altro settore a contorno indistinto occupante la parte centrale della lamina. Questo predomina nelle lamelle prossime alle facce naturali }010{, mentre è nullo nelle lamine passanti per il nocciolo del cristallo, la cui area è interamente divisa nei settori triangolari, qui molto netti, aventi i vertici nel centro della sezione.

Il comportamento è analogo a quello di moltissime Heulanditi, tra cui quelle studiate dal Rinne (1), che gli fecero formulare l'ipotesi che i cristalli del minerale in parola siano formati da tanti spicchi piramidali incontrantisi nel centro del cristallo ed aventi come base i lati del contorno.

Il numero dei settori osservati in questa Heulandite non è sempre uguale, varia da 4 a 8 secondo le lamine ed i cristalli. Le lamelle superficiali e le facce naturali }010{ non sono neppur esse completamente uniformi, come fu osservato da varii studiosi per Heulanditi di altre località, ma accennano a settori sia pure limitatamente alla porzione periferica, lasciando indivisa la parte centrale, che soffre tuttavia di tutti i disturbi comuni alle lamine a settori di cui dirò ora.

La struttura dell'Heulandite di Prascorsano è ancora complicata dall'esistenza di una fascia indivisa, di vario spessore nelle diverse lamine e nei diversi cristalli, che riveste come una buccia la parte a settori interna, da cui si distingue nettamente per una maggior normalità nel contegno ottico.

Oltre alla divisione in settori, si osserva nettamente per certe posizioni della lamina, rispetto ai nicols incrociati, una franca zonatura parallela ai lati del contorno.

Il confine tra i varii settori è sinuoso ed irregolare, in nessun caso rettilineo come fu osservato per qualche Heulandite.

Ognuno dei campi in cui le lamine sono divise presenta poi la più varia irregolarità nell'orientazione del piano degli assi ottici e nel valore dell'angolo di questi, nonchè della dispersione delle bisettrici e degli assi. Le estinzioni sono estremamente ondulate; partendo da una certa posizione della la-

(1) Rinne, op. cit.

Digitized by Google

mina che a nicols incrociati appare caoticamente chiazzata di chiari e scuri, e ruotando il tavolino in un certo senso, si vedono molteplici onde di estinzione attraversare i varii settori (parecchie per settore). Fa eccezione la zona esterna suddetta che ha pure estinzioni alquanto variabili, ma indipendentemente dalle onde che attraversano il resto della sezione.

La dispersione delle bisettrici, incrociata, è fortissima in certi punti, minore in altri e sopratutto nella fascia periferica in cui è talvolta insensibile. A luce bianca estinzione perfetta non si può in genere ottenere.

L'angolo degli assi ottici è noto variare da 0° a 92°.e come media frequentemente osservata nei campi costanti 52°-53°. Nell'Heulandite di Prascorsano è variabilissimo in ogni plaga, ma in molte determinazioni non trovai mai meno di 20°30′ nè più di 47°, valori sempre più bassi della media suddetta.

Le tabelline seguenti varranno a dare idea della variabilità di orientazione ottica delle singole plaghe dei vari settori.

Le osservazioni furono eseguite in punti appartenenti sicuramente allo stesso settore in tutto lo spessore della lamina, a luci rossa (riga C) e verde (riga F) valendomi di schermi colorati monocromatici; gli angoli degli assi ottici vennero misurati col metodo del Mallard usando all'uopo un oculare a filo mobile della Casa Leitz.

Per l'orientazione del piano degli assi ottici riferita ad x, gli angoli δ sono positivi se formati nell'angolo ottuso xz, negativi in caso contrario.

Fascia periferica in vari punti:

$\delta = +72°$ $+59°$ $+86°$ $+89°$ (rosso)

valori poco diversi pel verde

$2E =$	—	23° 20′	37° 40′	—	(rosso)
$2E =$	—	21° 50′	36° 50′	—	(verde)

$\rho > \upsilon$.

Digitized by Google

Settori $\}201\{$:

$\delta =$	$+21°$	$+41°$	$+5°$	(rosso)
$\delta =$	$+17°$	$+36°$	—	(verde)
$2E =$	$47°$	—	$35° 30'$	(rosso)
$2E =$	$46°$	—	$33°$	(verde)

$\rho > \upsilon$.

Settori $\}001\{$:

$\delta =$	$-17°$	$0°$	$-3°$	$9°$	(rosso)
$\delta =$	$-20°$	$-4°$	$-7°$	$-12°$	(verde)
$2E =$	$25° 50'$	$29° 10'$	$35° 40'$	$20° 30'$	(rosso)
$2E =$	$28°$	$33°$	$41° 20'$	$21° 50'$	(verde)

$\rho < \upsilon$.

Settori $\}\bar{2}01\{$:

$\delta =$	$-53°$	$-63°$	$-57°$	$-86°$	(rosso)
$\delta =$	$-43°$	$-56°$	$-50°$	$-78°$	(verde)
$2E =$	—	$32° 20'$	$35° 40'$	—	(rosso)
$2E =$	—	$34° 50'$	$37° 50'$	—	(verde)

$\rho < \upsilon$.

Le fotografie (Figg. 2-5), dànno pure e meglio idea dell'anomalo comportamento. Le fot. 2 e 3 a nicols incrociati (22 diametri) sono di una stessa lamina in due diverse posizioni; le fot. 4 e 5 pure a nicols incrociati (14 diametri) sono di due lamine di uno stesso cristallo ma tagliate a diversa profondità.

Disponendo di quantità sufficente di sostanza fu possibile eseguire l'analisi coi seguenti risultati:

H_2O	15,35
SiO_2	57,30
Al_2O_3	17,37
CaO	7,15
Na_2O	1,02
K_2O	1,25
	99,44.

Digitized by Google

Stilbite. — Si accompagna ovunque all'Heulandite, ma non possiede come quella caratteri distinti nelle varie giaciture. Anche di questa zeolite vennero raccolti campioni bellissimi.

Si trova raramente in cristalli con facce non ben definite, opache e fibrose, più sovente in aggruppamenti sferoidali o fascicolati e sopratutto in forma di rosette piane raggiate.

Il colore è per lo più bianco sporco o giallognolo.

Non fu possibile fare alcuna determinazione goniometrica e neppure ottica, salvo quella degli indici di rifrazione, dato che la facilissima sfaldatura secondo } 010 { è normale all'asse di media elasticità.

Col metodo dell'immersione si determinarono su lamine sottili di sfaldatura gli indici di rifrazione

$$\alpha = 1{,}488 \pm 0{,}001 \text{ (Na)}, \qquad \gamma = 1{,}501 \pm 0{,}001 \text{ (Na)},$$

$$\gamma - \alpha = 0{,}013.$$

La birifrangenza è quindi alquanto più elevata di quella della Stilbite di Kilpatrik studiata da Lacroix e M. Lévy e riportata dal Dana (1).

$$n_p = 1{,}494\,, \quad n_g = 1{,}500\,, \quad n_g - n_p = 0{,}006.$$

Rifrangenza e birifrangenza si accordano assai meglio coi valori trovati da Bianchi e Cavinato (2) per le Stilbiti del Miage e di altre località per le quali nei diversi casi n_g, n_p, $n_g - n_p$ stanno nei seguenti limiti:

$$n_g \quad 1{,}503 - 1{,}499\,, \qquad n_p \quad 1{,}492 - 1{,}489\,,$$

$$n_g - n_p \quad 0{,}012 - 0{,}010.$$

P. sp. 2,14 (a 16°).

---

(1) Dana E. S., *The System of Mineralogy*, New York, 1914, pag. 583.

(2) A. Bianchi e A. Cavinato, *I minerali del Miage*, "Atti Soc. Ital. Sc. Nat.", vol. LXIV, 1925, pag. 132.

Digitized by Google

R. Accademia delle Scienze

Anche della Stilbite venne eseguita un'analisi con materiale controllato al microscopio coi seguenti risultati:

H_2O	17,05
SiO_2	57,57
Al_2O_3	16,06
CaO	7,96
Na_2O	1,21
	99,85

Mi sarebbe interessato fare, per entrambe le zeoliti, anche qualche osservazione sulla disidratazione, ma la quantità di materiale rimasta a mia disposizione dopo eseguite le esperienze precedenti mi parve troppo esigua, di modo che dovetti rinunciarvi.

Baritina. — In alcune geodi si trovarono dei fascetti di cristalli di questo minerale, limpidi, giallognoli, a spigoli un po' arrotondati e con le forme:

$\}001\{$ $\}010\{$ $\}011\{$ $\}102\{$ $\}111\{$ $\}113\{$.

Torino, Istituto Mineralogico della R. Università, febbraio 1929.

Figg. 2 e 3. — Lami
in due divers
Nicols in

Digitized by Google

Fig. 2.

Fig. 3.

Figg. 2 e 3. — Lamina di sfaldatura } 010 { di Heulandite in due diverse posizioni rispetto ai nicols. Nicols incrociati. Ingrand. 22 diam.

Digitized by Google

Appunti per uno st
del Permiano di Sic

Nota del Socio naz

è il caso di esporre
Sicilia: in tutti i
un giacimento tipico
affioramenti dei *cal*
per la ricchezza stra
sità della fauna, e p
colle faune sincrone
nza dell'evoluzione d
nte al Mesozoico pi
nte le ricerche del
a riconoscere, che
Rupe del Passo di
del torrente di S.
Trias (marne, argi
ad *Halobia* e *Pos*
e disturbati, ma
residui di una cer
(1).

prof. Fabiani chiud
ssa completarsi fina
a, della quale i fo

R. Fabiani, *Primi risu*
del bacino del Sosio (P
1926, pag. 612.

Fig. 4. — Lamina di sfaldatura }010{ di Heulandite passante pel nocciolo del cristallo. Nicols incrociati. Ingrand. 14 diametri.

Fig. 5. — Lamina di sfaldatura }010{ di Heulandite prossima alla superficie del cristallo. Nicols incrociati. Ingrand. 14 diametri.

Digitized by Google

Digitized by Google

Appunti per uno studio sulle "Spugne„ del Permiano di Sicilia (Bacino del Sosio).

Nota del Socio naz. resid. C. F. PARONA

Non è il caso di esporre notizie particolareggiate sul Permiano di Sicilia: in tutti i trattati di Geologia se ne parla, come di un giacimento tipico, in considerazione dell'importanza che gli affioramenti dei *calcari* bianchi, porosi *a Schwagerina* offrono per la ricchezza straordinaria in fossili ben conservati, complessità della fauna, e per gli interessanti rapporti ch'essa presenta colle faune sincrone di lontani paesi, nonchè per la conoscenza dell'evoluzione delle faune marine dal Paleozoico più recente al Mesozoico più antico. Ricorderò soltanto che recentemente le ricerche del collega prof. R. Fabiani lo hanno condotto a riconoscere, che le piccole masse (Rocca di S. Benedetto, Rupe del Passo di Burgio e Pietra di Salomone) lungo la valle del torrente di S. Calogero sono rinserrate " fra depositi del Trias (marne, argille, con intercalazioni di calcari lastriformi ad *Halobia* e *Posidonomya*) più o meno intensamente piegati e disturbati, ma con una disposizione d'insieme, che rivela i residui di una cerniera anticlinale deformata e spezzata „ (1).

Il prof. Fabiani chiude la sua comunicazione coll'augurio, che possa completarsi finalmente l'illustrazione di questa fauna permiana, della quale i foraminiferi, le spugne, i coralli, i cri-

(1) R. Fabiani, *Primi risultati di nuove ricerche negli affioramenti permiani del bacino del Sosio* (Palermo), " Rend. R. Accad. Naz. dei Lincei „, 1° sem. 1926, pag. 612.

Digitized by Google

noidi, i briozoi e non pochi brachiopodi (1) e molluschi restano da far conoscere: impresa utile ed anche degna della memoria dell'illustre paleontologo palermitano G. G. Gemmellaro, che, scoprendo la fauna e iniziandone l'illustrazione (1887-1899), dimostrò come la vita marina nel Permiano, ritenuta fino allora piuttosto povera, risultasse inaspettatamente invece assai ricca, quanto in altri periodi paleozoici più antichi. Invitato direttamente e ripetutamente dal collega a partecipare all'impresa, e precisamente ad occuparmi dello studio delle " spugne „, che costituiscono parte cospicua della fauna per abbondanza e varietà di forme, ho infine accettato, non nascondendomi per altro le difficoltà da superare, che infatti, a studio iniziato, mi risultarono gravi e forse non tutte superabili.

Poichè il completamento del lavoro esigerà lungo tempo, parmi ora opportuno di annunciarlo, riferendone sommariamente i primi risultati, e presentando avanti tutto l'elenco delle opere consultate, alle quali mi riferirò nei brevi appunti paleontologici.

1. Diener C., *The Permo-carboniferous Fauna of Chitichum*, n° 1, " Palaeontol. Indica „, ser. XV, Himálayan Fossils, I, 1915.
2. Douvillé H., in " Mission scientifique en Perse par J. de Morgan „, III, *Études géol.*, Partie IV, *Paléontol.*, Paris, 1904, pag. 225.
3. — — *Les Spongiaires primitifs*, " Bull. Soc. Géol. France „, XIV, 1914, pag. 397.
4. Dunikowski (v.) E., *Ueber Permo-Carbon Schwämme von Spitzbergen*, " K. S. Vetenskaps-Akad. Handlingar „, XXI, 1884-1885.
5. Gerth H., " *Timorella permica* „ *n. g., n. sp., eine neue Lithistide aus dem Perm von Timor*, " Centralbl. f. M. G. u. Pal. „, Stuttgart, 1909.
6. — — *Die Spongien aus dem Perm von Timor*, 2e Nederland Timor-Expedit., S. Gravenhage-Algemaene Landsdrukkerij, 1927.
7. Girty G. H., *The Guadalupian Fauna*, U. S. S., Prof. Paper 58, 1908.
8. — — *On Some new and old species of carboniferous Fossils*, " Proc. of the U. S. N. Museum „, XXXIV, pag. 281, Washington, 1908.

(1) L'illustrazione dei " brachiopodi „ per parte del Gemmellaro e poi del Di Stefano (1914), fu ripresa recentemente dal Dott. Giovanni Merla. *Contributo alla conoscenza della Fauna dei calcari a " Schwagerina „ della Valle del Sosio*, " Atti Soc. Tosc. Sc. Nat. „, Memorie, XXXVIII, 1927.

Digitized by Google

9. Hayasaka Ichirô, " *Amblysiphonella* „ *from Japan and China*, " The Sc. Rep. of the Tôhoku Imp. Univ. „, Sendai, Japan, Sec. Ser. (Geology), V, n. 1, 1918.

10. Hinde G. J., *Catalogue of the fossil Sponges in the Geol. Departm. of the Brit. Museum*, London, 1883.

11. — — *On the Genus Hindia Duncan, and the Name of its Typical Species*, " Ann. a Mag. Nat. Hist. „, XIX, 1887.

12. — — *A Monograph of the British Fossils Sponges*, II Spong. of the Palaeoz. Group, Palaeontogr. Soc., 1887, 1888.

13. — — *On the Chert and Siliceous Schits of the Permo-Carboniferous Strata of Spitzbergen, and on the Characters of the Sponges therefrom, which have been described by Dr. E. von Dunikowski*, " The Geol. Magaz. „, V, 1888.

14. — — *On* " *Pemmatites costipatus* „ sp. n., *a Lithistid Sponge from the Yoredale Beds of Yorkshire*, " The Quart. Journ. Geol. Soc. of London „, LII, 1896.

15. King W., *A Monogr. of the Permian Fossils of England*, Palaeontogr. Society, London, 1850.

16. Lange E., *Eine mittelpermische Fauna von Guguk Bulat* — Padanger Oberland, Sumatra — Beiträge zur Geolog. und Palaeont. von Sumatra. Unter Mitwirkung von Fachgenossen herausgeg. von A. Tobler, Basel, 1925.

17. Mansuy H., *Faunes des Calcaires à Productus du Cambodge-Spongiaires*, " Mém. du Serv. géolog. de l'Indochine „, II, fasc. IV, pag. 107, 1913.

18. Kauff H., *Palaeospongiologie*, " Palaeontographica „, XL, 1893-94, XLI, 1895.

19. Schellwien E., *Die Fauna der karnischen Fusulinenkalks*, " Palaeontographica „, XXXIX, 1892.

20. Steinmann G., *Pharetronen-Studien* (*Sphinctozoa*), " N. Jahrb. f. M. G. u. P. „, II Bd., pag. 139, Stuttgart, 1882.

21. Stuckenberg A., *Korallen und Bryozoen der Steinkohlenablagerungen des Ural und des Timan*, " Mém. du Comité Géologique, Russ. „, X, n° 3, 1895.

22. Tschernyschew Th., *Ueber die Artinsk- und Carbon-Schwämme von Ural und vom Timan*, " Verhandl. d. Russ. K. Miner. Gesellsch. „, XXXVI, Petersburg, 1898.

23. Vinassa de Regny P., *Triadische Algen, Spongien, Anthozoen und Briozoen aus Timor*, " Palaeontol. von Timor „, Stuttgart, 1915.

24. Waagen W., *Salt-Range Fossils* (I, Productus Limestones Fossils), *Coelenterata*, " Palaeont. Indica „, ser. XXXIII, 1887.

25. Yabe H., *Material for a knowledge of the Anthracolitic Fauna of Japan*, I, " Journ. Geol. Soc. of Tokio „, IX, n° 104, 1902.

Digitized by Google

***

La collezione del Museo di Palermo avuta in esame conta molti campioni e frammenti, non meno di trecento, che provengono nella maggior parte dallo spuntone di S. Calogero e gli altri dalla Rocca di Salomone; essi sono ripartibili in parecchi generi e numerose specie: qualcuno dei primi e non poche delle seconde da ritenersi nuovi per la scienza. Prevalgono le calcispongie: poche infatti, relativamente, quelle attribuibili alle silicospongie; e al pronto loro riconoscimento si oppone la difficoltà dell'intervenuto fenomeno di calcificazione, per cui i tentativi per isolare le spicole, non più silicee, mediante i processi suggeriti dagli autori (1), e valutarle nella loro forma interna in relazione ai caratteri strutturali, mi riescono finora incerti o vani. Si può, entro certi limiti, rimediare con sezioni sottili, spesso con ottimi risultati, col sussidio della fotografia.

Ciò premesso, passiamo, con qualche cenno, in rassegna i generi riconosciuti, a cominciare dalle calcispongie e dall'interessante gruppo di generi a caratteri primitivi, che Steinmann ha riunito, col tipico genere *Barroisia* Mun.-Chalm., sotto il nome di *Sphintoxoa* (**20** e **3**) (2).

Sollasia n. f. — Il tipo del genere è la *Sollasia ostiolata* Steinmann (**20**) del calcare carbonifero di Sabargas in Spagna (Asturie). L'unico esemplare, formato da quattro articoli, può essere confrontato con due forme: *Sollasia ostiolata* Steinm. (**20**, pag. 151, tav. VII, figg. 3, 3*a*, 3*b*) e *Taumastocoelia cassiana* Steinm. triassica (**20**, pag. 153, tav. VII, figg. 5, 5*a*, 5*b*, e tavv. VIII, IX), presentando per altro una statura tre volte maggiore. A quest'ultima si avvicina nell'aspetto per la suc-

(1) Ved. l'opera colle più recenti istruzioni e direttive: Léon Moret, *Contribution à l'étude des Spongiaires siliceux du Crétacé supérieur français*, " Mém. Soc. Géol. de France „, t. II, 1926; III, 1926, 1re part., cap. I, II.

(2) Ved. anche: Y. Delage et E. Hérouard, *Traité de Zoologie Concrète*, tome II, *Spongiaires*, pag. 79, Paris, 1899.

Digitized by Google

cessione e conformazione degli articoli, collegati da sutura ben impressa; ma per gli altri caratteri, superficie liscia, posizione dei cercini agli ostioli dei canali parietali, canale assile unico, rapporti strutturali fra i successivi articoli, esso spetta evidentemente al gen. *Sollasia*. Ricordo che il gen. *Sollasia* è citato con dubbio da Girty (7) fra le spugne del Guadalupiano.

Celyphia n. f. — Questo genere del Pomel è noto finora come triassico (S. Cassiano), ed io mi riferisco alla trattazione fattane dallo Steinmann (20, pag. 158, tav. VII, figg. 6-10; tav. IX, fig. 3), illustrando la *Celyphia marginata* (Münst.). I campioni in buon numero appartengono probabilmente almeno a due forme specificamente diverse: non pochi di essi risultano di parecchi articoli subglobulari, sovrapposti in serie diritta o tortuosa, a rapido o a lento sviluppo in grandezza degli articoli. Noto particolarmente la forma che meglio si avvicina alla *C. marginata*, per la conformazione e collegamento degli articoli, stato della superficie e caratteri degli ostioli; può dirsi che ne differisca soltanto per la statura maggiore.

Amblysiphonella vesiculosa (Koninck). — Sono numerosi i frammenti che, con ogni probabilità, appartengono a questo genere, e, in base ai caratteri esterni specialmente, sembrano raggruppabili in diverse forme. Il controllo dei caratteri interni rivelerà se spettano a forme nuove, o se e a quali forme conosciute e descritte [Steinmann (20), Waagen e Wentzel (24), Diener (1), Yabe (25), Hayasàka (9), Girty (7), Vinassa (23), Douvillé (2, 3, calcari a *Fusulinella* della Persia)] esse possono essere attribuite. La presenza della grande *Amblysiphonella vesiculosa* (Koninck), Waagen et Wentzel (24, middle *Productus* limestone) mi pare in ogni caso accertata, anche per la struttura interna di un piccolo esemplare e dall'aspetto di un esemplare di statura notevolmente superiore a quella del più grande figurato dai due autori citati (24, pag. 973, tav. 122).

In contrasto con questa *Amblysiphonella* gigante sta un'esile forma congenere, contraddistinta dalla brevità del diametro trasverso in rapporto colla lunghezza del cilindro.

Digitized by Google

N. gen. (cfr. *Barroisia* Mun.-Chalm., in Steinm.), **n. f.** — Mi riferisco ad una spugna del giacimento siciliano e della collezione padovana, favoritami in esame dall'amico prof. G. Dal Piaz, la quale nell'aspetto esterno di forma articolata si avvicina alla *Sebargasia carbonaria* Steinm. (**20**, pag. 171, tav. VI, fig. 2), differendone tuttavia per la maggior statura, ma specialmente perchè gli articoli, in serie lineare sovrapposti, sono separati l'uno dall'altro da un solco profondo e sono circolarmente nella linea mediana assai prominenti a guisa di corona, quasi anelli irregolari e ineguali fortemente carenati: carattere che la contraddistingue anche dalla *Amblysiphonella*. D'altra parte questa spugna si allontana dallo schema strutturale interno di quest due generi: manca infatti un vero canale assile, continuo, larg e subregolare, ed è un succedersi di lacune, più o meno ma sempre ampie, pure irregolari, angolose in sezione, tre o quattro per ciascun articolo, così da ricordare la *Barroisia anastomosans* (Mant.) dell'Aptiano (**20**, pag. 116, tav. VIII, fig. 1; **3**, pag. 399, tav. XII, figg. 4, 5), quando in essa l'irregolarità strutturale interna è molto accentuata. In qualche lembo ben conservato della superficie esterna, le fini granulosità dei pori si presentano evidenti, numerose, arrotondate.

Steinmannia gemina Waagen e Wentzel. — A questa fra le due specie degli autori citati (**24**, pag. 982, tav. CXXIV) attribuisco parecchi esemplari, che le corrispondono per statura, per il fatto della geminazione ed anche per la struttura interna, posta in evidenza da una sezione longitudinale. Il riferimento è stabilito anche in confronto delle due specie americane de Girty (**7**, **8**) e delle forme triassiche istituite dal Vinassa de Regny (**23**).

Colospongia n. f. — Attribuisco a questo genere del Laub una n. f., la quale, a parte la statura alquanto maggiore e l'ornamentazione dalla superficie a reticulato più evidente e regolare, ha spiccata affinità con la *Colospongia dubia* (Münst.) del Trias di S. Cassiano (Steinmann, **20**, pag. 173, tav. VI, fig. 3) per l'irregolarità di sviluppo dei segmenti e loro rapporti, andamento e sviluppo del condotto assile.

Digitized by Google

Guadalupia cylindrica Girty? — L'interessante genere del Girty è ben rappresentato nella fauna siciliana, ed una delle forme potrei senza esitare riferire alla *Guad. cylindrica* Girty (7, pag. 81, tav. V, fig. 12; tav. VI, figg. 3, 4) in vista della perfetta corrispondenza nella struttura largamente lacunare, quale risulta dalle sezioni trasverse e longitudinali. Ma resta qualche dubbio, perchè, mentre dalle figure del Girty non appare che la superficie esterna dei suoi esemplari cilindroidi sia granulare, nei nostri invece, che non raggiungono la statura di quelli della Guadalupa, la superficie esterna è distintamente granulare, e qua e là nodulosa. È da notare, tanto per la *Guad. cylindrica* Girty, quanto per la *Guad. zitteliana* Girty, la somiglianza della struttura della zona marginale (sez. trasv.), sebbene meno regolare, con quella del gen. *Coscinocyathus*, in modo anche più evidente che nel gen. *Amblysiphonella* (cfr. 3, tav. XII, fig. 9, *a*, *b*).

Fra le calcispongie, o ritenute tali, sonvene altre di riferimento tuttora dubbioso. Parecchi esemplari spettano forse al genere *Cysthothalamia* Girty (7, pag. 89) e taluni fors'anche alla *C. nodulifera* Girty (7, tav. VII, figg. 1-3). Una forma, nell'aspetto esterno e nei caratteri strutturali, ricorda assai da vicino *Maeandrostia Kanzanensis* Girty n. g., n. sp. (8, pag. 285, tav. XV, fig. 1) del giacimento a *Steinmannia* di Chanute nello Stato del Kansas. Della stessa provenienza è *Heliospongia ramosa* Girty (8, pag. 289, tavv. XVI, XVII), alla quale si avvicina un'altra spugna siciliana; ma la non buona conservazione della superficie dei rami e della struttura interna non permette, coi materiali in esame, un risolutivo studio, anche se esteso in confronto di silicospongie a forma ramosa, ad es. con quelle del gen. *Doryderma* Zittel. Posso infine notare certe affinità di altri esemplari, e numerosi frammenti di spugne cilindroidi, coi generi *Enoplocoelia* Steinm. (20, pag. 166, tav. VI, fig. 4) degli strati di S. Cassiano, e *Sphaerocoelia* Steinm. (20, pag. 162, tav. VII, fig. 4; 3, pag. 402, tav. XII, figg. 1-3) del Cenomaniano.

Riassumendo, e attenendomi alla classificazione di Steinmann integrata da quelle di Girty, risulta già notevole, per

Digitized by Google

l'Ordine *Sycones*, Sottordine *Sphintoxoa*, il numero dei generi accertati come presenti nella fauna permiana sicula. Delle famiglie: Sphaeroelidae i generi *Sollasia, Steinmannia, Celyphia*; Sphaerosiphonidae i generi *Enoplocoelia, Amblysiphonella*; Guadalupiidae il gen. *Guadalupia*; Cystothalamiidae il gen. *Cystothalamia*.

Passiamo ora al gruppo delle Silicospongie, con poche specie per ora, perchè parecchie spugne mi restano indeterminate, non conoscendo generi e specie cui riferirle e dovendosi meglio chiarire i loro caratteri strutturali per accertare che sono effettivamente, come pare, nuovi per la scienza.

Virgula cfr. **malayica** Gerth. — Attribuisco al gen. *Virgula* Girty una delle spugne della fauna siciliana rappresentata da numerosi esemplari, ma colle stesse riserve espresse dal Gerth per la sua *Virgula*? *malayica*, non risultando nettamente quali siano i caratteri strutturali interni delle due forme guadalupianetipo, *V. neptunia* e *V. rigida* Girty (7). La nostra forma nell'insieme dei caratteri esterni, colla sua ornamentazione a cercini e strozzature anulari e irregolari, ricorda la *V. rigida* Girty (7, pag. 74, tav. VII, figg. 13, 14), ma nella statura la supera di gran lunga: così per l'aspetto esterno somiglia in modo evidente alla *V.*? *malayica* Gerth (6, pag. 115, tav. V, figg. 2, 2*a*), e altrettanto posso dire riguardo ai caratteri strutturali, che nelle sezioni trasversali e longitudinali dei nostri esemplari si possono ancora più chiaramente studiare.

Timorella n. f. — Una sessantina di esemplari, che in grande maggioranza appartengono certamente ad una sola specie, nell'aspetto ficoide si avvicinano assai ad *Aulocopella cepa* (Fr. Roemer) Rff. e ad *Aulocopium aurantium* Oswald del Siluriano (Rauff, 18, pag. 392, tav. XXIV), pur distinguendosi per la forma quasi costante, per la minor statura e per essere lungamente peduncolati, mentre non mancano caratteri di affinità strutturale, in particolare colla prima delle due specie citate. Ed è infatti colla *Aulocop. cepa* che il Gerth confronta la sua *Timorella permica* (6, pag. 122, tav. V, fig. 5; tav. II, figg. 1, 1*a*; tav. VII, fig. 5; tav. I, fig. 5), tipo del genere pur suo, al quale

debba essere assegna
esemplari fra quant
colla *T. permica* no
sono di un terzo più
696. fig. 1); meno n
liano irregolarmente
non manca mai,
ficoide, mentre la
nè a diverse concl
me illustrate dal Ger
la struttura interi
ben conservata, co
delle sezioni, assai es
are, con pori numero
ali rapporti con *A*
72, tav. VII, fig. 2
agli esemplari della
enziano perchè più
lamente stelliforme,
ri interni struttural

Stuckenbergia sp. —
di forma, se non p
sto per la corrispon
n evidenza dalle se
bergia ufensis (Stu
= *Kazania ufimiana*
mi lascia credere
mente affine, sia r

ome per il gen. *Stu*
gne della collezione
di avere altro mat
Molto probabile
an (11), specialment
Timori Gerth (6, pa
anto posso dire s
ski (4), se conside

Digitized by Google

ritengo debba essere assegnata la spugna siciliana, che è la più ricca di esemplari fra quante costituiscono la fauna. L'identità specifica colla *T. permica* non risulta; i nostri esemplari più grandi sono di un terzo più piccoli di quello figurato dall'autore (5, pag. 696, fig. 1); meno numerose e più fini rughe e solchi, che irradiano irregolarmente dall'osculo, il peduncolo, più o meno allungato, non manca mai, determinando appunto nettamente l'aspetto ficoide, mentre la *T. permica* appare piuttosto arrotondata; nè a diverse conclusioni porta il confronto colle altre due forme illustrate dal Gerth. Così l'identità manca per quanto riguarda la struttura interna, che nella forma siciliana è in generale ben conservata, come dimostrano le ben riuscite fotografie delle sezioni, assai espressive. Superficie esterna finamente granulare, con pori numerosi. Restano per altro a chiarire gli eventuali rapporti con *Anthracosycon ficus* n. g., n. sp. Girty (6, pag. 72, tav. VII, fig. 2).

Dagli esemplari della descritta forma altri in minor numero si differenziano perchè più allungati, cilindroidi, coll'osculo meno distintamente stelliforme, ma essenzialmente non differenti nei caratteri interni strutturali.

? **Stuckenbergia** sp. — Qualche esemplare cilindroide, irregolare di forma, se non per l'aspetto generale della spugna, ma piuttosto per la corrispondenza nei caratteri strutturali interni, posti in evidenza dalle sezioni, in confronto con quelli della *Stuckenbergia ufensis* (Stuck.) (in Tschernyschew, 22, pag. 39, fig. 13 = *Kazania ufimiana* Stuckenberg, 21, pag. 184, tav. XVIII, fig. 4), mi lascia credere che anche questo genere, o un genere strettamente affine, sia rappresentato nella fauna siciliana.

Come per il gen. *Stuckenbergia,* parecchi altri riferimenti di spugne della collezione in esame rimangono indecisi; ma spero di avere altro materiale di studio e di poter risolvere i dubbi. Molto probabile è la rappresentanza del gen. *Hindia* Duncan (11), specialmente per una forma che ha affinità con *H. Wanneri* Gerth (6, pag. 100, tav. III, fig. 1, *a*, *b*; II, fig. 7). Altrettanto posso dire sulla presenza del gen. *Pemmatites* Dunikowski (4), se considero la descrizione di *Pemmatites timo-*

Digitized by Google

rensis Gerth (6, pag. 102, tav. III, figg. 5-8). Non del tutto sicura rimane l'attribuzione al gen. *Palaeojerea* Gerth di altra forma, per quanto notevoli siano le affinità di struttura, se non d'aspetto, con *Palaeojerea Molengraaffi* Gerth (6, pag. 112, tav. VIII, fig. 1, *a*, *b*; tav. I, fig. 2). Sarei tentato di attribuirne un'altra a *Palaeoderma tubulosa* Gerth n. g., n. sp. (6, pag. 116, tav. V, fig. 6, *a*, *b*), ma l'unico frammento è troppo poca cosa per accertare il riferimento, tanto più che il diametro dei canali caratteristici non è uniforme, ma varia dall'uno all'altro. Così spero che nuove indagini risolveranno le incertezze sulla determinazione di altre spugne, che hanno affinità con altri generi istituiti dal Gerth: *Pycnospongia (P. timorensis)* Gerth (6, pag. 113, tav. II, fig. 6; tav. VII, fig. 1, *a*), *Aulacospongia (A. Hanieli)* Gerth (6, pag. 118, tav. I, fig. 6; tav. II, fig. 4; tav. VIII, fig. 2, *a*).

Parecchie altre spugne appartengono alla fauna siciliana, che non hanno corrispondenze coi generi finora citati, e che sono probabilmente tipi di generi non ancora descritti. Altri si avvicinano piuttosto a generi del Paleozoico antico: quali *Pattersonia* S. A. Miller, *Brachiospongia* Marsh, *Pycnopegma* Rff. ecc. (ved.: in Hinde (10-14) e in Rauff (18)); così ricordo anche due frammenti, che nel disegno geometrico della ornamentazione esterna riproducono esattamente quello in particolar modo caratteristico della *Sphaerospongia tessellata* (Phillips) (12, pag. 136, tav. IV, fig. 2, *a*, *b*) del Devoniano. Queste affinità di generi contribuiscono a conservare alla fauna stessa l'impronta paleozoica, e nel tempo stesso, insieme cogli altri generi, ne attestano la ricchezza e complessità.

***

Queste brevi note, in attesa dello studio completo e delle conclusioni, possono dare un'idea della larga parte che anche le spugne hanno nella composizione della fauna dei calcari a *Schwagerina* di Sicilia dell'Eopermico (Artinskiano superiore): nelle deduzioni da questo esame preventivo bisogna però procedere cauti per non pregiudicare quelle definitive. Considerando l'insieme dei fossili delle diverse classi, che compongono la ricca fauna, riesce evidente il carattere neritico del deposito di cal-

Digitized by Google

care bianco conchigliare che la contiene; di un livello neritico, confermato dalla presenza di spugne calcari e di silicospongie lithistidi, ma di litorale abbastanza profondo, data specialmente l'abbondanza dei brachiopodi.

Le spugne riconosciute specificamente, o almeno genericamente, suggeriscono confronti interessanti con altri giacimenti, con altre faune: e al riguardo accenno innanzi tutto alle affinità col gruppo di spugne faretrone illustrate dallo Steinmann (20), non solo per le corrispondenze con spugne del calcare carbonifero (Uraliano) di Sebargas nelle Asturie, ma anche per le affinità con spugne della fauna triassica di S. Cassiano, in contrasto abbastanza singolare col fatto, che per le faune del Carbonifero e del Permiano della Carnia nessun autore nota la presenza di spugne, tranne Schellwien (19), che accenna solo al gen. *Amblysiphonella*.

È nota l'abbondanza di spicule di Spongiari (*Pemmatites*) nelle ftaniti a *Productus* del Permiano inferiore dello Spitzberge (4, 14); ora la presenza del gen. *Pemmatites* nella nostra fauna non è da escludere. Riguardo alla fauna degli strati artinskiani degli Urali e di Timan, già fu notato dagli autori il ristretto numero di specie comuni colla fauna siciliana, nella quale le ammonidee dimostrerebbero un più avanzato grado di evoluzione: ora questa scarsità di forme comuni non è contraddetta dallo studio delle spugne in esame (21, 22). Il genere *Amblysiphonella* ricompare in Persia (2, 3): così per questa classe di fossili i rapporti colla fauna della Salt-Range imalaiana (Carbonifero superiore e Permiano) sono limitati alla comunanza di forme dei generi *Amblysiphonella* e *Steinmannia* (1, 24); come si può ripetere per i giacimenti dell'Indocina (17), della Cina e del Giappone (9, 25). Il gen. *Amblysiphonella* è citato con dubbio dal Lange (16) per il Permiano medio di Sumatra, particolarmente ricco di foraminiferi, con rappresentanti del gen. *Molengraaffia* Vin. (23), che finora non mi risulta presente nella nostra fauna.

Più notevoli sono le affinità riscontrate colle spugne del Permiano di Timor, illustrate recentemente dal Gerth (5, 6): egli distribuisce le 23 forme riconosciute, e tutte nuove, in 11 generi, dei quali ben 8 nuovi: per verità poche sono le forme

Digitized by Google

che mi risultarono con certezza finora comuni alle due faune, ma assai significative; in particolar modo una specie del genere *Timorella*, che è la spugna più ricca di esemplari fra tutte le nostre, e si può prevedere, che le affinità risulteranno più estese col procedere delle ricerche.

Passando in fine ai giacimenti antracolitici superiori dell'America settentrionale, sono fors'anche più interessanti i confronti coi risultati degli studî del Girty (7, 8) sulle faune del Guadalupiano, cioè della Sierra di Guadalupa al sud-ovest del Nuovo Messico, ovest del Texas, a numerosi brachiopodi, con rappresentanza di generi asiatici, e sulla fauna raccolta presso Chaunte nello Stato del Kansas. È da segnalare la comunanza dei generi *Amblysiphonella*, *Steinmannia*, *Guadalupia*, *Virgula*, per ricordare soltanto quelli accertati, con specie strettamente affini, se non identiche, alle forme congeneri della fauna siciliana.

Se consideriamo poi la fauna siciliana anche semplicemente in base ai generi riscontrativi, riconosciuti con sicurezza o con molta probabilità di esattezza, in confronto colla fauna di Guadalupa, descritta dal Girty, prevalentemente composta di generi di calcispongie, e con quella di Timor a silicospongie, fatta conoscere del Gerth, rileviamo un altro fatto interessante; che cioè la nostra fauna, nella sua ricchezza, ha comuni un buon numero dei due gruppi di generi, che finora si conoscevano separatamente esclusivi o alla fauna di Guadalupa o a quella di Timor. E qui occorre avvertire, che non è il caso di sospettare, che nel giacimento siciliano calcispongie e silicospongie siano ripartite in due differenti livelli, in quanto che le une e le altre trovai associate nei campioni del calcare fossilifero.

Da questa rapida rassegna risulta dunque, che il contributo portato alla fauna permiana del calcare a *Schwagerina* di Sicilia collo studio delle spugne deve riuscire utile, non solo per la migliore e più estesa conoscenza paleontologica del giacimento siciliano, e, in generale, dello sviluppo evolutivo delle spugne nel tempo, ma anche sotto il punto di vista paleogeografico, per i rapporti e le affinità faunistiche, che vanno meglio delineandosi fra i depositi marini permiani nella loro distribuzione geografica, così largamente estesa ai tre continenti ora ricordati.

Digitized by Google

Thomsonite e scolecite dell'alta Valle di Ayas e delle Valli di Lanzo.

Nota di VIRGINIA GENNARO
presentata dal Socio nazionale residente E. Repossi.

Già diversi autori si occuparono frammentariamente dei giacimenti in pietre verdi dell'alta Valle d'Ayas, descrivendone alcuni interessanti minerali.

Per primo il Novarese diede notizie del giacimento della Bettolina Nord, valico situato appena a settentrione del Monte Rosso di Verra, che mette in comunicazione l'alta Valle di Gressoney con l'alta Valle d'Ayas; quivi nella massa prasinitico-serpentinosa che va ad appoggiarsi ai gneiss-micascisti del M. Rosa compaiono nuclei ben evidenti di granato, epidoto, diopside, clorite, anfibolo, magnetite ed altri minerali, e la precisa descrizione di tale giacimento precede uno studio dello Zambonini su di un ricco epidoto di questa località (1).

Successivamente il Boeris studiò un altro epidoto proveniente da un masso caduto con tutta probabilità dalla Rocca di Verra (2), dove con molta verosimiglianza si ripetono giacimenti simili a quelli del Monte Rosso, ed avendo egli visitato anche questi ultimi, oltre i minerali già rinvenuti dal Novarese, ve ne notò alcuni altri e precisamente titanolivina, perowskite, ilmenite, diopside, prehnite, clorite (3). Parte del materiale pos-

---

(1) F. Zambonini, *Sull'epidoto del Passo Bettolina, Vallone di Verra*, " Rend. R. Acc. Lincei „, s. V, XII, p. 567. Roma, 1903.

(2) G. Boeris, *Sull'epidoto della Valle di Ayas*, " Mem. R. Acc. Scienze „, serie VI, tomo VI. Bologna, 1909.

(3) G. Boeris, *Appunti di mineralogia valdostana: minerali del M. Rosso in Valle di Ayas*, " Rendic. R. Acc. Scienze „, Bologna, 1910.

Digitized by Google

seduto dal Boeris e quello più tardi raccolto dal Bianchi, fu affidato per lo studio al Carpanese, che lo iniziò pubblicando una nota (1) sull'epidoto del M. Rosso di Verra, che completa il lavoro dello Zambonini sullo stesso minerale della medesima località.

Nella collezione di minerali piemontesi del Museo di Torino mancavano affatto campioni provenienti da questo interessante giacimento, che mi recai a visitare con lo scopo appunto di colmare tale lacuna.

Ebbi così agio di constatare che non solo sul versante di Ayas, ma anche sul versante di Gressoney sono assai diffuse le lenti di granato accompagnato dai soliti minerali. Infatti percorrendo il sentiero che dal Colle della Bettaforca sale al Rifugio Quintino Sella, in tutta la zona serpentinosa che precede quella delle prasiniti anfiboliche si susseguono numerose le lenti di granatite, lenti che pel colore, la disposizione, il rivestimento di clorite ricordano perfettamente quelle degli analoghi giacimenti di Comba Robert, della Gava, di S. Ambrogio, ecc. Però, siccome la roccia vi è compatta e priva di fessure, rari sono i minerali ben cristallizzati, e infatti non mi fu possibile raccogliere che alcuni campioni di granato, diopside e vesuvianite verde chiara. Nelle serpentine si osservano inoltre frequenti noduli di talco lamellare, di titanolivina e, presso al contatto con le prasiniti, grossi individui di titanite che in alcuni punti è rosea, tanto da far pensare alla greenovite già altre volte riscontrata in rocce verdi (2).

E proprio nell'esaminare con una certa attenzione questa zona di contatto fra i serpentini e le prasiniti anfiboliche, nelle *ciapere* che dal sentiero Bettaforca-Capanna Sella scendono verso la Valle d'Ayas, la mia attenzione fu attirata da incrostazioni bianche che, abbastanza numerose, compaiono sui massi di prasinite. E feci raccolta di questo materiale, che in escursione

(1) T. Carpanese, *L'epidoto del M. Rosso di Verra (Gruppo del M. Rosa)*, " Rend. R. Acc. Lincei „, serie VI, II, 276. Roma, 1903.

(2) E. Repossi, *La bassa Val della Mera* (Parte 2ª), " Mem. Soc. It. Sc. Nat. „, VIII, 114. Pavia, 1916.

Digitized by Google

successiva trovai pure diffuso più a nord, e precisamente nelle ciapere prasinitiche, sempre del versante di Ayas, presso al confine prasiniti-gneiss e micascisti del M. Rosa. Questi due contatti corrispondono sulla carta al 50.000 ai due passi della Bettolina (m. 2896) e della Bettolina Nord (quest'ultimo è solo indicato dalla quota m. 3157).

Già un esame sommario mi permise di ascrivere a due specie diverse il materiale raccolto. Infatti alcuni blocchi di prasinite portano alla superficie sferette bianche che, spezzate, hanno l'aspetto di coccarde a struttura raggiata, formate da un aggregato di aghetti cristallini abbastanza lucenti.

Altri blocchi, e questi assai più numerosi, recano vere incrostazioni, sia alla superficie, sia come riempimento di fessure, costituite pure da aggregati cristallini, ma assai più minuti ed opachi dei precedenti.

In entrambi i casi è impossibile isolare cristalli anche piccoli che si prestino a misure, perciò per la identificazione ho dovuto accontentarmi dello studio ottico e chimico.

Le determinazioni ottiche furono eseguite su frammenti di minerale schiacciato fra due vetrini. Pel primo dei due minerali a cui ho ora accennato gli aghetti cristallini hanno sempre estinzione parallela all'allungamento: possiedono facile sfaldatura secondo una faccia della zona d'allungamento dalla quale esce la bisettrice acuta con carattere positivo e secondo un'altra della medesima zona dalla quale emerge la bisettrice ottusa. Nelle lamine normali alla bisettrice acuta, che hanno allungamento positivo, la birifrazione è minima, invece diventa forte in quelle normali alla bisettrice ottusa, allungate negativamente.

Sulle lamine di sfaldatura normali alla bisettrice acuta riesce assai facile misurare l'angolo degli assi ottici: questa misura, eseguita a luce gialla coll'oculare micrometrico a filo mobile, e ripetuta più volte su diverse laminette, ha dato come media:

$$2E = 72°.$$

Ho determinato gli indici di rifrazione per mezzo dei liquidi ad indice noto ed ogni volta controllato. Sulle lamine a bassa

Digitized by Google

birifrazione e dalle quali emerge la bisettrice acuta ho misurato nella direzione d'allungamento $n = 1.525$ e in direzione normale $n = 1.523$. Sulle lamine a birifrazione forte e dalle quali emerge la bisettrice ottusa si misura nella direzione dell'allungamento ancora $n = 1.525$ e in direzione normale $n = 1.537$.

Risultano perciò

$$n_p = 1.523$$
$$n_m = 1.525$$
$$n_g = 1.537$$

valori perfettamente d'accordo con quelli dati da Schroeder (1), Scheit (2), Riva (3) per la *thomsonite*. Tale risultato viene anche confermato da quello dell'analisi che potei eseguire, avendo a disposizione non molto, ma sufficiente materiale. Questo fu accuratamente purificato e siccome l'attacco avvenne facilissimamente con HCl, si determinarono tutti i componenti sulla stessa porzione.

H_2O	14.62
SiO_2	37.35
Al_2O_3	29.17
CaO	13.80
Na_2O	4.62
K_2O	0.24
	99.80

P. Sp. = 2.25.

La roccia sulla quale è appoggiata la thomsonite è una tipica prasinite anfibolica con epidoto ordinario, zoisite, clorite, anfibolo actinolite, albite quali componenti essenziali, e titanite, pirite più o meno alterata, rutilo quali elementi accessori.

(1) Schroeder van der Kolk, *Tabellen zur mikr. Best. der Min.* Wiesbaden, 1906.

(2) A. Scheit, *Eine regelmässige Verwachsung von Thomsonit und Natrolit*, " Tschermak min. petr. Mittheil. „ XXXI, 495, 1912.

(3) P. Riva, *Thomsonite del territorio di Casarza Ligure*, " Riv. di Min. e Crist. Ital. „ XLIII, 61. Padova, 1914.

Digitized by Google

Anche del secondo minerale, che giace sopra una roccia perfettamente simile, salvo forse una maggiore diffusione dell'epidoto, si fece l'analisi, dopo aver determinato il peso specifico e i caratteri ottici.

Gli aghetti cristallini presentano sempre allungamento negativo, estinzione ora parallela, ora inclinata rispetto alla direzione d'allungamento. Da laminette dove si è misurata un'estinzione massima compresa fra i 15°-18°, emerge la bisettrice ottusa con carattere positivo e in esse la birifrazione è discreta, misurandosi in una direzione $n = 1.510$ e in direzione normale $n = 1.518$. Su laminette aventi estinzione parallela nella direzione di allungamento si misura ancora $n = 1.510$ e in direzione normale $n = 1.519$.

Da ciò risulta che

$$n_p = 1.510$$
$$n_m = 1.518$$
$$n_g = 1.519.$$

La bisettrice acuta, di carattere negativo, fa un angolo di 18° circa con z e il piano degli assi ottici è sensibilmente normale a 010.

Sono frequenti individui che presentano tracce di geminazione: misurando le estinzioni simmetriche si ottiene come massimo un valore di 17°.

L'analisi fornisce i seguenti risultati:

H_2O	13.84
SiO_2	46.37
Al_2O_3	25.80
CaO	13.58
Na_2O	0.64
K_2O	0.13
	100.36

P. Sp. = 2.25.

I caratteri ottici e i dati analitici permettono di affermare che il minerale in esame è *scolecite*.

Digitized by Google

Sarebbe stato interessante determinare in queste due zeoliti di località nuova l'andamento della disidratazione, dato il sempre grande interesse che offre la questione della presenza dell'acqua nelle zeoliti, ma si è dovuto rinunciarvi perchè si sarebbe sacrificato troppo del non molto abbondante materiale per riunire la dose di polvere necessaria alle determinazioni numerose e precise quali si richiedono oggi.

***

Nella raccolta piemontese del Museo Mineralogico di Torino esistono parecchi campioni di un minerale zeolitico indicato come *scolecite* e provenienti alcuni da Balme (Val d'Ala), altri da Lemie (Val di Viù) e al Museo Mineralogico del Valentino ho rinvenuto un campione analogo, catalogato come *mesotipo*, proveniente da Lemie. Ora in nessuno dei numerosi lavori sulla Val d'Ala è citata la scolecite: solo il Borson (1) accenna a parecchi campioni di mesotipo aciculare raggiato proveniente da Lemie, a mesotipo in mammelloni ricoprenti una roccia epidotica, proveniente dalle Valli di Lanzo, a mesotipo in pezzi staccati e parzialmente alterato proveniente " dalle sommità della Valle di Viù „, a mesotipo globulare sopra roccia di talco e granato della Mussa (V. d'Ala), a mesotipo di Balme (Ala), ecc.

Il Barelli pure (2) ricorda, attingendo evidentemente la notizia dal Borson, mesotipo bianco, globulare, raggiato nei dintorni di Viù, presso Lemie.

Il Jervis (3) invece non parla affatto di mesotipo, ma cita la thomsonite a Viù e, nel paragrafo consacrato a Lemie, fra i minerali della Torre d'Ovarda.

Ora i campioni del Museo Mineralogico descritti come mesotipo dal Borson nel suo *Catalogue raisonné*, risultano in un

(1) E. Borson, *Catalogue raisonné du Musée d'histoire nat. de l'Acad. de Turin*, Turin, 1811, p. 137. — Idem, *idem*, Turin, 1830, p. 289.

(2) V. Barelli, *Cenni di statistica mineralogica degli Stati di S. M. il Re di Sardegna*, Torino, 1835, p. 12.

(3) G. Jervis, *I tesori sotterranei dell'Italia*, Torino, 1873, p. 59.

Digitized by Google

vecchio catalogo manoscritto della raccolta, posteriore al Borson, elencati come scolecite, restando così eliminata la denominazione di mesotipo, che si presta facilmente ad equivoci, giacchè i vecchi autori se ne servivano per indicare sia la natrolite (Natron-mesotyp) che la scolecite (Kalk-mesotyp) (1).

Molto probabilmente i suddetti campioni non provengono precisamente nè da Balme, nè da Lemie, nè dalla Mussa, ma bensì dalla zona prasinitica che separa la Val d'Ala da quella d'Usseglio, poichè la roccia che porta il minerale zeolitico è una di quelle tipiche prasiniti a grana grossa, quali sono diffuse alla Torre d'Ovarda e zona limitrofa.

Il fatto che queste zeoliti si trovano in roccia prasinitica, quindi in giacitura analoga a quelle rinvenute alla Bettolina, e la loro evidente rassomiglianza con queste mi spinsero a studiarle contemporaneamente, sebbene non sia noto con precisione il luogo dove esse furono raccolte.

Si tratta d'una ventina di pezzi, dove il minerale minutamente cristallino forma aggregati globuliformi, croste che tappezzano le fessure della prasinite, allargandosi di tanto in tanto in coccarde.

Evidente sopratutto in alcuni campioni è una struttura zonata della crosta cristallina, che fa subito pensare alla presenza di due minerali diversi, depositatisi l'uno successivamente e sopra l'altro.

L'esame analitico e ottico ha permesso di concludere che due campioni vanno separati dagli altri perchè recano solo prehnite, confusa grossolanamente con la scolecite; alla maggioranza va conservata la dicitura di scolecite, poichè solo questa è presente, invece alcuni altri campioni vanno distinti dai precedenti poichè in essi oltre la scolecite è anche presente la thomsonite.

Sugli strati, sui noduli di scolecite si nota in due o tre campioni anche una generazione di piccoli, ma discreti cristalli, che poterono essere misurati. Sono prismi $\{110\}$ sormontati

(1) C. Hintze, *Handbuch der Mineralogie*, II Bd., 1684. Leipzig, 1897.

Digitized by Google

da una piramide, che ricordano perfettamente quelli del Miage: già esaminati alla lente mostrano evidente la traccia di una geminazione rispetto alla faccia 100, geminazione che si controlla facilmente osservando il cristallo al microscopio in direzione normale alla 010: si ottengono estinzioni simmetriche con angoli di 16°-17°. Non ho riscontrato traccia di geminazioni più complicate quali sono quelle citate dal Lacroix (1), Bianchi e Cavinato (2) per la scolecite del Miage.

I cristallini impiantati sulle sferule di scolecite fibrosa hanno libera solo una estremità nella quale compaiono quattro facce della stessa forma $\}111\{$ e abbastanza frequentemente faccette lineari di $\}101\{$, come provano le misure eseguite:

N.	Angoli	Limiti	Medie	Valori calcolati
6	110—1$\bar{1}$0	88.12—88.58	88.28	88.26
8	110—1$\underline{\bar{1}}$0	91.5 —92.12	91.47	91.34
4	111—1$\bar{1}$1	33.31—34.30	34.5	34.18
2	111—101	16.20—17.6	16.43	17.9
6	111—1$\underline{\bar{1}}$1	37.57—38.15	38.4	38 —
3	111—$\underline{111}$	51.17—52.11	51.44	52.4
6	110—111	63.19—64.33	64.21	63.58

Nella tabella gli angoli misurati sono messi a confronto con quelli calcolati da Bianchi e Cavinato, che, meglio di quelli calcolati dal Flink, generalmente riportati nei testi, loro si avvicinano.

Gli indici di rifrazione sono coincidenti con i valori dati di solito per la scolecite e precisamente

$$n_p = 1.512\,,$$
$$n_m = n_g = 1.519\,.$$

(1) A. Lacroix, *Minéralogie de la France*, Paris, 1896, p. 273.

(2) A. Bianchi e A. Cavinato, *I minerali del Miage*, « Atti Soc. It. Sc. Nat. », LXIV. Pavia, 1925.

Digitized by Google

Sia per la scolecite di Viù come per quella della Bettolina, data l'estrema piccolezza dei cristalli che impedisce di staccare laminette normali alla bisettrice acuta, non mi è stato possibile misurare, come avrei desiderato, l'angolo degli assi ottici.

L'analisi ha fornito i seguenti risultati:

H_2O	14.43
SiO_2	45.56
Al_2O_3	25.70
CaO	14.23
Na_2O	0.50
K_2O	0.11
	100.53

P. Sp. = 2.27.

Come già ho accennato, in alcuni campioni sopra i noduli di scolecite si è depositata in forma di crosta cristallina la thomsonite. Fu eseguita l'analisi dei due minerali, che si possono isolare bene l'uno dall'altro, essendo separati da uno strato pulverulento bianco, probabilmente d'alterazione.

In un campione sul quale scolecite e thomsonite erano abbastanza abbondanti e da cui si potè staccare una dose dei due minerali sufficiente per l'analisi, senza guastarlo troppo, la thomsonite è alla superficie un poco alterata e sebbene si sia avuto cura di usare per l'analisi solo la parte interna più fresca, pure risulta dalla percentuale dell'acqua un po' alta e da quella della calce un po' bassa che il minerale è leggermente alterato.

Analisi thomsonite		Analisi scolecite	
H_2O	15.72	H_2O	13.50
SiO_2	37.18	SiO_2	44.63
Al_2O_3	31.81	Al_2O_3	26.68
CaO	12.54	CaO	13.63
Na_2O	3.46	Na_2O	0.66
K_2O	0.14	K_2O	0.18
	100.85		99.28

P. sp. = 2.26.

Digitized by Google

Anche della thomsonite ho determinato gli indici di rifrazione, sebbene la cosa non riesca tanto facile dato l'intorbidamento degli aghetti cristallini e la loro estrema minutezza. Inoltre in questa thomsonite si direbbe assai poco marcata, se non addirittura mancante la sfaldatura 010, giacchè molto difficilmente si riesce ad ottenere le laminette ad allungamento positivo, da cui emerge la bisettrice acuta, necessarie per la misura di n_p. Invece perfetta è la sfaldatura 100. Ad ogni modo, anche se non rigorosamente esatti, gli indici di rifrazione della thomsonite analizzata hanno valori assai prossimi ai seguenti:

$$n_p = 1.528\,,$$
$$n_m = 1.530\,,$$
$$n_g = 1.538\,.$$

Ho pure determinato l'angolo degli assi ottici ($2E = 69°$ a luce gialla) e gli indici di rifrazione per la thomsonite del campione del Valentino, indicato come mesotipo, dove il minerale si presenta non più in aggregati cristallini, ma addirittura in minuti cristalletti quadrati troncati dalla base, freschissimi, ottenendo questi valori:

$$n_p = 1.530\,,$$
$$n_m = 1.531\,,$$
$$n_g = 1.541\,,$$

i quali sono notevolmente più alti di quelli citati comunemente dagli autori.

Infatti Dana, Hintze, Weinschenk, Rosenbusch, Lacroix riportano i valori determinati da Des Cloizeaux con luce rossa per la thomsonite di Kaaden (Boemia), dove

$$n_p = 1.497\,,$$
$$n_m = 1.503\,,$$
$$n_g = 1.525\,.$$

Già lo Scheit trovò valori più alti per la thomsonite di Jakuben (Boemia):

$$n_p = 1.521,\quad n_m = 1.523,\quad n_g = 1.534\,;$$

Digitized by Google

così pure la Riva per la thomsonite di Casarza:

$$n_p = 1.517\,, \quad n_m = 1.520\,, \quad n_g = 1.538\,,$$

e la Bellinzona per la thomsonite dei Monzoni (1).

Più recentemente ancora il Gordon (2) riprese in esame thomsoniti di varie località, conservate nell'Accademia di Storia Naturale di Filadelfia, e constatò in primo luogo che non tutti i campioni catalogati come thomsonite lo erano realmente, essendosi in alcuni casi confuso natrolite, scolecite, mesolite con la thomsonite.

Inoltre, determinati gli indici di rifrazione di varie thomsoniti, trovò che per questo minerale essi variano da un minimo (Th. di Faroë Islands) dove

$$n_p = 1.517\,, \quad n_m = 1.520\,, \quad n_g = 1.530$$

a un massimo (Th. di Kilpatrick) dove

$$n_p = 1.529\,, \quad n_m = 1.531\,, \quad n_g = 1.541.$$

Di poco superiori sono gli indici della calciothomsonite di Franklin Furnace, dove

$$n_p = 1.530\,, \quad n_m = 1.532\,, \quad n_g = 1.542.$$

La thomsonite di Viù possiede dunque indici di rifrazione che rientrano perfettamente nei limiti segnati da Gordon.

---

(1) G. Bellinzona, *Thomsonite associata a cabasite dei Monzoni*, « Rend. R. Acc. Lincei », serie V, XXXII, 346. Roma, 1923.

(2) S. G. Gordon, *Optical notes on Thomsonite*, « Journ. of Min. Soc. of America », VIII, n. 7, 125, 1923.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 24 Febbraio 1929 (VII)

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. G. GRASSI
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Peano, Mattirolo, Somigliana, Sacco, Pochettino, Garelli, Vallauri e Boggio in funzione di Segretario.

Scusano la loro assenza il Presidente Parona ed il Segretario Repossi.

Il verbale dell'adunanza precedente è letto ed approvato senza osservazioni.

Il Presidente Grassi rivolge cordiali parole di benvenuto al nuovo Socio Prof. Vallauri, il quale risponde ringraziando vivamente per l'alto onore avuto dall'Accademia e salutando nel Grassi il suo venerato Maestro, assicurando inoltre la Classe che farà del suo meglio, compatibilmente con le sue mansioni e incarichi, per rendersi degno dell'alta distinzione avuta.

Il Presidente legge i seguenti telegrammi inviati a S. M. il Re, a S. Santità e a S. E. il Capo del Governo, in occasione della avvenuta conciliazione:

Primo Aiutante Campo Sua Maestà il Re - Roma:

Prego esprimere a Sua Maestà esultanza questa Reale Accademia Scienze per avvenuta conciliazione che assicura all'amata Italia inestimabili benefizi pace e grandezza. Ossequi.

Presidente: Parona.

Digitized by Google

Sua Eminenza Reverendissima Cardinale Segretario, Stato Vaticano - Roma:

Nome Reale Accademia Scienze Torino prego deporre ai piedi Sua Santità espressione esultanza storico avvenimento auspicata conciliazione con augurii lungo felice Pontificato per bene Chiesa Cattolica e Patria italiana. Ossequi.

Presidente: PARONA.

Sua Eccellenza Capo Governo BENITO MUSSOLINI - Roma.

Nome Reale Accademia Scienze Torino esprimo a Vostra Eccellenza calorosi rallegramenti, ringraziamenti per grande storico avvenimento che conferma al suo altissimo Artefice la perenne riconoscenza della Patria e della Cristianità. Ossequi.

Presidente: PARONA.

La Classe accoglie con vivo plauso la lettura di tali telegrammi.

Il Presidente dà poi comunicazione dei due telegrammi di risposta finora pervenuti all'Accademia, e che sono del Generale di Bernezzo per S. M. il RE e di Sua Eminenza il Cardinale GASPARRI per S. Santità.

Il Presidente presenta poi l'omaggio pervenuto all'Accademia dell'opera di Georg MOHR: *Euclides Danicus,* Amsterdam, 1672, stampata a Copenhagen, sulla quale interloquiscono i Soci D'OVIDIO e PEANO.

Il Socio SACCO, a nome dell'autore Dr. DU RICHE PRELLER, presenta due volumi intitolati: *Italian Mountain Geology,* illustrandoli brevemente. Inoltre presenta il suo lavoro: *Schema geologico del Biellese,* estratto dal volume "Il Biellese„, e ne commenta il contenuto in poche parole.

Il Socio BOGGIO presenta per l'inserzione negli *Atti* la Nota del Prof. BURALI-FORTI: *Una prima questione di balistica esterna,* riassumendone in breve il contenuto.

Il Socio Senatore D'OVIDIO prega il Presidente di volere trasmettere, a nome della Classe, i migliori auguri e cordiali saluti al Prof. PARONA.

Digitized by Google

LETTURE

Una prima questione di balistica esterna.

Nota di C. BURALI-FORTI
presentata dal Socio nazionale residente T. Boggio.

1. Generalità e notazioni.

Studiamo il moto *assoluto* di un proiettile ridotto alla sua espressione più semplice, il *baricentro* e la *massa* (un *punto-massa*), con mezzi geometrici, diversi dagli ordinari, che permettono di vedere sotto *nuovo aspetto* la *funzione resistente*. Risolta questa *prima questione di balistica esterna* si può poi continuare lo studio (*) quando all'ipotetico proiettile punto-

(*) Mediante *vettori* ed *omografie* basandosi sui lavori che ora citiamo, dei quali, sotto forma puramente *meccanico-geometrica* (libera da coordinate), immediatamente comprensibile, vengono studiati i moti dei *corpi rigidi*, della *trottola*, ecc.

R. Marcolongo, *Sul moto di un corpo pesante intorno a un punto fisso* [" Rend. Accad. Lincei „, s. V, vol. 17, 2° sem. 1908, pp. 698-705]. — *Momenti d'inerzia ed impulso nella dinamica dei sistemi rigidi* [" Rend. Acc. Napoli „, s. III, vol. 16, a. 1910, pp. 193-202].

O. Lazzarino, *Corso di fisica matematica* (Catania, 1922). In particolare i lavori seguenti:

Interpretazione cinematica e realizzazione meccanica del problema di Sofia Kowalewski relativo al moto di un corpo rigido pesante intorno ad un punto fisso [" Rend. Acc. Napoli „, s. III, vol. 17, a. 1911].

Sull'equivalenza fra le equazioni differenziali di Hess-Schiff e quelle di Euler-Poisson nella teoria dei giroscopi asimmetrici pesanti [" Rend. Acc. Lincei „, s. V, vol. 28, 1° sem. 1919, pp. 325-341].

Sopra alcuni casi singolari nella teoria dei giroscopi asimmetrici pesanti [" Rend. Acc. Lincei „, s. V, vol. 28, 2° sem. 1919].

Sul moto dei giroscopi asimmetrici pesanti nel caso in cui l'invariante principale S è costantemente nullo [" Rend. Acc. Lincei „, 2° sem. 1919].

Digitized by Google

massa, si sostituisce il proiettile avente forma di conveniente solido di rotazione.

Lo *spazio fisico*, con tutti i suoi elementi, nel quale avviene il moto del punto-massa, si intende *immerso* nello *spazio geometrico assoluto fisso* (*).

Facciamo le seguenti ipotesi. Il moto del punto-massa avviene in *presenza della terra* in un *mezzo resistente*. La resistenza si suppone *parallela* (opposta) alla *velocità geometrica* del punto-massa in ogni istante. Del moto generale della terra nello spazio si tiene conto soltanto del *moto* (uniforme) *di rotazione* intorno al suo *asse*, asse che si intende *fisso* nello *spazio geometrico* sopra indicato (**).

In tutto ciò che segue indichiamo con:

O il *centro* e r il *raggio* della terra, supposta sferica;

$\boldsymbol{u}$ il *vettore unitario costante* parallelo all'asse *fisso* della terra [cfr. sopra] e diretto da *Nord* a *Sud*;

ω la *velocità angolare* (costante) di rotazione della terra, e quindi, $\omega\boldsymbol{u}$ è il *vettore di rotazione* della terra, essendo tale rotazione diretta da *Ovest* ad *Est*;

P la *posizione assoluta*, nello *spazio geometrico fisso*, del proiettile nel tempo generico t;

(*) Non stiamo a ripetere quanto a proposito dello *spazio geometrico fisso* (concezione newtoniana), moti *assoluti* e *relativi*, si trova esposto nella Nota *Moti relativi e pendolo di Foucault* [« Rend. Ist. Lombardo », Vol. LV, a. 1922, pp. 310-317] di C. Burali-Forti e T. Boggio, Nota che citeremo con l'abbreviazione P. F.

Avremo occasione di citare:

C. Burali-Forti e T. Boggio, *Meccanica razionale* (Collezione Lattes) con l'abbreviazione M. R.

C. Burali-Forti, *Geometria analitico-proiettiva*, 2ª ediz. (G. B. Petrini, Torino) con l'abbreviazione G. A. P.

C. Burali-Forti e R. Marcolongo, *Analisi vettoriale generale*, 2ª ediz., Vol. I (N. Zanichelli, Bologna), con l'abbreviazione A. V. G. — *Elementi di calcolo vettoriale*, 2ª ediz. (N. Zanichelli, Bologna) con l'abbreviazione E. C. V. [Di questi E. C. V. ne è in corso di stampa la 3ª ediz.].

(**) Lo studio della *caduta di un grave*, tenuto conto della rotazione della terra, è compreso nello studio del moto del proiettile, dipendentemente dalle condizioni *iniziali*.

Digitized by Google

h la *minima distanza* di P dalla superficie della terra, di modo che si ha: $r + h = \mathrm{mod}\,(P - O)$; il vettore unitario $(P - O)/(r + h)$ ha la *direzione* della *verticale* in P e il *verso* al *basso* all'*alto*;

m, μ, f, rispettivamente, la *massa del proiettile*, la *massa della terra*, la *costante di Gauss*;

$g = f\mu/(r + h)^2$, funzione di P, valore della *accelerazione di gravità* nel punto P;

$l = g/(r + h) = g/\mathrm{mod}\,(P - O)$, pure funzione di P; abbreviazione utile.

Le derivate rispetto al tempo, t, saranno indicate con gli apici.

2. Equazione differenziale generale del moto assoluto del proiettile.

Il proiettile può ritenersi *libero* ed in moto perchè soggetto alle forze seguenti.

1ª La *forza di gravità*, il cui vettore (*) nel punto generico P è [cfr. P. F.]

$$-\frac{mf\mu}{(r+h)^3}(P-O) = -\frac{mf\mu}{\{\mathrm{mod}\,(P-O)\}^3}(P-O) =$$

$$= -\frac{mg}{\mathrm{mod}\,(P-O)}(P-O) = -ml\,(P-O),$$

vettore che è diretto da P ad O, parallelamente alla *verticale* in P.

2ª La *forza resistente*, opposta, come si è detto, alla *velocità* P' e il cui *vettore* è $-m\varphi P'$, con φ *numero reale*, funzione di P, *positivo* o *nullo*. Ne segue che $m\varphi\,\mathrm{mod}\,P'$ è l'*intensità della resistenza*, cioè l'ordinaria *funzione resistente*.

(*) Molti confondono una *forza* con il *vettore della forza*, e dicono che *una forza può esser rappresentata da un vettore*. Ciò è falso perchè una *forza* è *funzione* di *due* elementi; il *vettore della forza* e il *punto di applicazione*.

Digitized by Google

3ª La *forza centripeta*, dovuta alla rotazione della terra, il cui vettore [cfr. P. F.] è

$$m\lambda\omega^2(u\wedge)^2(P-O),$$

con λ numero reale relativo funzione di P, il cui valore assoluto non supera *uno*.

Ciò posto, e applicando il *principio di D'Alembert*, si ha l'*equazione generale differenziale* (2° ordine) *del moto assoluto del proiettile* [cfr. P. F.]

$$(1') \qquad P'' = -l(P-O) - \varphi P' + \lambda\omega^2(u\wedge)^2(P-O),$$

ovvero, ricordando [cfr. A. V. G., o M. R.] che

$$(u\wedge)^2 = H(u,u) - 1,$$

$$(1) \quad P'' = -\varphi P' - (l+\lambda\omega^2)(P-O) + \lambda\omega^2 . u \times (P-O) . u,$$

nelle quali forme, conviene ricordarlo, l, λ, φ sono funzioni di P e quindi anche di t.

A proposito della equazione (1'), od (1), e delle forze 1ª, 2ª, 3ª sopra considerate, giova osservare quanto segue. Se P è in moto in virtù della sola forza 1ª (gravità newtoniana, *indipendente* dalla *resistenza del mezzo* e dalla *rotazione della terra*) allora l'equazione (1') diviene $P'' = -l(P-O)$ e si ha la traiettoria nel *vuoto* con la *terra fissa*. Ma noi vogliamo tener conto, sia della *resistenza del mezzo* (o anche di altre azioni resistenti), che della *rotazione della terra*; quindi P sarà in moto in virtù, oltre che della forza 1ª, anche di un'altra forza. Questa possiamo scomporla in *due*; una parallela ed opposta alla velocità geometrica P' (la 2ª), e che è l'ORDINARIA *forza resistente*; un'altra (la 3ª) parallela alla *forza centripeta* che *agirebbe* su P *se* P *fosse invariabilmente collegato con la terra*, il cui vettore deve, necessariamente, essere il prodotto di $m\omega^2(u\wedge)^2(P-O)$ per un coefficiente numerico λ, funzione di P e in valore assoluto minore di uno perchè P è trascinato solo parzialmente dall'atmosfera. Tale considerazione delle tre forze, atte a produrre il moto di P, è alquanto diversa dall'ordinaria, ma è fisicamente esatta.

Digitized by Google

Se P, funzione di t, descrive una *traiettoria fisica effettiva* di un proiettile punto-massa, P deve, nelle ipotesi fatte in principio, sodisfare alla (1) la quale determina, scalarmente, φ e λ. Basta moltiplicare scalarmente ($\times$) la (1′), equivalente alla (1), separatamente per due vettori $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ per ottenere

$$\varphi \,.\, P' \times \boldsymbol{b} - \lambda\omega^2 . (\boldsymbol{u}\wedge)^2 (P-O) \times \boldsymbol{b} = - \{ l(P-O) + P'' \} \times \boldsymbol{b}$$

$$\varphi \,.\, P' \times \boldsymbol{c} - \lambda\omega^2 . (\boldsymbol{u}\wedge)^2 (P-O) \times \boldsymbol{c} = - \{ l(P-O) + P'' \} \times \boldsymbol{c},$$

equazioni lineari in φ e $\lambda\omega^2$ che, posto $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{c}$, dànno subito [cfr. E. C. V. per il prodotto interno di due prodotti vettoriali]

$$(2) \quad \begin{cases} \varphi \,.\, P' \wedge \{ (\boldsymbol{u}\wedge)^2 (P-O) \} \times \boldsymbol{a} = \\ = - \{ l(P-O) + P'' \} \wedge \{ (\boldsymbol{u}\wedge)^2 (P-O) \} \times \boldsymbol{a} \\ \lambda\omega^2 \,.\, P' \wedge \{ (\boldsymbol{u}\wedge)^2 (P-O) \} \times \boldsymbol{a} = \\ = P' \wedge \{ l(P-O) + P'' \} \times \boldsymbol{a}, \end{cases}$$

che determinano φ e $\lambda\omega^2$, *indipendentemente da* $\boldsymbol{a}$, purchè non sia nullo, per tutti i valori di t, il prodotto misto che comparisce nei primi membri delle (2). Ora affinchè si abbia

$$P' \wedge \{ (\boldsymbol{u}\wedge)^2 (P-O) \} =$$
$$= P' \times \boldsymbol{u} \wedge (P-O) \,.\, \boldsymbol{u} - P' \times \boldsymbol{u} \,.\, \boldsymbol{u} \wedge (P-O) = 0$$

per ogni t, deve essere, per ogni t,

$$P' \times \boldsymbol{u} \wedge (P-O) = 0 \quad \text{e} \quad P' \times \boldsymbol{u} = 0,$$

da cui $\quad P'' \times \boldsymbol{u} \wedge (P-O) = 0 \quad$ e $\quad P'' \times \boldsymbol{u} = 0$,

poichè $\boldsymbol{u} \wedge (P-0)$ e $\boldsymbol{u}$ sono vettori non paralleli (sono ortogonali); vale a dire P dovrebbe descrivere una *retta* parallela al piano dell'equatore. il che è impossibile a causa della forza 1ª che non è nulla. Il vettore $\boldsymbol{a}$ non perpendicolare a

$$P' \wedge \{ (\boldsymbol{u}\wedge)^2 (P-O) \}$$

può essere scelto in infiniti modi, con infinite terne di vettori

Digitized by Google

non complanari, poichè P deve descrivere, fisicamente, una linea. Dunque, eccettuato qualche caso limite che dia nullo il prodotto esterno di P' per $(\boldsymbol{u}\wedge)^2(P-O)$, le (2) determinano e in un sol modo, φ e λ essendo $\boldsymbol{a}$ vettore arbitrario, ad es. costante, che non annulli (e ne esistono infiniti) i coefficienti di φ e $\lambda\omega^2$ delle (2) (*).

Visto che φ e λ sono *determinati* dal *moto fisico effettivo* del proiettile (come, del resto, è ovvio), deve esistere una equazione differenziale in P, *non contenente esplicitamente* φ, λ *ed equivalente alla* (1) che, una volta integrata, deve dare per P una funzione tale di t da sodisfare alla (1) con i valori (2) di φ e λ. Tale equazione si ottiene subito moltiplicando $(\times)$ la (1′) per

$$P'\wedge(\boldsymbol{u}\wedge)^2(P-O)$$

e si ha:

$$(3)\qquad \{l(P-O)+P''\}\times\{P'\wedge(\boldsymbol{u}\wedge)^2(P-O)\}=0$$

che equivale alla (1′), e anche alla (1), poichè esprime che $l(P-O)+P''$ è vettore complanare con P' e $(\boldsymbol{u}\wedge)^2(P-O)$. Vale a dire dalla (3) si ricava la (1′) e una volta integrata la (3) si ottengono, per mezzo della (2), i numeri φ, λ (**).

Si noti che se non si considera il moto di rotazione della

(*) Si osservi ancora che, se in tutto il campo di variazione di t, si ha

$$(a)\qquad P'\times(P-O)\wedge\boldsymbol{u}\neq 0$$

allora moltiplicando $(\times)$ la (1) per $(P-O)\wedge\boldsymbol{u}$ si ha subito

$$(b)\qquad \varphi=-\frac{P'\times(P-O)\wedge\boldsymbol{u}}{P'\times(P-O)\wedge\boldsymbol{u}}=-\frac{d}{dt}\log[P'\times(P-O)\wedge\boldsymbol{u}]$$

forma notevole di φ nella ipotesi (a).

(**) La (3) si può ottenere, con calcolo un po' lungo anche così. I valori φ, λ tratti dalle (2) si sostituiscano nella (1′); si liberi dal denominatore; si tenga conto delle due forme [cfr. E. C. V.] dello sviluppo del prodotto esterno di due prodotti esterni; si troverà che il prodotto del *numero* primo membro della (3) per $\boldsymbol{a}$ è nullo; quindi, poichè $\boldsymbol{a}$ non è nullo, ed è arbitrario, si ottiene la (3).

Digitized by Google

terra [cioè nella (1′) si pone $\omega = 0$] allora in luogo della (3) si trova la

$$\{l(P - O) + P''\} \wedge P' = 0, \tag{3'}$$

[e ciò moltiplicando esternamente ($\wedge$) la (1), con $\omega = 0$, per P']. Da (3′) si ricava φ con la prima delle (2). È chiaro che se, *come si fa sempre*, si dà *a priori* φ in funzione di mod P' allora, integrata la (1), si ottiene una *traiettoria*, *dipendente* da φ, che *può non essere una traiettoria fisica* (*).

Integrata la (3) e fissate ad arbitrio le costanti iniziali, *si hanno tutte le traiettorie fisicamente possibili* (si intende sotto le ipotesi fatte in principio), *restando determinata*, dalle (2), *per ogni tratettoria*, *la funzione resistente* φ e la funzione λ, resistenza parziale, dovuta alla rotazione della terra.

3. Alcune considerazioni sulla determinazione sperimentale della funzione resistente.

a). Si intuisce che φ deve dipendere da P' e P'', cioè dalla *velocità* e *accelerazione* di P; il che è confermato dalle (2). Ma dalle (2) si ha φ *sotto una forma che nulla ha a che fare con le forme ordinarie della funzione resistente*, forme nelle quali, tra altro, manca l'accelerazione P''. Si rende quindi, necessario l'uso di tabelle di correzione, tabelle che hanno un valore molto relativo non potendosi valutare i limiti entro i quali sono compresi gli errori.

In modo analogo per la funzione λ; ma in ciò che segue ci limitiamo a considerare l'ordinaria funzione resistente φ mod P'.

b). Supponiamo che, ad es. con metodi cinematografici, si riesca a determinare una *successione* di punti, con i *relativi*

(*) Mentre la *Balistica interna* ha fatto notevoli progressi, dall'esame dei più recenti trattati di *Balistica esterna*, si rileva facilmente che questa non ha progredito [altro che per piccole questioni di forma] rispetto a quanto è stato fatto da F. Siacci, vero e geniale fondatore della Balistica. Ciò è dovuto in parte alla insufficiente impostazione fisica del problema e in parte all'uso di mezzi di ricerca non geometrici.

Digitized by Google

valori del tempo t, di una *traiettoria fisica effettiva ottenuta con un tiro*. Si può allora, con gli ordinari metodi di *interpolazione* (a parte la lunghezza del calcolo), determinare un punto P funzione *razionale* di t, che, col variare di t, descrive una linea che passa per i punti della *successione*, nei *tempi corrispondenti*, determinati sperimentalmente. Tale linea dà una *traiettoria approssimata* della traiettoria effettiva con grado di approssimazione che è difficile, o forse impossibile, valutare. Il punto P così ottenuto, come funzione razionale di t, deve sodisfare, almeno approssimativamente, alla equazione generale (3); calcolati P' e P'' la 1ª (2) dà la φ, ancora approssimata e con incerto grado di approssimazione.

Ciò fatto (sempre supposto che sia possibile farlo) e per *ogni tiro* e per *ogni speciale condizione fisica degli elementi che producono la resistenza*, si può ottenere un diagramma della funzione resistente $\varphi \bmod P'$. Dai vari diagrammi ottenuti, classificati secondo gli elementi del tiro, si potrà, forse, ottenere un diagramma medio che dia, approssimativamente, la legge generale della resistenza, a parte il *fatto* che le condizioni atmosferiche variano continuamente e non sono valutabili nei vari punti della traiettoria effettiva (*).

c). Restano da considerare le *esperienze di gabinetto* (**). Possono queste dare la φ? Non si deve ipotecare la scienza; ma vi è da ritenere che ciò sia ancor meno possibile che con la esperienza *b)* e per le ragioni che seguono.

Comunque si faccia l'esperienza, gli elementi P', P'', dai quali dipende φ [cfr. (2)], sono ben lontani dall'essere quelli *effettivi* del tiro, nel quale P', P'' e la resistenza *variano continua-*

(*) Il calcolo delle *probabilità*, di solito largamente usato, non può dare risultati attendibili. Le *ipotesi* della *probabilità matematica* non sono verificate nei tiri, e, quindi, *non sono applicabili* i teoremi, matematicamente esatti, della teoria matematica della probabilità.

(**) Non ci occupiamo della prima esperienza fatta da Newton nella chiesa di S. Paolo in Londra, che, del resto, dà risultati non troppo diversi da quelli che si ottengono con le moderne espressioni per la funzione resistente.

Digitized by Google

mente e le leggi di variazione, *lo si noti bene*, sono determinate dalla (3) o, per $\omega = 0$, dalla (3').

Se il proiettile è fisso e l'aria è in moto, allora manca P''; nella parte inferiore del proiettile si forma una pseudo-scia, o forse un vortice, che deve influire sul valore di φ e tale influenza non sembra valutabile.

Se il proiettile ruota e l'aria ambiente è fissa, si ha una *scia* che, in stato di *regime*, sia pure temporaneo, determina una specie di *anello di aria rarefatta* nel quale avviene il moto del proiettile e quindi φ dipende da tale rarefazione che non sembra valutabile.

4. Proiezione ortogonale della traiettoria assoluta sul piano dell'equatore.

Se Q è la proiezione ortogonale di P sul piano (dell'equatore) uscente da O e normale ad $\boldsymbol{u}$ e ricordiamo [cfr. A. V. G.] che $(\boldsymbol{u} \bigwedge)^2 = \mathrm{H}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}) - 1$ si ha subito

$$(4) \qquad Q = P - (P - O) \times \boldsymbol{u}.\boldsymbol{u} = O - (\boldsymbol{u} \bigwedge)^2 (P - O),$$

da cui segue immediatamente

$$(5) \qquad Q' = -(\boldsymbol{u} \bigwedge)^2 P', \qquad Q'' = -(\boldsymbol{u} \bigwedge)^2 P''.$$

Se operiamo con $(\boldsymbol{u} \bigwedge)^2$ nei due membri della (1) e ricordiamo [cfr. A. V. G.] che $(\boldsymbol{u} \bigwedge)^4 = -(\boldsymbol{u} \bigwedge)^2$ si ha

$$(\boldsymbol{u} \bigwedge)^2 P'' = -\varphi.(\boldsymbol{u} \bigwedge)^2 P' - l.(\boldsymbol{u} \bigwedge)^2 (P - O) - \lambda\omega^2.(\boldsymbol{u} \bigwedge)^2 (P - O)$$

che per le (4), (5) dà subito

$$(6) \qquad Q'' = -\varphi Q' - (l + \lambda\omega^2)(Q - O) \ (*).$$

(*) Si può dedurre dalla (1) anche senza le (5); ma il calcolo è lungo ciò prova l'utilità delle *omografie*.

Digitized by Google

La (6) è l'equazione differenziale del moto di Q. Tale moto è *centrale* (centro O) con *resistenza del mezzo* [cfr. M. R.].

Se i è la *rotazione di un retto* per i vettori v normali ad u, cioè

$$\mathrm{i}\,v = v \wedge u,$$

allora dalla (6) si ha subito

$$Q' \times \mathrm{i}\,Q'' = -(l + \lambda\omega^2)\,Q' \times \mathrm{i}(Q - O)$$

da cui risulta

$$(7) \qquad (Q' \times \mathrm{i}\,Q'') / \{Q' \times \mathrm{i}(O - Q)\} = l + \lambda\omega^2$$

la quale prova [cfr. G. A. P.] che: *la traiettoria di Q volge, in generale, la concavità verso il punto O, o in verso contrario, secondo che $l + \lambda\omega^2$ è positivo o negativo*; il che dà un'idea di come è disposta la traiettoria assoluta P (*).

5. Moto relativo.

Con i metodi ordinari delle coordinate cartesiane (*due* sistemi; uno *fisso*, l'altro *mobile* (**)) si ottiene soltanto il *moto relativo* del proiettile, cioè il moto quale apparisce ad un osser-

---

(*) Sia P_1 un punto nei dintorni di P. Riferendoci allo sviluppo della superficie cilindrica descritta dalla retta PQ, in un piano parallelo ad u, si ha che: *la linea P rivolge, in P, la concavità verso u quando i punti $P_1, P + u$ si trovano dalla stessa parte del piano che passa per P ed è parallelo ai due vettori P', $P' \wedge u$.* Da questo e con un calcolo (vettoriale) semplicissimo, si ricava che

$$(P' \wedge P'') \times (P' \wedge u) \begin{cases} > 0, & \text{concavità verso } u \\ < 0, & \text{,} \quad\quad \text{,} \quad -u. \end{cases}$$

Da questo si può ricavare, sia in generale [tenuto conto della (3)] che nei casi particolari accennati nel n. 6, il modo di comportarsi della concavità in P rispetto ad u.

(**) Notando che anche coloro che *non ammettono* lo *spazio geometrico fisso* parlano di elementi *fissi*!

Digitized by Google

vatore che, partecipando del moto di rotazione della terra, non si accorge di tale moto.

Per ottenere *sotto forma assoluta* anche tale *moto relativo* (non vi è contradizione di termini!) basta introdurre il *rotore* α, funzione di t, mediante il quale si eprime il moto continuo di rotazione della terra da *Ovest* ad *Est* [cfr. M. R., p. 76 e P. F.]

$$(8) \qquad \alpha = \cos\omega t + (1 - \cos\omega t)\,\mathrm{H}(u, u) + \operatorname{sen}\omega t\,.\,u \wedge$$

e porre

$$(9) \qquad P_1 = O + \alpha^{-1}(P - O), \text{ da cui } P = O + \alpha(P_1 - O)$$

perchè la traiettoria di P_1 sia appunto la *traiettoria relativa* di P, cioè la traiettoria che è la *rappresentazione del moto assoluto di* P [cfr. P. F.].

Ricordando [cfr. M. R.] che

$$d\alpha/dt = \omega\,.\,u \wedge \alpha,$$

formula semplicissima che compendia le complesse formule di Poisson e rende quindi inutili, in generale, gli elementi euleriani, dalla 2ª forma delle (9) si ricava subito

$$(10) \qquad P' = \omega\,.\,u \wedge \alpha(P_1 - O) + \alpha P_1',$$

$$P'' = \omega^2\,.\,(u \wedge)^2 \alpha(P_1 - O) + 2\omega\,.\,u \wedge \alpha P_1' + \alpha P_1'';$$

sostituendo questi valori nella (1), riducendo ed operando con α^{-1} si ha una equazione differenziale in P_1 che è *più complessa* della (1) (*).

(*) Sostituendo nelle (2) si ottengono per φ e λ forme assai complesse.

Se, poi, operiamo con α^{-1} nella (3), e si tien conto delle (9) e delle (10) nelle quali si sia operato con α^{-1}, si ottiene, come equazione differenziale in P_1, non contenente esplicitamente φ, λ, e corrispondente alla (3), una equazione che lascia molto a desiderare in fatto di semplicità e chiarezza.

La traduzione in coordinate cartesiane delle formule ora accennate per P e per P_1 dà delle formule complicatissime assolutamente illeggibili.

...e realizzabile l'esperie...
...essione di punti P_1 de...
...eliante le (9), alla suc...
...ssunta, poichè si hann...
...nte le volte che si ev...
...relativi [cfr. M. R. e P...

Osservazioni.

...punto P di *massima*...

...} mod (P...

...dire $(P - O) \times P' =$...
...a della traiettoria la...
...punto P di *minima*...

$$(P'^2)' = 0,$$

...nel punto di mini...
...normale principale.
...lla (3), dal n. 4 e te...
...due punti sopra con...
...ntegrare la (3), alcu...
...cura di fare tali st...
...ticamente possono e...
...il tiro è tale che...
...della terra, cioè po...

$$P' \wedge P' +$$

...ando $(\times)$ questa...

$$P' \wedge P'' \times ($$

...prova che la rett...
...G. A. P.] *la trai...*
...il proiettile non ...
...r; l'equazione (...

Digitized by Google

Se è realizzabile l'esperienza *b)* del n. 3, allora si ottiene una successione di punti P_1 della traiettoria *relativa*. È utile passare, mediante le (9), alla successione di punti P della traiettoria assoluta, poichè si hanno formule più semplici, come avviene tutte le volte che si evitano (e possono *sempre* evitarsi) i moti relativi [cfr. M. R. e P. F.].

6. Osservazioni.

Nel punto P di *massima altezza* deve essere

$$\{\mathrm{mod}(P-O)\}' = 0,$$

vale a dire $(P-O) \times P' = 0$ e quindi: *nel punto di massima altezza della traiettoria la tangente è orizzontale.*

Nel punto P di *minima velocità* deve essere

$$(P'^2)' = 0, \text{ cioè } P' \times P'' = 0$$

e quindi: *nel punto di minima velocità l'accelerazione è parallela alla normale principale.*

Dalla (3), dal n. 4 e tenuto conto dei tempi cui corrispondono i due punti sopra considerati si possono ottenere, anche senza integrare la (3), alcune leggi del moto. Lasciamo al lettore la cura di fare tali studi.

Praticamente possono esser considerati alcuni casi particolari.

Se il tiro è tale che possa farsi astrazione dal moto di rotazione della terra, cioè possa porsi $\omega = 0$, allora la (3′) diviene

$$P' \wedge P'' + l P' \wedge (P-O) = 0;$$

moltiplicando ($\times$) questa per $P-O$ si ha

$$P' \wedge P'' \times (P-O) = 0 \text{ per ogni } t,$$

la quale prova che la retta OP giace nel piano osculatore in P, cioè [cfr. G. A. P.] *la traiettoria P sta in un piano uscente da O.*

Se il proiettile non raggiunge grandi altezze, si può trascurare h/r; l'equazione (3) si semplifica e g è l'ordinaria *co-*

Digitized by Google

stante di gravità, ma, bene inteso, *indipendente dalla rotazione della terra.*

Se il tiro avviene in una regione limitata in modo tale da potersi ritenere *parallele* le *verticali* in due punti qualunque distinti, allora il vettore $(P - O)/(r + h)$ si può ritenere *costante*; è *unitario* ed ha la *direzione* della *verticale* e il *verso* dal *basso* all'alto. Anche in questo caso la (3) si semplifica. Ecc.

L'Accademico Segretario
EMILIO REPOSSI.

Digitized by Google

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

Opere scelte di Amedeo Avogadro (per cura di I. Guareschi).

Torino, Unione tipografico-editrice torinese, 1911, 1 vol. in-4° (4 csn., CXL-492 pp., 1 ritr.).

Miscellanea di studi danteschi. *Dante e il Piemonte.*

Torino, Fratelli Bocca editori, 1922, in-8° (VIII-648 pp.).

Digitized by Google

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

nto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 27 Gennaio 1929 . *Pag.* 95

IVERTI (G.). — Misure di radioattività atmosferica . . . „ 97

nto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 10 Febbraio 1929 . „ 104

SEGOTTI (Giuseppe). — Heulandite e Stilbite di Prascorsano presso Cuorgnè (Piemonte) . . . . . „ 105

RONA (C. F.). — Appunti per uno studio sulle *Spugne* del Permiano di Sicilia (Bacino del Sosio) . . . . . „ 121

NNARO (Virginia). — Thomsonite e Scolecite dell'alta Valle di Ayas e delle Valli di Lanzo . . . . . „ 133

nto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 24 Febbraio 1929 . „ 144

RALI-FORTI (C.). — Una prima questione di balistica esterna „ 146

Vincenzo Bona – Torino

Digitized by Google

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. LXIV, DISP. 9ª E 10ª, 1928-1929

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3
1929

Digitized by Google

LET

Misure pireliometriche

Nota di A. AMERIO, O.
presentata dal Socio c

PREMESSA. — Scopo dell
la costante solare, seguen
concerne il calcolo dell'in
anidride carbonica nell'ass
sfera terrestre sulla radiaz
L'importanza del metodo
di questi due costitue
importante dell'assorbir
alle osservazioni pireli
tali di laboratorio e all
me degli elementi cos
le altezze.

Di questo metodo è st
rnazionale dei Fisici,
Eccolo brevemente :
e dell'energia nello s
re. Essa risulta dalle
colate dal Rizzo (3),
erio (5). È importante

(1) "Atti del Congresso i
(2) "Report of the Moun
(3) "Memorie Acc. di To
(4) ABBOT, "The Sun ".
(5) "Memorie Acc. Lincei

Digitized by Google

LETTURE

Misure pireliometriche eseguite sull'Aspromonte.

Nota di A. AMERIO, O. DE PASQUALE, V. RICCA
presentata dal Socio corrispondente A. Amerio.

PREMESSA. — Scopo della ricerca era la determinazione della costante solare, seguendo un metodo nuovo nella parte che concerne il calcolo dell'influenza che hanno il vapor d'acqua e l'anidride carbonica nell'assorbimento totale esercitato dall'atmosfera terrestre sulla radiazione che si vuole misurare.

L'importanza del metodo consiste nel fatto che l'assorbimento di questi due costituenti dell'atmosfera, che è la parte più importante dell'assorbimento totale, viene determinato in base alle osservazioni pireliometriche, alle determinazioni sperimentali di laboratorio e alle moderne conoscenze della distribuzione degli elementi costitutivi dell'atmosfera terrestre alle varie altezze.

Di questo metodo è stato fatto cenno nell'ultimo Congresso internazionale dei Fisici, tenuto a Como e a Pavia, nel 1927 (1).

Eccolo brevemente: Ammettiamo come nota la distribuzione dell'energia nello spettro solare fuori dell'atmosfera terrestre. Essa risulta dalle classiche ricerche del Langley (2) ricalcolate dal Rizzo (3), da quelle di Abbot (4) e da quelle di Amerio (5). È importante notare che fra esse c'è molto minore

(1) " Atti del Congresso internaz. di Fisica ", vol. II, 1927.
(2) " Report of the Mount Whitney expedition ".
(3) " Memorie Acc. di Torino ", 1898.
(4) ABBOT, " The Sun ".
(5) " Memorie Acc. Lincei ", 1914 e " Atti Acc. Lincei ", 1915.

Digitized by Google

LET

Misure pireliometriche

Nota di A. AMERIO, O
presentata dal Socio

Premessa. — Scopo de
la costante solare, segue
concerne il calcolo dell'
anidride carbonica nell'as
fera terrestre sulla radi
L'importanza del meto
uno di questi due costitu
importante dell'assorb
ne alle osservazioni pirel
diali di laboratorio e a
mune degli elementi co
ve altezze.

Di questo metodo è st
ernazionale dei Fisici, t
Eccolo brevemente:
ne dell'energia nello sp
ere. Essa risulta dalle
olate dal Rizzo (3), d
serio (4). È importante

(1) "Atti del Congresso i
(2) "Report of the Moun
(3) "Memorie Acc. di To
(4) Amor, "The Sun ,.
(5) "Memorie Acc. Lince

Digitized by Google

LETTURE

Misure pireliometriche eseguite sull'Aspromonte.

Nota di A. AMERIO, O. DE PASQUALE, V. RICCA
presentata dal Socio corrispondente A. Amerio.

PREMESSA. — Scopo della ricerca era la determinazione della costante solare, seguendo un metodo nuovo nella parte che concerne il calcolo dell'influenza che hanno il vapor d'acqua e l'anidride carbonica nell'assorbimento totale esercitato dall'atmosfera terrestre sulla radiazione che si vuole misurare.

L'importanza del metodo consiste nel fatto che l'assorbimento di questi due costituenti dell'atmosfera, che è la parte più importante dell'assorbimento totale, viene determinato in base alle osservazioni pireliometriche, alle determinazioni sperimentali di laboratorio e alle moderne conoscenze della distribuzione degli elementi costitutivi dell'atmosfera terrestre alle varie altezze.

Di questo metodo è stato fatto cenno nell'ultimo Congresso internazionale dei Fisici, tenuto a Como e a Pavia, nel 1927 (1).

Eccolo brevemente: Ammettiamo come nota la distribuzione dell'energia nello spettro solare fuori dell'atmosfera terrestre. Essa risulta dalle classiche ricerche del Langley (2) ricalcolate dal Rizzo (3), da quelle di Abbot (4) e da quelle di Amerio (5). È importante notare che fra esse c'è molto minore

(1) « Atti del Congresso internaz. di Fisica », vol. II, 1927.
(2) « Report of the Mount Whitney expedition ».
(3) « Memorie Acc. di Torino », 1898.
(4) ABBOT, « The Sun ».
(5) « Memorie Acc. Lincei », 1914 e « Atti Acc. Lincei », 1915.

Digitized by Google

Le quantità di vapor acqueo e di anidride carbonica che prendono parte all'assorbimento si possono calcolare se si ammette di aver a che fare con una distribuzione normale.

Infatti si sa che l'anidride carbonica non giunge oltre alla troposfera e si conosce il valore della pressione che essa esercita alle varie quote. Per conseguenza è molto facile calcolare quale sia il suo spessore, ridotto alle condizioni normali, sovrastante alle varie quote. Si trova così che esso è di m. 2,45 sul livello del mare; 2,01 sui 1000 m. di altezza; 1,70 sui 2000; 1,45 sui 3000 e 1,12 sui 4559, cioè al disopra della Capanna Regina Margherita del Monte Rosa.

Per il vapor d'acqua, la cosa è alquanto più complicata per via della grande variabilità di questo costituente, e la distribuzione teorica non può darci che dei valori medi, applicabili solamente quando si abbia a disposizione un gran numero di osservazioni.

La distribuzione teorica, o media, si trova nel trattato dell'Humphrey (1) ed è stata pure studiata da Khanewsky (2); essa è espressa da una curva che dà le pressioni alle varie altezze, avendo preso per unità la pressione al livello del mare. Da essa si può quindi dedurre quale sia il valore della tensione a un'altezza data, purchè sia nota la tensione al livello del mare, e in conseguenza dedurre quali siano le masse di vapor d'acqua presenti nell'atmosfera.

Si trova così, ad esempio, che in una distribuzione normale, se al livello del mare lo stato igrometrico è 0,5 e la temperatura è di 30°, sul livello del mare vi sono 44,2 m. di spessore di vapor acqueo ridotto alle condizioni normali; 26,6 sui 1000 m.; 15,2 sui 2000; 9,0 sui 3000; 4,2 sulla Capanna Regina Margherita del M. Rosa.

Per far fronte all'inconveniente della grande variabilità del vapor acqueo, che non solo influisce sulla quantità totale del vapore, ma anche sulla sua distribuzione alle varie altezze,

(1) *Physic of the Air.*

(2) " Journ. de Phys. „ 1927.

mentre si richiedono molte determinazioni, sono utilissime le stazioni intermedie, le quali, di volta in volta permettono di determinare gli scostamenti dalla distribuzione normale.

Determinate così le masse assorbenti, si fanno i calcoli degli assorbimenti esercitati, necessari per calcolare le α_1 e α_2.

Dobbiamo però dire che il metodo accennato non è stato impiegato nella parte che pubblichiamo ora di questo lavoro, perchè in causa della poca entità dei dislivelli delle stazioni di osservazione, non si avevano sufficienti elementi a disposizione, e d'altra parte nuove esperienze sono state iniziate quest'anno in condizioni migliori sul Monte Rosa. Pertanto i calcoli finali sui dati ottenuti nelle ricerche che qui riferiamo, sono stati fatti coi soliti metodi.

Scelta dell'Aspromonte. — La scelta dell'Aspromonte come luogo adatto per l'impianto delle stazioni è stata fatta per la vicinanza all'Istituto di partenza (Istituto di Fisica della R. Università di Messina), l'accessibilità, il facile soggiorno in rapporto al clima, nonchè per la limpidezza del cielo che qualche volta ne ha consentito una precisione veramente notevole, come si può notare nelle serie più avanti stampate.

In progetto le misure avrebbero dovuto aver luogo in tre stazioni: Monte Calabro (400 m. ca), Polsi (900 m. ca), Montalto (1958 m.); eccetto però che nel primo anno [1], poterono funzionare solo le due stazioni più elevate. La stazione di Polsi era situata in una stanza del Santuario omonimo, la stazione di Montalto in una baracchetta appositamente costruita sulla vetta.

Necessità di una grande precisione nei risultati sperimentali. — È opinione diffusa che una grande esattezza nella misura della radiazione solare, nelle diverse stazioni, non sia indispen-

---

[1] La stazione di Monte Calabro, affidata al compianto dott. A. Occhiuto, diede risultati trascurabili, sia perchè gli apparecchi vi giunsero guasti, sia per le condizioni di salute già poco buone dell'osservatore, al quale mandiamo un mesto saluto affettuoso.

Digitized by Google

sabile per il fatto che tale precisione viene poi a mancare nel risultato finale, in causa dell'incertezza con la quale si determina l'assorbimento atmosferico. Si dimostra invece agevolmente quanto sia conveniente una grande precisione nei dati sperimentali, per diminuire l'errore che si commette nel calcolo dell'assorbimento.

Detto β il coefficiente medio di assorbimento atmosferico, si ha approssimativamente

$$(1) \qquad \begin{cases} A_1 = A\, e^{-\beta\varepsilon_1} \\ A_2 = A\, e^{-\beta\varepsilon_2}, \end{cases}$$

da cui

$$(2) \qquad \frac{dA}{A} = \frac{dA_1}{A_1} + \varepsilon_1\, d\beta = \frac{dA_2}{A_2} + \varepsilon_2\, d\beta,$$

da cui:

$$(3) \qquad d\beta = \frac{\frac{dA_1}{A_1} - \frac{dA_2}{A_2}}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}$$

e quindi:

$$\frac{dA}{A} = \frac{\varepsilon_2 \frac{dA_1}{A_1} - \varepsilon_1 \frac{dA_2}{A_2}}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1};$$

poichè nel calcolo dell'errore relativo massimo si ammette che gli errori si sommino e che siano uguali gli errori di osservazione, si potrà scrivere:

$$(4) \qquad \frac{dA}{A} = \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \frac{dA_1}{A_1}.$$

Questa relazione, anche ammesso che sia solo approssimata, perchè tali sono le (1), ci dice che *l'errore che si commette nella misura di* A *dipende da quello che si commette nella misura di* A_1 (*o* A_2) *e dalla scelta delle stazioni.* Infatti considerando le stazioni di Montalto e di Polsi, per le quali si ha $\varepsilon_1 = 608$, $\varepsilon_2 = 691$ (in mm. di pressione), si ottiene:

$$\frac{dA}{A} = 15{,}7 \frac{dA_1}{A_1},$$

ossia: l'errore con cui si viene a determinare A è 16 volte circa quello che si commette nella misura di A_1 e di A_2.

Nel caso del Monte Rosa, per due stazioni poste l'una alla Capanna Regina Margherita, $\epsilon_1 = 430$, l'altra ad Alagna, $\epsilon_2 = 660$, si avrebbe:

$$\frac{dA}{A} = 4{,}7\,\frac{dA_1}{A_1};$$

si otterrebbe cioè un errore circa un terzo del precedente.

Con un errore sperimentale del 2 %, che è quello che in generale si commette con buoni pireliometri, si arriverebbe così ad un errore del 30 % a Montalto e del 10 % al Monte Rosa.

Dalla (2) si ricava che la parte prevalente di questo errore è dovuta all'incertezza con la quale si determina il coefficiente d'assorbimento β, e poichè questo coefficente viene dedotto in funzione di A_1 e di A_2, possiamo rilevare quale influenza l'errore commesso nella determinazione di esso importa nel calcolo di A. Il termine $\epsilon_1 d\beta$ della (2), tenuto conto della (3), si può scrivere:

$$\epsilon_1\,d\beta = \frac{2\epsilon_1}{\epsilon_2 - \epsilon_1}\,\frac{dA_1}{A_1}. \tag{5}$$

Da cui si vede che quest'errore è proporzionale all'errore sperimentale, allo spessore atmosferico corrispondente alla stazione più elevata e inversamente proporzionale allo spessore atmosferico compreso fra le due stazioni. Applicando la (5) ai due casi precedenti si ha:

Per Montalto - Polsi:

$$\epsilon_1\,d\beta = 14{,}7\,\frac{dA_1}{A_1};$$

Per Cap. Regina Margherita - Alagna:

$$\epsilon_1\,d\beta = 3{,}7\,\frac{dA_1}{A_1}.$$

Sebbene le formule dell'assorbimento totale dell'atmosfera siano più complicate di quella dianzi adoperata, le considerazioni fatte sono sufficienti per indicarci la necessità di ridurre gli errori sperimentali al minimo.

Digitized by Google

Misura della Radiazione.

Scelta degli apparecchi. — Fra i vari strumenti misuratori della radiazione quelli che dànno maggiore garanzia per la sicurezza dei risultati, sono indubbiamente i pireliometri di Ångström e di Amerio (1), basati in parte sullo stesso principio. Fra i due però abbiamo creduto di dare la preferenza al secondo, anzitutto perchè è integrale, cioè assorbe tutte le radiazioni, inoltre per il fatto che esso richiede, per ogni determinazione, un tempo molto più piccolo di quello che esige l'Ångström; infatti mentre per l'Amerio questo tempo si può ridurre a quello necessario perchè la laminetta annerita raggiunga il regime nella temperatura e il galvanometro la sua massima elongazione, cioè a pochi secondi, per l'Ångström occorre ancora il tempo necessario per regolare l'intensità della corrente nella seconda laminetta, fino ad annullare nel galvanometro ogni deviazione. Tanto più che con l'Ångström una determinazione può dirsi completa quando si sia ripetuta l'operazione invertendo le laminette. Con ciò, mentre la misura con l'Amerio si fa in pochi secondi, con l'altro occorrono almeno un paio di minuti.

La rapidità con cui vengono effettuate le misure ha una grande importanza, specialmente quando si vogliano eseguire delle serie per farne poi la media, perchè è evidente che questa non si possa fare tra misure fra le quali intercorrono lunghi intervalli di tempo.

Durante questa campagna si facevano normalmente delle serie di 12 letture in 8 minuti primi complessivamente.

Oltre all'accennata ragione l'Amerio ci sembrò preferibile perchè, essendo in esso la laminetta sensibile molto accuratamente protetta dalle folate di vento, ogni misura, oltre ad essere più rapida, risulta più esatta, e, poichè di queste misure se ne possono fare molte in poco tempo, e perciò se ne può fare la media, si aumenta di molto l'esattezza.

---

(1) A. Amerio, "Rend. Acc. Lincei„, 1918.

Digitized by Google

Essa infatti è già rilevante per ogni misura, come si vede dalle tabelle 11-14.

Da alcune risulta che le differenze tra le misure di una serie prossima al mezzodì sono di pochi millesimi, mentre quelle delle serie discoste dal culminare del Sole, fanno vedere la variazione graduale della radiazione che si manifesta già nella loro breve durata (8 minuti).

I galvanometri adoperati durante il primo anno risultarono poco adatti per tali specie di misure; negli anni successivi si usarono invece dei galvanometri Siemens a periodo molto corto, (con che si aveva una grande prontezza) e a grande sensibilità (circa $6{,}10^{-9}$ A. per mm. di deviazione alla distanza di un metro).

Disposizione sperimentale.

Il dispositivo adottato è quello della Fig. 1, dove i numeri 1 e 2 indicano i morsetti che fanno capo alla pinza termoelettrica saldata alla laminetta del pireliometro, i numeri 3 e 4 quelli che fanno capo ai conduttori saldati alla laminetta e che permettono di riscaldarla per effetto Joule.

P = Pireliometro.

G = Galvanometro.

R_1 = Resistenza critica, necessaria per rendere giustamente aperiodico il galvanometro.

I = Invertitore di corrente.

A = Amperometro di precisione.

R_2 = Reostato.

B = Batteria di pile.

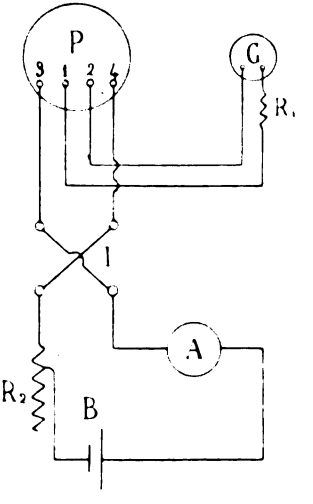


Fig. 1.

Per eseguire con questo dispositivo la misura della inten-

Digitized by Google

sità della radiazione si opera nel seguente modo: si orienta l'apparecchio in modo che la laminetta sensibile risulti normale ai raggi, ciò che si può fare servendoci dell'apposito mirino, indi si scopre la finestra del pireliometro e si legge la deviazione del galvanometro, si ricopre la finestra, e si prende così la posizione di riposo del galvanometro. Si ripete questo una dozzina di volte. Dopo si manda nella laminetta una corrente elettrica tale che la riscaldi al punto da produrre una deviazione uguale alla precedente; si inverte il senso della corrente e si ripete la misura. Se le due intensità di corrente non sono uguali, se ne prende la media. (Effettivamente tutta questa seconda parte può essere eliminata con la taratura). Pertanto detta Q la quantità di calore ricevuta dalla laminetta colpita dalla radiazione solare, Q sarà anche la quantità di calore prodotta in essa per effetto Joule, e si avrà:

$$Q = 0{,}239\, i^2 rt\,, \qquad t = 60 \text{ secondi}$$

e la quantità di calore A_1 irradiata sull'unità di superfice sarà quindi

$$A_1 = \frac{Q}{s} = \frac{0{,}239\, rt}{s}\, i^2,$$

essendo s la superficie della laminetta.

Il valore della frazione $\frac{0{,}239\, rt}{s}$ essendo costante, si può scrivere:

$$A_1 = \frac{Q}{s} = C \,.\, i^2.$$

C è la costante dell'apparecchio e viene calcolata una volta per tutte in base alla conoscenza di s ed r.

Confronto degli strumenti. — Gli errori commessi nella determinazione della costante strumentale C influiscono evidentemente sui valori ricavati per A. Pertanto abbiamo proceduto al confronto dei vari pireliometri, montando i circuiti secondo lo schema della Fig. 1, ed esponendo simultaneamente i pireliometri alla radiazione solare. Avendo così ottenuto valori assai poco differenti abbiamo modificato la costante di due di essi, ritenendo

esatta quella di uno dei pireliometri, che era più grande degli altri e costruito di recente con cura particolare. Evidentemente dopo tale riduzione i valori ottenuti coi diversi apparecchi risultavano uguali.

Analoga operazione di confronto e controllo venne eseguita sugli amperometri.

Qualche cenno intorno alle stazioni. — Come è stato detto in principio, le stazioni avrebbero dovuto essere tre: Monte Calabro, Polsi e Montalto; la prima che non potè funzionare negli anni successivi, sopratutto per mancanza di mezzi finanziari, nel primo anno era stata situata in una casetta di campagna in una stanza ben esposta al sole.

Quella di Polsi (900 m. ca. sul livello del mare) il 1° anno era situata in una vasta stanza, dello stesso Santuario, fornita di una finestra esposta a Sud; gli anni successivi in un'altra molto più adatta, pure fornita di una finestra a Sud, sul cui davanzale era stata fissata una mensola sporgente in fuori, per esporre il pireliometro al sole. Il galvanometro e gli altri apparecchi erano distribuiti in modo che una persona potesse essere in grado di eseguire le misure anche da sola. La stazione era inoltre fornita di barometro, igrometro e termometro (apparecchi che erano stati confrontati in laboratorio con quelli della stazione di Montalto prima della partenza).

Nella stazione di Montalto (1958 m. sul livello del mare) durante il primo anno le misure venivano eseguite all'aperto, montando il galvanometro e il cannocchiale su apposita panchetta, mentre il pireliometro veniva posto su un muro a secco laterale. Ogni giorno bisognava perciò portarsi da Polsi a Montalto (1100 m. di dislivello), salendo la mattina per scendere la sera a misure ultimate. Le osservazioni eseguite in queste condizioni non furono molto buone e perciò le abbiamo completamente abbandonate, avendo ottenuto nei successivi anni risultati molto migliori. Il secondo anno si potè costruire una baracchetta, costituita di una stanza di circa m. 3×4, posta immediatamente a ridosso della vetta sul versante Sud, in modo che risultasse riparata dai venti dominanti. Nella parete che

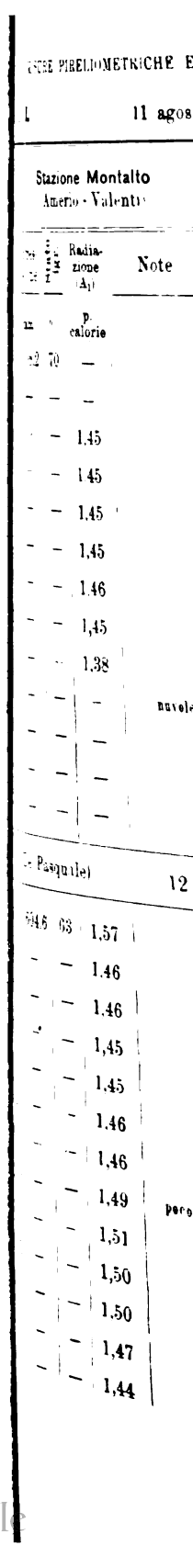
Digitized by Google

guardava verso S. E. era praticata una finestra munita di mensola sporgente in fuori, sulla quale si poneva il pireliometro; il resto degli apparecchi era situato nell'interno in modo definitivo. Questa baracchetta presentava l'inconveniente di essere sensibile sopratutto ai movimenti degli operatori che, provocando dei tremiti, turbavano la posizione del galvanometro. Questo fatto rendeva necessario di operare con molti riguardi e di ripetere di tanto in tanto la taratura, per assicurarsi che qualche causa non avesse provocato un lieve squilibrio nel galvanometro. Anche questa stazione era fornita di barometro, igrometro e termometro; nel terzo anno inoltre si aggiunsero un barografo, un igrografo e un termografo. In seguito alla costruzione della baracchetta, in essa stavano normalmente due di noi che vi pernottavano e così le misure divennero agevoli.

Esecuzione delle misure. — Le osservazioni venivano iniziate contemporaneamente nelle stazioni alle ore 8,56^m t. m. E. C. del mattino e continuate fino alle ore 15,4^m con una serie di 12 misure ogni mezz'ora.

Ogni serie durava circa 8 minuti, e veniva iniziata 4 minuti prima dell'ora fissata per essere terminata 4 minuti dopo, così che la media si poteva far corrispondere all'ora o alla mezz'ora esatta. Con le medie si venivano ad avere due valori della radiazione per la stessa ora alle due stazioni. Fra una misura e l'altra passavano alcuni secondi, durante i quali si registravano le letture e si ritoccava l'orientazione dell'apparecchio. Durante le misure fatte a Montalto, un operatore stava all'apparecchio e uno al galvanometro. Spesso negli intervalli fra una serie e l'altra (circa 20 minuti) si eseguiva la taratura, seguendo il metodo esposto nella nota citata a pag. 7, riducendo in tale maniera la determinazione della radiazione solare alla sola lettura galvanometrica.

Ecco i risultati ottenuti espressi in piccole calorie per cm.^{2} e minuto primo, notando che sono state presentate le giornate migliori:



Digitized by Google

TABELLA I. 11 agosto 1921

Ora t.m.E.e.	Stazione Montalto (Amerio - Valenti) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_1)	Note	Stazione Polsi (De Pasquale) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_2)	Note	$\frac{A_1 - A_2}{A_1}$
h. m.	mm.	%	p. calorie		mm.	%	p. calorie		
9 00	608,2	70	—		691,3	63	1,30		—
9 30	—	—	—		—	58	1,32		—
10 00	—	—	1,45		—	—	1,33		0,083
10 30	—	—	1,45		—	—	1,33		0,083
11 00	—	—	1,45		—	—	1,33		0,083
11 30	—	—	1,45		—	—	1,31		0,097
12 00	—	—	1,46		690,0	56	1,30		0,110
12 30	—	—	1,45		—	—	1,27	nuvole intorno al sole	0,126
13 00	—	—	1,38		—	—	1,26	„	0,087
13 30	—	—	—	nuvole	—	—	1,23	„	—
14 00	—	—	—		—	—	1,17	„	—
14 30	—	—	—		—	—	1,16	„	—
15 00	—	—	—		689,3	60	1,13	„	—

(De Pasquale)					12 agosto 1921			(Amerio - Valenti)
9 00	604,6	63	1,57		687,0	50	1,35	0,140
9 30	—	—	1,46		—	—	1,42	0,027
10 00	—	—	1,46		—	—	1,45	—
10 30	—	—	1,45		—	—	1,43	—
11 00	—	—	1,45		—	—	1,41	—
11 30	—	—	1,46		—	—	1,44	—
12 00	—	—	1,46		—	43	1,43	0,21
12 30	—	—	1,49	poco sicura	—	—	1,42	0,47
13 00	—	—	1,51		—	—	1,39	0,080
13 30	—	—	1,50		689,0	—	1,38	0,080
14 00	—	—	1,50		—	35	1,39	0,074
14 30	—	—	1,47		—	—	1,32	0,102
15 00	—	—	1,44		688,0	—	1,32	0,83

Digitized by Google

TABELLA II. 28 luglio 1922

Ora t. m. E. c.	Stazione Montalto (Amerio - Ricca) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_1)	Note	Stazione Polsi (De Pasquale - Borrello) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_2)	Note	$A_1 - A_2$ / A_2
h. m.	mm.	%	p. calorie	L'igrometro non funziona	mm.	%	p. calorie		
9 00	605,2	68	1,465		688,0	58	1,217		0,169
9 30	—	—	1,438		—	—	1,221		0,151
10 00	—	—	1,440		—	—	1,187	Dalle 10 in poi nuvole	0,173
10 30	—	—	1,457		—	—	1,293	ma generalmente lontane dal sole	0,113
11 00	—	—	1,497		—	—	1,225		0,182
11 30	—	—	1,495		—	—	1,241		0,170
12 00	—	—	1,535		—	55	1,271		0,172
12 30	—	—	1,474		—	—	1,249		0,153
13 00	—	—	1,475		—	—	1,240		0,160
13 30	—	—	1,470		—	—	1,235		0,160
14 00	—	—	1,480		—	—	1,210		0,182
14 30	—	—	1,503		—	—	1,231		0,181
15 00	—	—	1,471		—	62	1,246		0,153

(Amerio - Ricca) 31 luglio 1922 (De Pasquale - Borrello)

9 00	610,0	62	1,520		693,0	54	1,258		0,172
9 30	—	—	1,525		—	—	1,262		0,175
10 00	—	—	1,530		—	—	1,264		0,175
10 30	—	—	1,540		—	—	1,264		0,180
11 00	—	—	1,536		—	—	1,285		0,177
11 30	—	—	1,525		—	—	1,264		0,158
12 00	—	—	1,546		—	52	1,245		0,182
12 30	—	—	1,540		—	—	1,235		0,192
13 00	—	—	? 1,685		—	—	1,270		0,267
13 30	—	—	1,530		—	—	1,245		0,170
14 00	—	—	1,520		—	—	1,232		0,181
14 30	—	—	1,490		—	—	1,250		0,173
15 00	—	—	1,500		693,0	42	1,217		0,167

Digitized by Google

TABELLA III. 1° agosto 1922

Ora t. m. E. e.	Stazione Montalto (Amerio - Ricca) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_1)	Note	Stazione Polsi (De Pasquale - Borrello) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_2)	Note	$\frac{A_1 - A_2}{A_1}$
h. m.	mm.	%	p. calorie		mm.	%	p. calorie		
9 00	610,4	62?	1,564		693,0	50	1,217	Cielo generalmente sereno	0,221
9 30	—	—	1,560		—	—	1,230		0,211
10 00	—	—	1,580		—	—	1,260	»	0,202
10 30	—	—	1,585		—	—	1,265	»	0,201
11 00	—	—	1,600		—	—	1,266	»	0,209
11 30	—	—	1,560		—	—	1,285	»	0,176
12 00	—	—	1,595		—	51	1,305	»	0,182
12 30	—	—	1,570		—	—	1,300	»	0,172
13 00	—	—	1,550		—	—	1,325	»	0,145
13 30	—	—	1,525		—	—	1,288	»	0,155
14 00	—	—	1,520		—	—	1,255	»	0,174
14 30	—	—	1,530		—	—	1,222	»	0,201
15 00	—	—	1,500		—	51	1,247	»	0,169
	(Amerio - Ricca)		2 agosto 1922		(De Pasquale - Borrello)				
9 00	608,5	68	1,550		691,5	54	1,180		0,238
9 30	—	—	1,570		—	—	1,202		0,234
10 00	—	—	1,573		—	—	1,252		0,205
10 30	—	—	1,598		—	—	1,300		0,187
11 00	—	—	1,625		—	—	1,305		0,197
11 30	—	—	1,603		—	—	1,310		0,183
12 00	—	—	1,600		—	48	1,300		0,187
12 30	—	—	1,603		—	—	1,322		0,176
13 00	—	—	1,586		—	—	1,349		0,149
13 30	—	—	1,537		—	—	1,323		0,139
14 00	—	—	1,565		—	—	1,292		0,174
14 30	—	—	1,560		—	—	1,262		0,192
15 00	—	—	1,505		691,0	48	1,222		0,188

Digitized by Google

TABELLA IV. 3 agosto 1922

Ora t. m. E.c.	Stazione Montalto (Amerio - Ricca) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_1)	Note	Stazione Polsi (De Pasquale - Borrello) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_2)	Note	$\frac{A_1-A_2}{A_1}$
h. m.	mm.	%	p. calorie		mm.	%	p. calorie		
9 00	608,5	56?	1,470		691,0	42	1,202		0,182
9 30	—	—	1,480		—	—	1,226		1,172
10 00	—	—	1,514		—	—	1,234		0.185
10 30	—	—	1,525		—	—	1,244		0,184
11 00	—	—	1,544		—	—	1,267		0,179
11 30	—	—	1,552		—	—	1,280		0,176
12 00	—	—	1,580		691,0	49	1,286		0,186
12 30	—	—	1,590		—	—	1,284		0,193
13 00	—	—	1,610		—	—	1,320		0,180
13 30	—	—	1,585		—	—	1,310		0,174
14 00	—	—	1,510		—	—	1,260		0,166
14 30	—	—	1,480		—	—	1,225		0,175
15 00	—	—	1,440		692,0	49	1,192		0,172
	(Amerio - Ricca)		4 agosto 1922		(De Pasquale - Borrello)				
9 00	609,8	58?	1,515		692,5	47	1,220		0,195
9 30	—	—	1,500		—	—	1,242		0,172
10 00	—	—	1,504		—	—	1,252		0,168
10 30	—	—	1,530		—	—	1,275		0,167
11 00	—	—	1,530		—	—	1,272		0,169
11 30	—	—	1,516		—	—	1,225		0,192
12 00	—	—	1,536		—	46	1,277		0,169
12 30	—	—	1,532		—	—	1,271		0,170
13 00	—	—	—	Cielo coperto	—	—	1,264		—
13 30	—	—	—	»	—	—	1,217		—
14 00	—	—	—	»	—	—	—	Il sole è coperto da nubi	—
14 30	—	—	—	»	—	—	—	»	—
15 00	—	—	1,530		—	—	—		—

TABELLA V. 5 agosto 1922

Ora t. m. E. c.	Stazione Montalto (De Pasquale - Borrello) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_1)	Note	Stazione Polsi (Amerio - Ricca) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_2)	Note	$\frac{A_1 - A_2}{A_1}$
h. m.	mm.	%	p. calorie		mm.	%	p. calorie		
9 00	—	—	—		693,0	26	1,330		—
9 30	609,0	30	1,460		—	—	1,350		0,076
10 00	—	—	1,503		—	—	1,330		0,113
10 30	—	—	1,525		—	—	1,330		0,128
11 00	—	—	1,505		—	—	1,320		0,123
11 30	—	—	1,493		—	—	1,310		0,123
12 00	—	—	1,462		—	—	1,294		0,115
12 30	—	—	1,435		—	—	1,291		0,101
13 00	604,0	—	1,428		—	—	1,278		0,105
13 30	—	—	1,426		—	—	1,276		0,105
14 00	—	—	1,430		686,0	—	1,259		0,120
14 30	603,0	—	1,425		—	—	1,240		0,130
15 00	—	—	1,423		—	—	1,224		0,140

(De Pasquale - Borrello) 7 agosto 1922 (Amerio - Ricca)

9 00	—	52	—	Trovato il galvanometro spostato	692,5	47	1,256		—
9 30	—	—	—	»	—	—	1,276		—
10 00	—	—	—	L'igrometro non funziona	—	—	1,290		—
10 30	608,0	—	1,507		—	—	1,294		0,142
11 00	—	—	1,495		—	—	1,295		0,134
11 30	—	—	1,512		—	—	1,306		0,136
12 00	—	—	1,538		—	—	1,304		0,152
12 30	—	—	1,637		—	—	1,313		0,197
13 00	—	—	1,632		—	—	1,290		0,209
13 30	—	—	1,485		—	—	1,273		0,143
14 00	605,0	—	1,435		—	—	1,245		0,131
14 30	—	—	1,400		—	—	1,218		0,130
15 00	—	—	1,380		—	—	1,180		0,145

Digitized by Google

TABELLA VI. 8 agosto 1922

Ora t. m. E. c.	Stazione Montalto (De Pasquale - Borrello) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_1)	Note	Stazione Polsi (Amerio - Ricca) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_2)	Note	$\frac{A_1-A_2}{A_1}$
h. m.	mm.	%	p. calorie		mm.	%	p. calorie		
9 00	606,0	46	1,402	Cielo sereno, foschia in basso sul mare e nelle valli	695,0	38	1,150	Sereno	0,180
9 30	—	—	1,444		—	—	1,180		0,183
10 00	—	—	1,430		—	—	1,198		0,163
10 30	—	—	1,435		—	—	1,215		0,154
11 00	—	—	1,487		—	—	1,245		0,163
11 30	—	—	1,481		—	—	1,270		0,143
12 00	—	—	1,500		—	—	1,275		0,150
12 30	—	—	1,471		—	—	1,272		0,136
13 00	—	—	1,445		—	—	1,240		0,142
13 30	—	—	1,466		—	—	1,180		0,195
14 00	—	—	1,461		—	—	1,190		0,185
14 30	—	—	1,430		—	—	1,190		0,168
15 00	606,0	—	1,410		—	—	1,175		0,167

(De Pasquale - Borrello) 9 agosto 1922 (Amerio - Ricca)

9 00	606,0	40	1,478	Sereno	694,6	33	1,216	Sereno	0,177
9 30	—	—	1,485		—	—	1,241		0,154
10 00	—	—	1,405		—	—	1,250		0,106
10 30	—	—	1,435		—	—	1,251		0,129
11 00	—	—	1,445		—	—	1,260		0,128
11 30	—	—	1,418		—	—	1,260		0,112
12 00	—	—	1,405		—	—	1,289		0,083
12 30	—	—	1,410		—	—	1,277		0,094
13 00	—	—	1,420		—	—	1,266		0,108
13 30	—	—	1,390		—	—	1,227		0,110
14 00	—	—	1,302		—	—	1,134		0,129
14 30	—	—	1,300		—	—	1,146		0,119
15 00	606,0	—	1,480?		—	—	1,140		0,230

Digitized by Google

TABELLA VII. 10 agosto 1922

Ora t.m.E.c.	Stazione Montalto (De Pasquale - Borrello) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_1)	Note	Stazione Polsi (Amerio - Ricca) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_2)	Note	$\frac{A_1 - A_2}{A_1}$
h. m.	mm.	%	p. calorie		mm.	%	p. calorie		
9 00	606,0	39	1,394	Cielo sereno	694,0	32	1,171		0,160
9 30	—	—	1,397		—	—	1,201		0,140
10 00	—	—	1,393		—	—	1,220		0,124
10 30	—	—	1,409		—	—	1,235		0,124
11 00	—	—	1,440		—	—	1,250		0,132
11 30	—	—	1,425		—	—	1,260		0,116
12 00	—	—	1,465	Qualche nuvoletta verso Sud in aumento	—	—	1,275		0,130
12 30	—	—	1,425		—	—	1,280		0,102
13 00	—	—	1,424		—	—	1,265		0,112
13 30	—	—	1,435		—	—	1,246		0,132
14 00	—	—	1,424		—	—	1,208		0,152
14 30	—	—	1,360		—	—	1,149		0,155
15 00	—	—	1,327		—	—	1,085		0,182

	(De Pasquale - Borrello) 11 agosto 1922				(Amerio - Ricca)				
9 00	606,5	40	—		694,5	32	—	Cielo coperto	—
9 30	—	—	—	Fino a mezzogiorno il cielo è stato nuvoloso ed il sole coperto	—	—	—	»	—
10 00	—	—	—		—	—	—	»	—
10 30	—	—	—		—	—	—	»	—
11 00	—	—	—		—	—	—	»	—
11 30	—	—	—		—	—	—	»	—
12 00	—	—	1,390	Il sole è libero da nubi	—	—	1,140		0,180
12 30	—	—	1,388		—	—	1,148		0,178
13 00	—	—	1,365		—	—	1,153		0,155
13 30	—	—	1,350		—	—	1,136		0,158
14 00	—	—	1,327		—	—	1,100		0,171
14 30	—	—	1,305		—	—	1,076		0,175
15 00	606,5	—	1,292		—	—	1,040		0,195

Digitized by Google

TABELLA VIII. 12 agosto 1922

Ora t. m. E. c.	Stazione Montalto (De Pasquale - Borrello) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_1)	Note	Stazione Polsi (Amerio - Ricca) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_2)	Note	$\frac{A_1 - A_2}{A_1}$
h. m.	mm.	%	p. calorie		mm.	%	p. calorie		
9 00	605,0	40	1,222		693,5	35	0,952		0,221
9 30	—	—	1,235		—	—	1,010		0,190
10 00	—	—	1,292		—	—	1,016		0,215
10 30	—	—	1,250		—	—	1,005		0,196
11 00	—	—	1,290		—	—	1,030		0,202
11 30	—	—	1,315		—	—	1,049		0,203
12 00	—	—	1,350		—	—	1,114		0,175
12 30	—	—	1,322		—	—	1,110		0,160
13 00	604,0	—	1,310	Nuvole intorno al sole	—	—	1,103		0,158
13 30	—	—	1,254	»	—	—	1,043		0,169
14 00	—	—	1,290	»	—	—	1,057		0,180
14 30	—	—	1,275	»	—	—	1,010		0,208
15 00	—	—	1,160	»	—	—	0,937		0,192

	(Amerio - Ricca)			11 agosto 1923			(De Pasquale)	
9 00	609,7	35	1,357		693,8	29	1,234	0,097
9 30	—	—	1,390		—	—	1,237	0,110
10 00	—	—	1,420		—	27	1,265	0,109
10 30	—	—	1,430		—	—	1,292	0,097
11 00	—	—	1,453		—	31	1,313	0,097
11 30	—	—	1,480		693,5	—	1,320	0,113
12 00	—	—	1,471		—	—	1,324	0,100
12 30	—	—	1,479		—	26	1,330	0,101
13 00	—	—	1,480		—	—	1,320	0,108
13 30	—	—	1,485		693,0	—	1,315	0,114
14 00	—	—	1,482		—	—	1,273	0,141
14 30	—	—	1,470		—	—	1,255	0,153
15 00	609,7	—	1,452		692,7	32	1,217	0,162

Digitized by Google

TABELLA IX. 13 agosto 1923

Ora t.m.E.c.	Stazione Montalto (Amerio - Ricca) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_1)	Note	Stazione Polsi (De Pasquale) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_2)	Note	$\frac{A_1 - A_2}{A_1}$
h. m.	mm.	%	p. calorie		mm.	%	p. calorie		
9 00	608.3	40	1,420		691,8	38	1,240		0,127
9 30	—	—	1.430		—	—	1,275		0,108
10 00	—	—	1,435		—	—	1,303		0,092
10 30	—	—	1,410		—	35	1,286		0,088
11 00	—	—	1,363		692,0	—	1,276		0,064
11 30	—	—	1,365		—	—	1,290		0,055
12 00	—	—	1,352		—	28	1,306		0,035
12 30	—	—	1,348		—	—	1,270		0,058
13 00	—	—	1,340		—	—	1,282	Nuvole intorno al sole	0,043
13 30	—	—	1,320		—	—	1,275		0,034
14 00	—	—	1,345		—	36	1,247		0,073
14 30	—	—	1,321		—	—	1,225		0,073
15 00	—	—	1,320		691,9	33	1,230		0,068

	(Amerio - Ricca)			15 agosto 1923			(De Pasquale)		
9 00	608,8	45	—		692,3	47	1,197	Cielo sereno	—
9 30	—	—	1,340		—	—	1,265		0,056
10 00	—	38	1,410		—	—	1,300		0,078
10 30	—	—	1,430		—	45	1,327		0,072
11 00	—	—	1,430		—	—	1,342	Comincia qualche nuvola	0,062
11 30	—	—	1,465		—	—	1,295		0,116
12 00	—	47	1,465		692,2	31	1,265		0,137
12 30	—	—	1,460		—	—	1,250		0,144
13 00	—	—	1,460		—	33	1,253		0,142
13 30	—	53	—	Le nuvole hanno coperto il sole	—	—	1,245		—
14 00	—	—	—		—	—	1,253		—
14 30	—	—	1,440		—	—	1,207		0,162
15 00	—	—	1,450		692,0	32	1,180		0,186

Digitized by Google

TABELLA X. 16 agosto 1923

Ora t. m. E. e.	Stazione Montalto (Amerio - Ricca) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_1)	Note	Stazione Polsi (De Pasquale) Pressione	Stato igr.	Radiazione (A_2)	Note	$\frac{A_1-A_2}{A_1}$
h. m.	mm.	%	p. calorie		mm.	%	p. calorie		
9 00	607,0	48	1,289		690,2	44	1,145		0,112
9 30	—	—	1,295		—	—	1,170		0,097
10 00	—	44	1,270		—	40	1,170		0,079
10 30	—	—	1,328		—	—	1,193		0,102
11 00	—	—	1,368		—	—	1,233		0,098
11 30	—	—	1,350		—	—	1,165	Nuvole	0,137
12 00	—	40	1,344		—	—	—	»	—
12 30	—	—	—	Nuvole	—	—	—	»	—
13 00	—	—	1,370		—	—	1,220		0,110
13 30	—	—	1,330		—	—	1,227		0,077
14 00	—	32	1,280		—	23	1,200		0,063
14 30	—	—	1,104		—	—	1,083		0,019
15 00	—	—	1,060		—	26	—	Nuvole	—
	(Amerio - Ricca)		17 agosto 1923				(De Pasquale)		
9 00	605,5	53	1,280		689,2	50	1,210		0,055
9 30	—	—	1,332		—	—	1,232		0,075
10 00	—	54	1,360		—	—	1,240		0,088
10 30	—	—	1,330		—	40	1,212		0,089
11 00	—	—	1,311		—	—	1,274		0,028
11 30	—	—	1,430		—	—	—	Nuvole	—
12 00	—	53	1,431		—	43	1,167		0,182
12 30	—	—	1,248		—	—	1,140		0,087
13 00	—	—	1,380		—	—	1,070		0,225
13 30	—	—	—	Nuvole	—	—	—	Nuvole	—
14 00	—	39	1,414		—	—	1,148		0,188
14 30	—	—	1,372		—	—	1,107		0,120
15 00	—	—	1,242		689,0	—	1,060		0,147

Digitized by Google

TABELLA XI.

ESEMPI DI MISURE COMPLETE

Montalto — 1° agosto 1922 — (Amerio - Ricca)

ORA t. m. E. c.	Temperatura	Stato igr. %	Pressione mm.	Deviazione galvan.	Deviazione media	Radiazione p. c.	OSSERVAZIONI
12,26	24°,0	64 ?	610,4	(281,6)	—	—	L'igrometro non funziona bene.
				281,8			
				282,4			
				282,0			
				283,2			
				282,7	282,5	1,570	Scartate le due deviazioni estreme, la divergenza massima tra le altre 10 che rimangono è inferiore al 5 %, e l'errore probabile della media è di circa $\frac{1}{2}$ per mille.
				282,4			
				283,2			
				(283,8)			
				282,4			
				282,3			
				282,2			

Polsi — 10 agosto 1922 — (Amerio - Ricca)

13,26	32°,0	28	694.0	107,5			
				(107,3)			Scartando le due deviazioni estreme si ha fra le rimanenti una divergenza inferiore al 3 % e la media è determinata con un errore del 0,3 %.
				107,5			
				107,4			
				107,4			
				107.4	107,6	1,246	
				107,7			
				107,7			
				107,6			
				(107,8)			
				107,7			
				107,6			

Digitized by Google

TABELLA XII.

Segue: *Esempi di misure complete.*

Polsi — 13 agosto 1923 — (De Pasquale)

ORA t. m. E. c.	Temperatura	Stato igr. %	Pressione mm.	Deviazione galvan.	Deviazione media	Radiazione p. c.	OSSERVAZIONI
13,56	29°,0	36	691,8	123,4			
				123,2			Divergenza massima inferiore al 5 ‰; errore del valore medio inferiore a 0,5 ‰.
				123,2	123,3		
				123,4			
				123,3			
				123,4	123,3	1,247	Si osserva la leggera diminuzione nella media dei primi cinque valori con la media dei cinque successivi.
				122,8			
				123,2			
				123,4	123,2		
				123,3			
				123,4			

Montalto — 16 agosto 1923 — (Amerio - Ricca)

8,38	21°,0	45	607,0	(171,7)			
				171,8			
				171,8			Si osserva il graduale incremento della radiazione corrispondente al crescere dell'altezza del sole.
				171,8	171,9		
				171,9			
				172,0			
				172,4	172,2	1,230	
				(172,9)			In questa serie il pireliometro era nell'interno e riceveva la radiazione da un eliostata a specchio d'argento.
				172,9			
				172,5	172,5		
				172,5			
				172,2			

Digitized by Google

TABELLA **XIII.**

Segue: *Esempi di misure complete.*

Polsi — 11 agosto 1922 — (De Pasquale)

ORA t. m. E. e.	Temperatura	Stato igr. %	Pressione mm.	Deviazione galvan.	Deviazione media	Radiazione p. c.	OSSERVAZIONI
8,56	25°,4	29	693.8	120,9			
				120.8			Divergenza mass. 9 %. Si vede che durante la serie (8 minuti) col crescere dell'altezza del Sole cresce la radiazione solare.
				120.6	120,9		
				121,1			
				121,1			
				121,7	121,2	1,234	
				121,6			
				121,1	121,5		
				121,7			
				121,5			

Polsi — 2 agosto 1922 — (De Pasquale)

14,26	26°,7	49	691,0	110.2			
				109,6			
				110,3			Durante la serie (8 minuti) col diminuire dell'altezza del Sole diminuisce la radiazione solare.
				(110,6)	110,1		
				110,3			
				110.0			
				109,4	109,6	1,262	
				109,5			
				109,1			
				109,1	109,0		
				108,1			
				(107,8)			

Digitized by Google

V.

Esempi di misure complete.

Montalto — 16 agosto 1923 — (Amerio - Ricca)

...ra	Stato igr. %	Pressione mm.	Deviazione galvan.	Deviazione media	Radiazione p. c.	OSSERVAZIONI
	45	607,0	192,4			Si osservi la grande uniformità di questa serie. Essa è stata ottenuta come la precedente con l'eliostata all'esterno; la divergenza massima è di 2 ‰. Dello specchio d'argento era stato determinato il potere riflettente che risultò 0,948. Delle serie così determinate non si tenne conto per i calcoli della costante, mancando la serie contemporanea della stazione bassa.
			(191,8)			
			192.0			
			192,0			
			192,0			
			192.0			
			192,0	192,0	1,347	
			192,0			
			192,0			
			(192,4)			
			192,0			
			192,0			

.

TABELLA DEGLI ELEMENTI

il calcolo di A e valori di A ora per ora

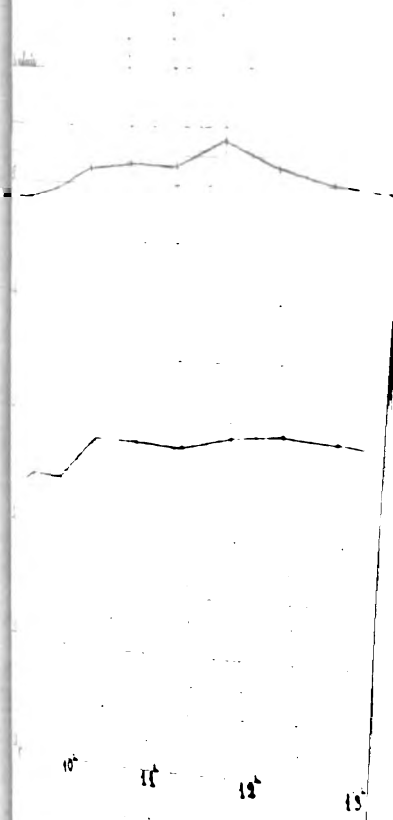
(Confronto fra Montalto e Polsi).

	A_2	ϵ_1	ϵ_2	A	ANNOTAZIONI
3	1,250	1,140	1,295	2,06	L'andamento delle misure non è simmetrico rispetto al mezzogiorno in causa dell'aumentare graduale del vapor d'acqua a partire dal mattino.
2	1,245	1,040	1,181	2.10	
3	1,245	0,968	1,100	2.12	
4	1,280	0,920	1,045	2,05	
9	1.280	0,888	1,008	2.08	
7	1.277	0,864	0,982	2,07	
7	1.287	0,856	0,973	2.12	
5	1,290	0,850	0,977	2.01	
2	1,282	0,872	0,991	1,98	
5	1,280	0,904	1,027	1,95	
3	1,245	0,944	1.072	2.08	
7	1,230	1,010	1,145	2,15	
4	1,213	1,122	1,248	2.12	
			Media	2,07	

...VI.

Andamento diurno della radiazione

...dai valori medi orari, per MONTALTO



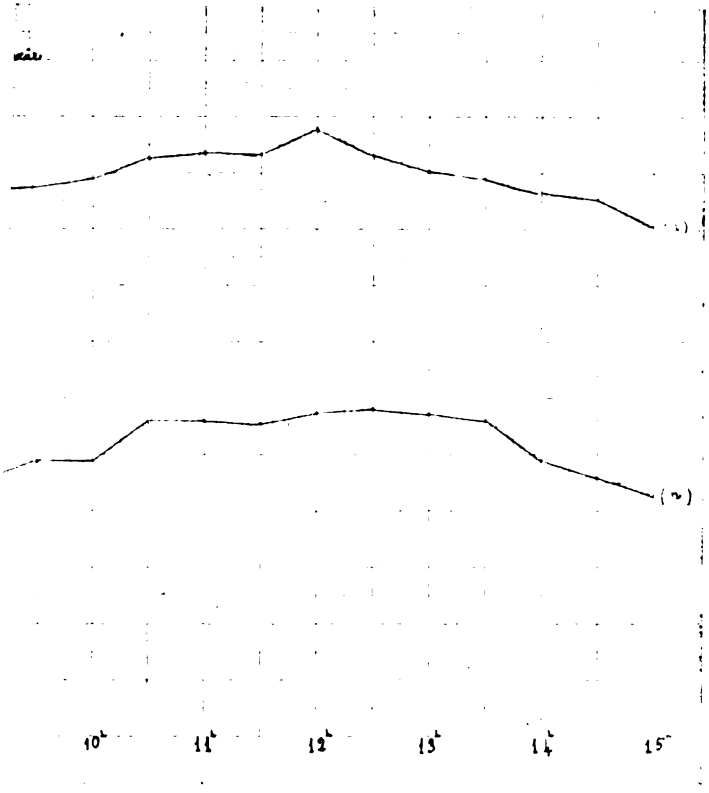
Le tabelle da 1 a 10 ci dànno i v...
...solari a Montalto e a Polsi ...
...della tabella 2 sono stati riportat...
...(4) dedotti provvisoriamente c...
...della nota formula approssimata

$$\log A = \frac{\epsilon_2 \log A_1 - \epsilon}{\epsilon_2 - \epsilon}$$

Digitized by Google

XVI.

Andamento diurno della radiazione solare
dai valori medi orari, per MONTALTO (m) e POLSI (p).



Le tabelle da 1 a 10 ci dànno i valori già calcolati per le zioni solari a Montalto e a Polsi ora per ora.

Nella tabella 2 sono stati riportati i valori della costante e (*A*) dedotti provvisoriamente con la semplice applica- della nota formula approssimata

$$\log A = \frac{\epsilon_2 \log A_1 - \epsilon_1 \log A_2}{\epsilon_2 - \epsilon_1}.$$

Digitized by Google

indicano gli spessori atmosferici attraversati dalla
lare, calcolati per mezzo della formula

$$\epsilon = \epsilon_0 \sec z,$$

spessore verticale dell'atmosfera sovrastante la
la distanza zenitale.

biamo creduto di applicare formule più complicate
ure furono sempre fatte per valori non grandi delle
tali, e nemmeno il nuovo metodo accennato, per il
ata fatta questa campagna, per le ragioni che sono
te.

lati serviranno quando si saranno ottenuti, in quan-
te, quegli altri determinati con le maggiori diffe-
tudine che si hanno al Monte Rosa. L'attuale de-
e come saggio dei risultati, sopratutto se paragonata
si sono ottenuti da altri sperimentatori, applicando
todi per dedurre la costante dalle misure fatte.

belle 12 e 13 sono riportate alcune serie complete
eguite a Polsi e a Montalto, allo scopo di dimo-
mento del lavoro sperimentale, e che l'accordo dei
a provare che in nessuna misura precedente si era
così notevole esattezza.

vola 14 viene rappresentato l'andamento diurno
one nelle due stazioni sopracitate, dedotto ora per
ri medi.

di questa tavola ci indica la necessità di eseguire
ie di misure per poter applicare con vantaggio il
o, perchè le differenze nei due andamenti della ra-
olsi e a Montalto si devono attribuire in massima a
ione istantanea di vapor d'acqua, fra le due sta-
te da quella che si dovrebbe considerare come nor-
oltanto il grande numero di osservazioni che potrà
istante il rapporto medio fra le due intensità
oni.

l termine di questa breve esposizione che non può
idea approssimata del lavoro compiuto durante i

estivi ricordati, in condizioni spess
un vivo ringraziamento al Minist
per la sovvenzione accordata a
B. Rizzo, Direttore dell'Istituto di F
rsità di Messina, per averci cortes
l materiale adoperato in questa ca
Santuario di Polsi sia per la gen
locali del Santuario, sia per ave
di Montalto di potere risiedere colà
stinato alle misure, ai Signori Attil
Filippo Borrello per avere prestata
ra rispettivamente negli anni 1921

Digitized by Google

odi estivi ricordati, in condizioni spesso molto disagevoli, no un vivo ringraziamento al Ministero della Pubblica ne per la sovvenzione accordata a questa ricerca, al B. Rizzo, Direttore dell'Istituto di Fisica terrestre della ersità di Messina, per averci cortesemente fornita una el materiale adoperato in questa campagna, alla Dire- el Santuario di Polsi sia per la gentile ospitalità con- ei locali del Santuario, sia per avere dato modo agli ri di Montalto di potere risiedere colà durante tutto il pe- estinato alle misure, ai Signori Attilio Valenti studente Filippo Borrello per avere prestata volonterosamente la era, rispettivamente negli anni 1921 e 1922.

Digitized by Google

CLASSE

DI

ZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 10 Marzo 1929 (VII)

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. C. F. PARONA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

resenti i Soci: D'Ovidio, Mattirolo, Grassi, Somi-
NETTI, Sacco, Majorana, Pochettino, Garelli, Val-
Segretario Repossi.

ale dell'adunanza precedente è letto ed approvato
vazioni.

etario presenta le seguenti pubblicazioni inviate in
'Accademia dal Prof. E. Pistolesi:

ributo allo studio dell'elica in un vento laterale;

e considerazioni sul problema dell'elica in un vento
erale;

olo della linea elastica dell'elica;

roposito di una supposta eccezione al teorema di Kutta-
ukowski;

i Bianchi;

ne considerazioni sul problema del biplano indefinito.

o Sacco presenta il volume degli *Atti e lavori del*
del Po, tenuto a Piacenza nel giugno 1927, a. V,
dono all'Accademia dal Podestà di Piacenza, e ne

idenza il notevole interesse. La
inatore il compiacimento dell'Acca
Accademia è pure giunto in omag
o Belli, un ritratto di Lazzaro
a far parte della collezione dei ritratt
ssi, dall'Accademia stessa posseduta.
eguito il Socio Panetti presenta pe
a Nota di Carlo Ferrari, dal titolo:
ferici e i campi aerodinamici, ed este
ipo il Socio Mattirolo presenta, pu
ri, una Nota della dott.ssa A. M. P
della radice del Morus, e breven
ndo il Presidente, ricordando che
lla Classe cade nel medesimo giorn
ropone che l'adunanza stessa sia s
autorizzato ad accettare le Note
eventualmente presentate dai Soci p
a proposta del Presidente incontra l
ne della Classe.

Digitized by Google

evidenza il notevole interesse. La Presidenza espri-
donatore il compiacimento dell'Accademia.

Accademia è pure giunto in omaggio, da parte del
rito BELLI, un ritratto di Lazzaro SPALLANZANI, che
a far parte della collezione dei ritratti degli Accademici
tri, dall'Accademia stessa posseduta.

seguito il Socio PANETTI presenta per l'inserzione negli
Nota di Carlo FERRARI, dal titolo: *Sull'analogia fra*
elettrici e i campi aerodinamici, ed estesamente la illustra.

lopo il Socio MATTIROLO presenta, pure per l'inserzione
tti, una Nota della dott.ssa A. M. PALAZZO, dal titolo
celle della radice del Morus, e brevemente ne parla.

ultimo il Presidente, ricordando che la prossima adu-
ella Classe cade nel medesimo giorno delle elezioni po-
propone che l'adunanza stessa sia sospesa e domanda
e autorizzato ad accettare le Note che in tale data
eventualmente presentate dai Soci per l'inserzione negli
a proposta del Presidente incontra la incondizionata ap-
one della Classe.

Digitized by Google

LETTURE

gia fra i campi elettrici e i campi aerodinamici.

Nota dell'Ing. CARLO FERRARI
presentata dal Socio nazionale residente M. Panetti.

L'integrazione delle equazioni differenziali del moto erfetti attorno ad un ostacolo è stata eseguita solo in olari, se pure molto importanti, come quelli dei ci- niti col profilo Joukowski e dei corpi di rivoluzione (1). de quindi di quale importanza sia il ricercare pro- he permettano di ottenere la configurazione del campo co attorno a corpi di forma qualunque per via spe- Tale problema ha già avuto una soluzione nel caso ce del moto piano, grazie alla analogia che per esso campi elettrostatici e i campi aerodinamici, nella rrispondono la funzione potenziale φ del campo elet- e la funzione Ψ di corrente del campo aerodinamico; uipotenziali del campo elettrostatico corrispondono linee di corrente del campo aerodinamico, il vettore el campo corrisponde al vettore velocità, e il flusso intensità del campo attraverso alla superficie chiusa rcuito alla circuitazione lungo esso. La dimostrazione logia è immediata.

nel problema aerodinamico la funzione Ψ di una ana di densità costante, all'infinito uniforme e pa- esempio all'asse x, in presenza di un ostacolo di è definita dalle seguenti condizioni: in tutto il disfa all'equazione di Laplace $\Delta\Psi=0$; all'infinito costante $= U$; $\left(\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right)_{x=\infty} = 0$;

(1) PANETTI, *Costruzioni Aeronautiche*, Supplementi, Parte I e II.

sull'ostacolo $\frac{\partial\Psi}{\partial s} = 0$ dovendo il profilo ea di corrente; ed infine per un qu ncateni coll'ostacolo

$$\int_s \frac{\partial\Psi}{\partial n} dS = \Gamma = \text{costante}.$$

alore della circuitazione, e quindi terminata se il corpo, come ad es. mento infinito, presenta a poppa una la linea di corrente staccarsi dal essa.

onsideri ora il campo elettrostatic mogeneo da una distribuzione unif pplicata ai limiti del campo nella d la funzione potenziale φ soddisfa lo spazio; ai limiti del campo si ha:

l'intensità del campo ai suoi lin di un conduttore collocato nel can $= 0$ dovendo all'interno del ità del campo. Sulla superficie del elettriche libere distribuite con d ttore è isolato, si ha per un qua si concateni

$$\Upsilon = \int_s \frac{\partial\varphi}{\partial n} ds = \iint_\sigma 4\pi$$

ndo con σ l'area racchiusa da s) masse elettriche che compaiono s è collegato con un punto qualu ale, oppure, quando si faccia us tale, tenuto ad un potenziale ch le nel tempo rispetto al poten

$$\Upsilon = \int_s \frac{\partial\varphi}{\partial n} ds = \iint_\sigma 4\pi\rho$$

Digitized by Google

ıll'ostacolo $\frac{\partial \Psi}{\partial s} = 0$ dovendo il profilo dell'ostacolo stesso
nea di corrente; ed infine per un qualunque circuito S
oncateni coll'ostacolo

$$\int_S \frac{\partial \Psi}{\partial n} dS = \Gamma = \text{costante}.$$

valore della circuitazione, e quindi la Ψ, è completa-
leterminata se il corpo, come ad es. un profilo alare di
mento infinito, presenta a poppa una punta, dovendo in
ɔ la linea di corrente staccarsi dal corpo in corrispon-
li essa.

considerі ora il campo elettrostatico creato in un die-
omogeneo da una distribuzione uniforme di cariche elet-
applicata ai limiti del campo nella direzione ad es. del-
x: la funzione potenziale φ soddisfa all'equazione $\Delta\varphi = 0$
ɔ lo spazio; ai limiti del campo si ha: $\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \text{costante} = u$,
o u l'intensità del campo ai suoi limiti, $\frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0$; a con-
di un conduttore collocato nel campo $\varphi = \text{costante}$ e
$\frac{\partial \varphi}{\partial s} = 0$ dovendo all'interno del conduttore annullarsi
sità del campo. Sulla superficie del corpo si manifestano
e elettriche libere distribuite con densità ρ, e quindi, se
duttore è isolato, si ha per un qualunque circuito s che
sso si concateni

$$\Upsilon = \int_s \frac{\partial \varphi}{\partial n} ds = \iint_\sigma 4\pi\rho d\sigma = 0$$

ando con σ l'area racchiusa da s) essendo nulla la somma
masse elettriche che compaiono sul conduttore. Se invece
o è collegato con un punto qualunque tenuto a potenziale
nte, oppure, quando si faccia uso di forze elettromotrici
nate, tenuto ad un potenziale che presenti una differenza
nte nel tempo rispetto al potenziale ai limiti del campo,
a

$$\Upsilon = \int_s \frac{\partial \varphi}{\partial n} ds = \iint_\sigma 4\pi\rho d\sigma = \text{costante};$$

Digitized by Google

ella costante dipende dal potenziale dato al condut-
coefficiente di induzione di questo rispetto al campo,
di variare entro limiti amplissimi.

ue sempre possibile ottenere un rapporto $\frac{\gamma}{u} = \frac{\Gamma}{U}$: ba-
al conduttore un potenziale tale che una linea equi-
i stacchi da esso dal punto voluto, in particolare
lari dalla punta. Si deduce quindi senz'altro che le
i Ψ e φ, soddisfacendo alle stesse equazioni ed alle
zioni ai limiti, debbono essere formalmente identiche.
izzazione sperimentale delle proprietà sopra esposte
ta per la prima volta da Relf (1) colla cosidetta
trica „. Il campo elettrostatico è creato nell'acqua
ntro una vasca rettangolare per mezzo di due elet-
iiti da due lastre parallele di alluminio; al centro
è disposto il modello colle generatrici parallele alle
rofilo dato e colla data orientazione. Con una punta
di dimensioni abbastanza piccole, perchè la pertur-
essa prodotta nel campo sia trascurabile, si ricer-
punti del campo che sono allo stesso potenziale di
riferimento e con un pantografo si trasportano tali
l foglio di disegno. Tracciando in tal modo succes-
quipotenziali del campo elettrico corrispondenti a
otenziali uguali, si hanno linee di corrente del campo
ico la cui distanza risulta inversamente proporzio-
r medio della velocità nel tratto fra esso compreso
uindi facilmente determinare la velocità al contorno
er un dato valore della velocità all'infinito.

L'analogia sopra esposta viene a cadere quando si
campi a tre dimensioni; infatti nel caso di solidi
ne investiti da corrente di direzione asintotica pa-
ro asse la funzione di corrente Ψ soddisfa all'equa-

ELF, *An electrical method of tracing stream-lines for the two-*
otion of a perfect fluid (Report and Memoranda of the Aero-
arch-Committee).

le coordinate cilindriche, x coincide
ormale)

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} - \frac{1}{y}\frac{\partial\Psi}{\partial y} =$$

e la funzione potenziale del campo ele
azione

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{1}{y}\frac{\partial\varphi}{\partial y} = 0$$

i sembra quindi privo d'interesse
o caso l'analogia sussista fra campi a
rente elettrica in un mezzo condutto
ebbosi nella analogia le funzioni poten
, e quindi il vettore velocità $\bar{v}$ e il
ità.

La nuova analogia è basata, come la p
lle equazioni e delle condizioni ai lir
Ψ e φ_1 debbono soddisfare. È noto int
n mezzo conduttore omogeneo di cond
prescindendo dagli istanti iniziali,
ad. $\varphi_1 = c \cdot \bar{i}$, si deduce div. grad. φ_1
o di corrente in un fluido incompress
ostacolo immerso nel campo elettric
o con materiale isolante, si ha la: comp
superficie del corpo $\bar{i}_n = 0$ e quindi $\frac{\partial}{\partial}$
finito le due correnti elettrica e fluid
e è parallele, le funzioni potenziali de
e formalmente identiche. Per la real
e proprietà esposte è sufficiente la st
l pur di sostituire al dielettrico (acqua
ua acidulata) e di costruire il modell
le conduttore, con materiale isolante
e che il circuito, che dalla punta e
e, quando viene attraversato da cor
rso ed in misura tanto maggiore qu
ma del circuito stesso rispetto a quel
ribuire al minimo la perturbazione

Digitized by Google

ı coordinate cilindriche, x coincidente coll'asse di figura
rmale)

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} - \frac{1}{y}\frac{\partial\Psi}{\partial y} = 0$$

la funzione potenziale del campo elettrostatico è definita
azione

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{1}{y}\frac{\partial\Phi}{\partial y} = 0.$$

i sembra quindi privo d'interesse far vedere come in
caso l'analogia sussista fra campi aerodinamici e campi
ente elettrica in un mezzo conduttore omogeneo, corri-
ndosi nella analogia le funzioni potenziali Φ e φ_1 dei due
e quindi il vettore velocità $\bar{v}$ e il vettore $\bar{i}$ densità di
te.

a nuova analogia è basata, come la precedente, sull'iden-
lle equazioni e delle condizioni ai limiti cui le due fun-
Φ e φ_1 debbono soddisfare. È noto infatti che nell'interno
mezzo conduttore omogeneo di conducibilità specifica c
prescindendo dagli istanti iniziali, div. $\bar{i} = 0$, e poichè
d . $\varphi_1 = c \,.\, \bar{i}$, si deduce div. grad. $\varphi_1 = 0$; come per un
di corrente in un fluido incompressibile. A contatto poi
ostacolo immerso nel campo elettrico, se l'ostacolo è co-
o con materiale isolante, si ha la: componente di $\bar{i}$ normale
uperficie del corpo $\bar{i}_n = 0$ e quindi $\frac{\partial\varphi_1}{\partial n} = 0$; se pertanto
inito le due correnti elettrica e fluida sono entrambe uni-
e parallele, le funzioni potenziali dei due campi dovranno
e formalmente identiche. Per la realizzazione sperimentale
proprietà esposte è sufficiente la stessa vasca elettrica di
pur di sostituire al dielettrico (acqua pura) un conduttore
a acidulata) e di costruire il modello, invece che con ma-
le conduttore, con materiale isolante. È ancora opportuno
re che il circuito, che dalla punta esploratrice va al rive-
e, quando viene attraversato da corrente, altera il campo
no ed in misura tanto maggiore quanto minore è la resi-
za del circuito stesso rispetto a quella dell'acqua acidulata.
ridurre al minimo la perturbazione si deve quindi avere

Digitized by Google

di usare rivelatori a fortissima resistenza interna
simi.

po si potrà rappresentare per mezzo delle linee
delle superficie equipotenziali con una serie di
ndicolari ad uno degli assi coordinati, ad es. al-
la differenza di potenziale fra due linee equipoten-
utive si mantiene uguale per tutto il campo esplorato
te V_x secondo l'asse delle x della velocità media nel
reso fra le linee considerate sarà inversamente pro-
l segmento dell'asse x compreso fra le linee stesse.
za che ciò costituisca alcun limite alla generalità del
potrà supporre sempre la velocità all'infinito paral-
x, e di intensità unitaria, risulterà senz'altro de-
V_x. In modo analogo si determinano le due altre

edimento si semplifica notevolmente se il modello su
menta è di rivoluzione attorno all'asse x; in questo
rocedimento del tutto analogo a quello analitico, ba-
re le ricerche al solo piano meridiano orizzontale e
solido una prima volta coll'asse nella direzione asin-
velocità, quindi in direzione ortogonale.

Può ancora essere interessante vedere come il mezzo
descritto si presti a ricerche sui profili alari con
o finito, dirette a determinare la distribuzione della
ngo l'apertura dell'ala.

l'asse x nella direzione dell'apertura alare ed in-
circuitazione in corrispondenza del punto di ascissa x:
in un'ala di apertura finita sfuggono dal vertice po-
tici di intensità $\frac{d\Gamma}{dx}$ che sono trasportati dal vento
e di corrente del moto relativo all'ala stessa. Essi
una superficie di discontinuità tagliata in corri-
el punto per cui Γ è massimo $\left(\frac{d\Gamma}{dx} = 0\right)$, la quale
nnessione lineare dello spazio e rende quindi possi-
nza di un potenziale ciclico nel campo esterno alla
essa.

otenziale risulta quindi definito dall

soddisfa in tutto lo spazio esterno
rticose all'espressione $\Delta\Phi = 0$;
contatto dell'ala e dei vortici libe
econdo linee di corrente è $\frac{\partial\Phi}{\partial n} = 0$
per un qualunque circuito S irredu
con tutta una semifalda vorticosa,
campo elettrico il potenziale Φ_1 sod
); per imporre che esso soddisfi
interrompere la connessione d
esso modo col quale la connessione
interrotta dalla falda vorticosa; si
infinito il profilo alare con una str
nge a questo in corrispondenza de
ata in corrispondenza del piano di
È opportuno notare che la forma de
del campo aerodinamico è a priori
ende dalle velocità indotte dai v
si suppongono piccole rispetto alla
mo senz'altro trascurare e si potrà
di discontinuità piana e contenent
lla velocità stessa.
Per soddisfare infine alla condizione
una circuitazione Γ in ogni circuit
ere ad S; ora per una nota legge
sione è $\Gamma = \int_s \frac{\partial\Phi_1}{\partial s}\, ds$ = variazione
del vettore induzione magnetica B
superficie f limitata da $s = \frac{\partial}{\partial t}$
È necessario quindi formare colle
alle semifalde vorticose e col m
stico di grande permeabilità rispet

..., *Hydrodynamics* (pag. 52 della v

Digitized by Google

otenziale risulta quindi definito dalle seguenti condi-

soddisfa in tutto lo spazio esterno all'ala ed alle
vorticose all'espressione $\Delta\Phi = 0$;
a contatto dell'ala e dei vortici liberi essendo questi
secondo linee di corrente è $\frac{\partial\Phi}{\partial n} = 0$;
per un qualunque circuito S irreducibile, che si con-
oè con tutta una semifalda vorticosa, è $\int_S \frac{\delta\Phi}{\delta S} dS = \Gamma_{max}$.
campo elettrico il potenziale φ_1 soddisfa senz'altro alla
ne *a*); per imporre che esso soddisfi alla condizione *b*)
sario interrompere la connessione del campo elettrico
esso modo col quale la connessione del campo aerodina-
interrotta dalla falda vorticosa; si deve quindi prolun-
infinito il profilo alare con una striscia sottilissima che
unge a questo in corrispondenza dell'orlo posteriore ed
ata in corrispondenza del piano di simmetria del mo-
È opportuno notare che la forma della superficie di dis-
ità del campo aerodinamico è a priori incognita in quanto
pende dalle velocità indotte dai vortici liberi; se però
si suppongono piccole rispetto alla velocità all'infinito si
no senz'altro trascurare e si potrà quindi ritenere la su-
di discontinuità piana e contenente la direzione asinto-
lla velocità stessa.
er soddisfare infine alla condizione *c*) è necessario pro-
una circuitazione γ in ogni circuito irriducibile s corri-
nte ad S; ora per una nota legge dell'induzione elettro-
tica è $\gamma = \int_s \frac{\partial\varphi_1}{\partial s} ds =$ variazione nell'unità di tempo del
del vettore induzione magnetica B attraverso ad una qua-
e superficie f limitata da $s = \frac{\partial}{\partial t}\int_f B_n df$.
necessario quindi formare colle due striscie corrispon-
alle semifalde vorticose e col modello alare un circuito
etico di grande permeabilità rispetto all'acqua per evitare

) LAMB, *Hydrodynamics* (pag. 52 della vecchia ediz. di Cambridge).

Digitized by Google

del flusso, ed applicare al circuito una forza magne-
che produca un flusso magnetico della stessa frequenza
esterno. La grandezza della circuitazione potrà es-
ta a piacere, operando sul numero di ampère spire
catenano col circuito magnetico. Sarà perciò sempre
ttenere che le linee di corrente si stacchino dal pro-
rispondenza del piano di simmetria nel modello, dal
e.

npianto sperimentale del tipo descritto per determi-
nfigurazione del flusso attorno ad ostacoli di forma
si sta costruendo sotto la direzione del prof. Panetti
torio di Aeronautica della R. Scuola di Ingegneria di

Le lenticelle della radice del

Nota della Dott.ssa A. M. PALA

presentata dal Socio nazionale residente Or

copo di questa pubblicazione è lo s
zioni che si trovano sulle radici del
considerare come lenticelle, aventi p
differire in alcuni punti dalla stru
ale.

ale studio mi è stato suggerito com
prof. Mattirolo ed ho compiuto le n
enza nel R. Istituto Botanico da lui d
cortesemente messi a mia disposizio
di ringraziarlo per l'aiuto ed i consi
mpre largo.

primo che s'occupò di queste part
Cesati, che fin dal 1844 accennava
romicete da lui chiamata *Protomyc*
e infestato le radici del gelso e che
la causa della malattia conosciuta
hetto!

seguito il prof. Gibelli (1) in un
ato nel 1872, escluse l'entità fun
a probabile alterazione del tessuto
so.

endo necessario descrivere in qual

(1) Atti della VI Riunione degli Scienzi
1872).

Digitized by Google

Le lenticelle della radice del Morus.

Nota della Dott.ssa A. M. PALAZZO
presentata dal Socio nazionale residente Oreste Mattirolo.

copo di questa pubblicazione è lo studio di particolari zioni che si trovano sulle radici del gelso e che si deb- considerare come lenticelle, aventi però caratteri proprii a differire in alcuni punti dalla struttura delle comuni elle.

'ale studio mi è stato suggerito come tesi di laurea dal prof. Mattirolo ed ho compiuto le mie ricerche sotto la uida nel R. Istituto Botanico da lui diretto, valendomi dei cortesemente messi a mia disposizione: colgo ora l'occa- di ringraziarlo per l'aiuto ed i consigli preziosi di cui mi mpre largo.

l primo che s'occupò di queste particolari produzioni fu f. Cesati, che fin dal 1844 accennava ad una nuova forma *oniomicete* da lui chiamata *Protomyces violaceus*, il quale be infestato le radici del gelso e che, secondo lui, sarebbe la causa della malattia conosciuta sotto il nome di *male ulchetto!*

In seguito il prof. Gibelli (1) in un lavoro sull'argomento licato nel 1872, escluse l'entità fungina e disse trattarsi na probabile alterazione del tessuto suberoso delle radici gelso.

Credo necessario descrivere in qual modo si presenti all'os-

(1) " Atti della VI Riunione degli Scienziati italiani tenutasi in Mi- , (1872).

Digitized by Google

l creduto *Protomyces violaceus* Ces. prima di trat-
stione della sua vera essenza che formò oggetto
cerche.

genererebbe nel tessuto suberoso delle radici vecchie
iguenti, sotto forma di pustole alquanto sporgenti
di anello, cingono più o meno completamente il
lla radice, facilmente visibili pel loro colore vio-
isalta sulla tinta giallo-ocracea del tessuto suberoso.
pustole constano di molte laminette di sughero al-
altrettanti straterelli di un minutissimo pulviscolo
microscopio si nota che gli straterelli di sughero,
cellule tavolari poligonali, più allungate perpendi-
all'asse radicale, si separano l'uno dall'altro nell'area
ia e nello spazio interposto si raccoglie uno strate-
viscolo, il quale rialza le laminette più superficiali,
e in modo che, alla fine, queste si rompono con una
golare e contornata di margini arrovesciati e laceri.
li più profondi restano intatti e un po' convessi a
stole. Il pulviscolo violetto consta invece di innu-
lule violacee a pareti inspessite non uniformemente.
Gibelli venne alle seguenti conclusioni:

Che il *Protomyces violaceus* Ces. non è un'entità mico-
una ipertrofia delle forme lenticellari, che si gene-
ghero delle radici e del tronco dei gelsi, *comune a*
, tanto sani che ammalati e indipendentemente dalla

Che diversi sono i modi di formazione delle lenticelle
si può avere anche la scissura degli straterelli
n senso orizzontale, attraverso il lume delle loro

Che gli elementi costituenti il pulviscolo violetto
o il contenuto delle cellule suberose, consolidato e
per rottura delle pareti e possono quindi essere in-
ome di *Endocisti* ".

e in quanto alla loro funzione nell'economia della
ella pianta, le lenticelle sono da riguardarsi come
uberose destinate a proteggere i tessuti interni

azione nociva degli agenti atmosf
. Trécul per qualsiasi forma len
di ben chiarire la genesi ed il
questi organi particolari, ho credu
prime fasi lo sviluppo di una gio
radice del Morus, nell'orientazion
dei suoi tessuti, si presenta cos
delle piante dicotiledoni, vale a d
olarità che sia degna di specia
giovani radichette aventi un
la successione dei tessuti dall'es
dall'*epidermide* che funziona per
hanno origine i peli radicali; 2° *dal*
strati parenchimatici, formati da
sottili, poggianti verso l'interno su
raramente è così evidente da lasc
Caspary, ma che in tutti i casi
tra la corteccia e il cilindro centr
derma, si presenta un anello più
a pareti ispessite per quanto
la regione esterna del periciclo;
il fascio vascolare di tipo radiale
elementi procambiali, si presenta cos
areolati, mentre le due isole cri
trachee.

struttura primaria della radice,
licata, ha una durata assai breve. L
per poco tempo la sua funzione n
definitivamente, quando ai tessu
secondarii e nuovi meristemi, entra
solo l'orientamento dei tessuti,
Mentre per azione del cambio
radiale, assume a poco a poco
uno strato generatore subero-fe
primario (nella regione del perici
della radice, producendo strati s
fellodermici verso l'interno.

Digitized by Google

zione nociva degli agenti atmosferici, opinione già so-
al Trécul per qualsiasi forma lenticellare.
ne di ben chiarire la genesi ed il meccanismo di forma-
questi organi particolari, ho creduto opportuno seguire
prime fasi lo sviluppo di una giovanissima radichetta.
adice del Morus, nell'orientazione primaria dei suoi
e dei suoi tessuti, si presenta costituita secondo il tipo
delle piante dicotiledoni, vale a dire, non presenta al-
ticolarità che sia degna di speciale attenzione.
e giovani radichette aventi un diametro di qualche
o, la successione dei tessuti dall'esterno verso l'interno,
1° *dall'epidermide* che funziona per breve tempo e dalla
ggono origine i peli radicali; 2° *dall'ipoderma* che consta
strati parenchimatici, formati da elementi arrotondati
sottili, poggianti verso l'interno su di un 3° *endoderma*,
raramente è così evidente da lasciare ben distinguere
del Caspary, ma che in tutti i casi segna chiaramente
tra la corteccia e il cilindro centrale. Subito al disotto
oderma, si presenta un anello più o meno regolare di
himi a pareti ispessite per quanto cellulosiche, i quali
o la regione esterna del periciclo; 4° infine nel cilindro
il fascio vascolare di tipo radiale diarca, attorniato da
ementi procambiali, si presenta costituito da vasi spi-
d areolati, mentre le due isole cribrose stanno ai lati
oche trachee.
struttura primaria della radice, quale ho sommaria-
ndicata, ha una durata assai breve. L'epidermide radicale
per poco tempo la sua funzione nel terreno ambiente
sare definitivamente, quando ai tessuti primari succedono
secondarii e nuovi meristemi, entrando in azione, cam-
non solo l'orientamento dei tessuti, ma anche il loro fun-
ento. Mentre per azione del cambio il fascio vascolare,
ente radiale, assume a poco a poco l'aspetto collaterale,
lisce uno strato generatore subero-fellodermico all'esterno
ro primario (nella regione del periciclo) che riveste tutta
rficie della radice, producendo strati suberosi verso l'esterno
i fellodermici verso l'interno.

Digitized by Google

uti originatisi dal funzionamento di questo meristema
no l'essiccamento di tutto il cilindro epidermico esterno
acca ben presto, cosicchè si assiste ad un fenomeno
che la radice, per effetto immediato della formazione
diminuisce notevolmente di diametro, per aumentare
e sovra tutto per azione del meristema cambiale che,
elementi legnosi in abbondanza ed elementi cribrosi
i in questo caso sono notevoli pel loro grande svi-
bre liberiane) provoca l'accrescimento diametrale della
uale si continua sempre più col susseguirsi degli an-
di vegetativi.

minata dunque la posizione e l'orientazione dei vari
la radice, si è in grado di poter riconoscere come si
aree lenticellari.

di tutto occorre osservare che queste lenticelle nessun
anno cogli stomi, nè lo potrebbero avere, poichè esse
o quando già la corteccia primitiva è sparita e quindi
o (supposto anche che ci fossero gli stomi nella ra-
i sono ormai scomparsi. Dalla attenta osservazione di
adici a questo stadio, ho potuto determinare che la
delle lenticelle del Morus è invece il prodotto della
ione delle cellule del fellogeno, le quali in certe po-
cui ubicazione non ci è dato di poter individuare)
i strati suberosi normali, dànno origine a strati di
pareti cellulosiche, che diventeranno le *cellule di riem-*
n seguito, dopo un certo numero di tali elementi a
prima sottili e cellulosiche, il fellogeno riprende la
e attività producendo nuovi strati suberosi.
così per opera del fellogeno una successiva alter-
trati cellulosici e suberosi, disposti come le pagine di

ementi a parete cellulosica, rinchiusi tra due strati
, ingrossando i loro diametri e dividendosi, faranno
ne sugli strati suberosi dentro i quali sono compresi
no a romperli ristabilendo così le comunicazioni nor-
mosfera ambiente.
escere poi del diametro del tronco nei periodi successivi

...tazione, gli strati cellulosici necessa...
...ngano tangenzialmente, risultando il...
...ndi aree lenticellari dentro alle quali...
...ispessendo e colorando la loro par...
...ti – si dissociano e dànno infine o...
...strati suberosi esterni, a quella po...
...aveva descritto come un micete.

Evoluzione delle cellule di rie...

...Le cellule di riempimento appaiono d...
...suberose che le comprendono, sì che...
...no tempo è appena accennata da un l...
...ata tra lo strato suberoso superiore e qu...
...questa forte pressione, associata alla co...
...presentano una forma quasi rettang...
...rma e costituiscono, le une accollate...
...ntemente compatto. Rapidamente p...
...ngono un notevole accrescimento diam...
...enti e per questo fatto esercitano all...
...ssione sullo strato superiore di sugher...
...ra convessa, assumendo l'aspetto cup...
...produzioni lenticellari. In questo ca...
...sto appaiono molto simili a quelle de...
...ule: sono infatti anch'esse elementi...
...ulosiche e sottili, separate tra di loro...
...to il fellogeno prolifera attivamente,...
...no strato di elementi cellulosici e s...
...ndo strato di sughero; la pressione e...
...ici sommata a quelle del primo strato...
...nto che continuano frattanto ad accr...
...ettura della lama suberosa convessa...
...riempimento vengono a diretto contatt...
...ano dopo aver subito, per le mutate...
...gamento per estensione delle loro pa...
...Da quanto ho detto appare che nel...
...la lenticella, le cellule di riempimento...

Digitized by Google

tazione, gli strati cellulosici necessariamente si allargano gano tangenzialmente, risultando il tronco come rivestito di aree lenticellari dentro alle quali le cellule di riempi- ispessendo e colorando la loro parete (nel modo che in-) — si dissociano e dànno infine origine, per la rottura trati suberosi esterni, a quella polvere violetta che il aveva descritto come un micete.

Evoluzione delle cellule di riempimento.

e cellule di riempimento appaiono dapprima strette tra le uberose che le comprendono, sì che la loro presenza in un tempo è appena accennata da un leggerissimo divarica- tra lo strato suberoso superiore e quelle inferiore. A causa sta forte pressione, associata alla compressione reciproca, resentano una forma quasi rettangolare, che non è loro a e costituiscono, le une accollate alle altre, uno strato ntemente compatto. Rapidamente però, le singole cellule ono un notevole accrescimento diametrale, divengono tur- ti e per questo fatto esercitano alla loro volta una certa one sullo strato superiore di sughero, il quale passa alla convessa, assumendo l'aspetto cupuliforme caratteristico produzioni lenticellari. In questo caso le cellule di riem- to appaiono molto simili a quelle del felloderma delle len- : sono infatti anch'esse elementi arrotondati, a pareti osiche e sottili, separate tra di loro da notevoli meati. In- il fellogeno prolifera attivamente, dando origine ad un strato di elementi cellulosici e successivamente ad un do strato di sughero; la pressione esercitata da questi ele- i sommata a quelle del primo strato di cellule di riempi- o che continuano frattanto ad accrescersi, provoca alfine ttura della lama suberosa convessa, per il che le cellule empimento vengono a diretto contatto coll'aria ambiente e ono dopo aver subito, per le mutate condizioni, un rapido gamento per estensione delle loro pareti radiali.

Da quanto ho detto appare che nel primo ciclo evolutivo lenticella, le cellule di riempimento si limitano ad aumen-

Digitized by Google

ssivamente le loro dimensioni fino a rottura dello ighero sovrastante, senza che per altro le loro pa- ino a trasformazioni di alcuna sorta; non così però ando la produzione lenticellare si è definitivamente l'attività fellogenica genera con regolare alternanza berosi e cellulosici.

nel nuovo ciclo evolutivo le cellule di riempimento

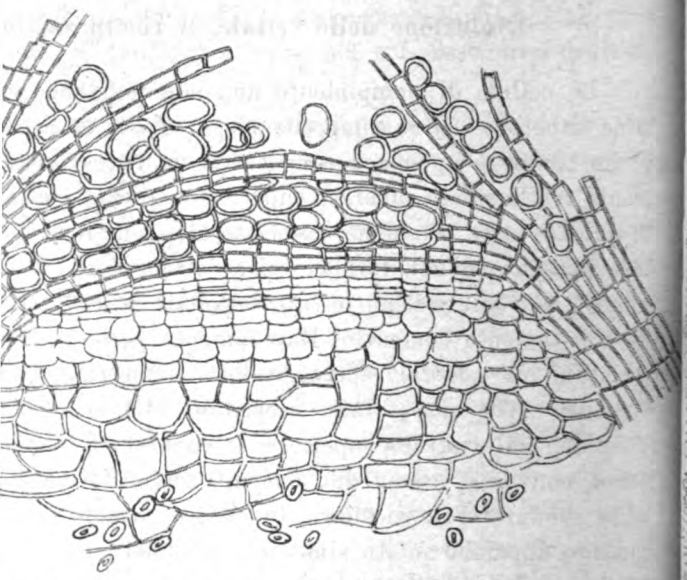


Fig. 1. — Giovane lenticella in via di sviluppo.

tangenzialmente, dando così origine ad un gran nu- ovi elementi e mentre le dimensioni delle singole no gradatamente aumentando e dalla forma relati- piattita passano a quella arrotondata, curiose trasfor- vengono nelle loro pareti: queste infatti vanno via ando per sovrapposizione di nuovi strati di cellulosa giungere un grado notevole di inspessimento.

ule di riempimento presentano allora una cavità molto e pareti solcate da canaletti porosi, le quali sono na particolare e forte rifrangenza. Questi elementi ine della loro evoluzione si presentano con le pareti

Fig. 2.
ticella sviluppatasi normalmente e latera

Digitized by Google

Fig. 2.
nticella sviluppatasi normalmente e lateralmente ad una radichetta.

Digitized by Google

site ma più regolarmente compatte coi pori-canali contemporaneamente la membrana va impregnandosi ticolare sostanza violetta sì che alla fine essa appare te colorata.

entando varie reazioni per stabilire la natura della ho potuto seguirne le modificazioni chimiche in rela- variazioni morfologiche e da queste appare che, mentre a sottile parete cellulare è schiettamente cellulosica, si e il progressivo aumentare dell'ispessimento, va trasformandosi in un'altra varietà di cellulosa più , che, se non reagisce più col cloruro di zinco iodato, la tipica colorazione azzurra con un reattivo più ener- quello di Russow (iodio e acido solforico) per pren- e, col rosso di rutenio, quando la cellula di riempi- aggiunto l'aspetto definitivo, la colorazione rosa intensa lle sostanze pectiche.

nclusione le cellule di riempimento, prima di raggiun- ma definitiva, devono passare per una serie di fasi, le quali la loro membrana subisce un processo di one reso morfologicamente manifesto dai vari aspetti dati assunti dalle pareti cellulari, per giungere in oro completa trasformazione in pectosa. Tale evolu- ede necessariamente un certo tempo ed è per questo volgersi completamente solo quando la produzione si è definitivamente stabilita e procede in relazione e e lento accrescimento della radice, mentre le prime riempimento, per rottura dello strato suberoso ven- etto contatto dell'aria ambiente quando appena si lle prime fasi.

stanza violetta stimo debba riguardarsi come appar- quel gruppo di pigmenti viola, rossi o bleu, compresi me di *antocianine*, i quali pare abbiano rapporto coi espiratori: il fatto di essere solubile nell'alcool, po- nell'acqua e che la sua soluzione, se trattata cogli na colorazione rossa e verde-bluastra colle sostanze onfermerebbero questa opinione; tuttavia non ardisco più oltre in un argomento che è ancora causa di tanta

ancora che sotto alle lenticelle interessano una vasta regione del di sclerenchimi particolarmente degli altri, dànno la reazione d quindi lignificati.

Conclusione.

riose produzioni che si riscontr devono dunque considerare, com quali formazioni lenticellari e son classificazione del Devaux, alle lent nco, collo stabilirsi della struttura tessuti secondari. Esse appaiono d punto di uscita di una radichetta, notare ai lati di questa due le poste.

lenticelle dapprima sotto forma di llo sviluppo si accrescono maggio e all'asse della radice, giungendo ttorno a guisa di anello.

olta la natura di queste particolari uanto già aveva trovato il prof. G però dal risultato delle mie rice sviluppo diverso da quello che eg rta cioè di una scissura in senso me delle cellule suberose, con con nato consolidato sotto forma di e amente essere ammesso, ma ben no peridermico che in determina e strati di elementi cellulosici e s di un libro.

ntrariamente a quanto afferma il violetta delle lenticelle non è u equentemente osservare su radici cchie lenticellari ben sviluppate c llo-aranciata simile al colore pr

c. cit.

Digitized by Google

rò ancora che sotto alle lenticelle largamente svilup-
interessano una vasta regione della radice, si trovano
pi di sclerenchimi particolarmente numerosi i quali, a
a degli altri, dànno la reazione della floroglucina ed
quindi lignificati.

Conclusione.

curiose produzioni che si riscontrano nelle radici di
i devono dunque considerare, come opinò il prof. Gi-
quali formazioni lenticellari e sono da ascriversi, se-
classificazione del Devaux, alle lenticelle secondarie che
ano, collo stabilirsi della struttura definitiva della ra-
i tessuti secondari. Esse appaiono di preferenza localiz-
punto di uscita di una radichetta, anzi frequentemente
no notare ai lati di questa due lenticelle simmetrica-
disposte.

i lenticelle dapprima sotto forma di pustolette, col pro-
dello sviluppo si accrescono maggiormente in direzione
ale all'asse della radice, giungendo talvolta a cingerne
contorno a guisa di anello.

bilita la natura di queste particolari formazioni, in ac-
quanto già aveva trovato il prof. Gibelli, mi credo au-
o però dal risultato delle mie ricerche a stabilire un
i sviluppo diverso da quello che egli aveva descritto:
tratta cioè di una scissura in senso trasversale attra-
l lume delle cellule suberose, con conseguente fuoriuscita
tenuto consolidato sotto forma di endocisti, ciò che non
solutamente essere ammesso, ma bensì di una iperattività
logeno peridermico che in determinate aree, dà alterna-
nte strati di elementi cellulosici e suberosi disposti come
ine di un libro.

contrariamente a quanto afferma il prof. Gibelli, la co-
ne violetta delle lenticelle non è un fatto costante: ho
frequentemente osservare su radici di varie dimensioni
nacchie lenticellari ben sviluppate che presentavano una
giallo-aranciata simile al colore proprio del sughero di

V. loc. cit.

Digitized by Google

simili a quanto si osserva nelle radici della Maclura; riazioni probabilmente dipendono da quel complesso inerenti sia alle varie condizioni fisiologiche della , all'ambiente, che determinano il formarsi dei pigmenti i.

pure non è norma generale, come asserisce il prof. Gi- lenticelle violette siano comuni a tutti i gelsi, tanto ammalati e indipendentemente dall'età e dal luogo di za: infatti, mentre le radici di alcuni gelsi appaiono iente invase da queste formazioni, le quali portano tesa esfogliazione degli strati suberosi, altre invece o l'involucro suberoso integro con rare lenticelle di i normali.

o fatto può essere interpretato come una conseguenza ticolare funzione che si attribuisce alla lenticella nel no vitale della pianta. Essa rappresenta non già, come 'récul e come riconfermò Gibelli, una formazione de- proteggere i tessuti interni dall'azione nociva degli nosferici, ma un organo della traspirazione, che conti- si adatta alle condizioni di umidità esterna ed interna tecipa in larga misura agli scambi gassosi generali. naturale che, se la radice si trova in terreni non particolari bisogni del gelso, sia per eccessiva umidità ancanza di ossigeno, essa reagisca col maggiore svi- suoi organi respiratori sotterranei.

a spiegazione verrebbe confermata da quanto riferisce , il quale parla di una " *Lohkrankheit* " che si mani- i alberi costretti a vivere in terreni poco adatti, nelle quali si osservano anormali produzioni corticali legate nte allo sviluppo esagerato di cellule lenticellari, che sotto forma di rigonfiamenti e di nodosità. La radice come può alla mancanza di ossigeno ingrandendo i suoi spiratori (1).

---

sti stessi fatti si osservano anche nelle piante non solo sulla sui fusti nei quali la respirazione è impedita dai muschi, epa- Groebner ha studiato nei pini questa malattia, alla quale So- ato il nome di *Rindenmulm*.

BIBLIOGRAFIA

..., *Histoire des plantes*, 1877.

..., *Sur le Mûrier blanc.*

...LLE, *Premier Mémoire sur les lentice... ...ment des racines qui en sortent.* " Ann... ...VII, 1826.

– *L'origine des plantes cultivées*, 1886.

...IVRAIX, *Origine de la structure des* ... Sciences ,, 16 maggio 1898.

– *Recherches sur les lenticelles* " Anna... ..., Tome XII, 1900.

... VINCENZO, Resoconto dell'adunanza d... ...Atti della VI Riunione degli Scienzia... ..., (1872).

...naire universel d'histoire naturelle, 18...

... Sul " Protomyces violaceus *Cesati* ... ...a VI Riunione degli Scienziati italian...

...L, *Untersuchungen über die Lentice...* ..., " Ann. Sc. Nat. ,, T. X, 1838.

...ARD, *Nutrition de la Plante. Utili...* ...ures.

– *Formation des substances ternaires.* "...

... A. *Sull'origine delle lenticelle nel* " Sa... ...della Soc. Botanica Ital. ,, anno 19...

..., *Description et culture des Mûriers.*

..., *Handbuch der Pflanzenkrankheiten.*

..., *Entwickelungsgeschichte und Anatom...* ...Bot. de France ,, t. XXI, 1874.

...ASGER, *Trattato di Botanica.*

...L, *Remarques sur l'origine des lenticel...* ... ,, t. LXXXIII, 1871.

...ELDATE, *The Anthocyanin pigments of*

...E (RALPIG H.), *Rapporti delle lentic...* ...Bot. Gazette ,, LXXXII, 1926).

BIBLIOGRAFIA

AILLON, *Histoire des plantes*, 1877.

ELET. *Sur le Mûrier blanc.*

ANDOLLE. *Premier Mémoire sur les lenticelles des arbres et le développement des racines qui en sortent.* " Annales Sc. Nat. „, 1ª serie, . VIII, 1826.

— *L'origine des plantes cultivées*, 1886.

H. DEVAUX, *Origine de la structure des lenticelles.* " C.-R. Acad. es Sciences „, 16 maggio 1898.

— *Recherches sur les lenticelles.* " Annales des Sciences Naturelles „, Tome XII, 1900.

ATI VINCENZO, Resoconto dell'adunanza del giorno 23 sett. 1845. Atti della VI Riunione degli Scienziati italiani tenuta a Miano „ (1872).

tionnaire universel d'histoire naturelle, 1861.

ELLI. *Sul* " Protomyces violaceus *Cesati* „ *e sulle lenticelle.* " Atti lla VI Riunione degli Scienziati italiani „.

GO MOHL, *Untersuchungen über die Lenticellen. Vermischte Schriften Bot.* " Ann. Sc. Nat. „, T. X, 1838.

MOLLIARD, *Nutrition de la Plante. Utilisation des substances ternaires.*

— *Formation des substances ternaires.* " Encyclop. Scientifique „.

ELLI A., *Sull'origine delle lenticelle nel* " Sambucus *Nigra* „. " Bollettino della Soc. Botanica Ital. „, anno 1926, N. 1.

INGE, *Description et culture des Mûriers.*

AUER, *Handbuch der Pflanzenkrankheiten*, Band I, 1924.

HL. *Entwickelungsgeschichte und Anatomie der Lenticellen.* " Bull. Soc. Bot. de France „, t. XXI, 1874.

ASBURGER, *Trattato di Botanica.*

ÉCUL, *Remarques sur l'origine des lenticelles.* " C.-R. Académie des Sciences „, t. LXXXIII, 1871.

WHELDATE, *The Anthocyanin pigments of Plante*, 1916.

ETMORE (RALPIG H.), *Rapporti delle lenticelle e dei raggi midollari.* (" Bot. Gazette „, LXXXII, 1926).

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 14 Aprile 1929 (VII)

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. C. F. PARONA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

o intervenuti:
ella Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: D'Ovidio, Peano, Mattirolo, Panetti, Sacco, Pochettarelli, Vallauri e il Segretario Repossi;
ella Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: De Sanctis, Vidari, Cian, Solari e il Segretario Faggi.
sano la loro assenza i Soci: Grassi, Somigliana, Majoggio, Ruffini e Brondi.
erta la seduta si legge il verbale dell'adunanza precehe è approvato senza osservazioni.
Presidente, ricordando che la Classe di Scienze morali, e filologiche, nella sua ultima adunanza ha proposto lamazione la nomina a Socio nazionale residente di il Duca d'Aosta, si onora di presentare all'Accademia nte telegramma che S. A. R. ha voluto inviare alla Prein risposta all'annuncio dell'avvenuta proposta:

lccolgo con fierezza designazione della Reale Accademia lto ed illustre consesso ha premiato nell'opera mia la delegli innumeri oscuri eroi che hanno illuminato la mia passione italica. Con gratissimo animo ringrazio e saluto.

Emanuele Filiberto di Savoia.

Presidente invita quindi il Socio Po
Relazione della Commissione per
Vallauri per il quadriennio 1923-26
lettura della Relazione non suscita
de proposta da parte dei Soci, si
nomina di due altri Commissari a
one giudicatrice, giusta il dispost
Vallauri.

Gli Ac
E
A

Digitized by Google

Presidente invita quindi il Socio POCHETTINO a leggere
a Relazione della Commissione per l'assegnazione del
Vallauri per il quadriennio 1923-26.
lettura della Relazione non suscitando nessuna osser-
nè proposta da parte dei Soci, si rimette alla Classe
la nomina di due altri Commissari a completamento della
ssione giudicatrice, giusta il disposto dello Statuto del
Vallauri.

Gli Accademici Segretari:
EMILIO REPOSSI
ADOLFO FAGGI

Digitized by Google

…zione della Commissione per il Premio Vallauri
(quadriennio 1923-26).

Illustri Colleghi,

…oncorso per il Premio Vallauri, rispondente al qua-
…923-1926, non si presentò alcun concorrente. La Com-
…giudicatrice pertanto ritenne opportuno valersi della
…oncessale dallo statuto della fondazione interpellando
…ci Nazionali perchè designassero quegli studiosi che.
…dizio, sembrassero degni di conseguire il premio. Ri-
…anto il Socio prof. Panetti proponendo, in una erudita
…ente relazione, che il premio venisse assegnato al
…andro Marchetti, Direttore tecnico della S. I. A. I.:
…rovolanti Alta Italia, per i suoi progetti di velivoli
…pecie che, costruiti nelle officine da lui stesso dirette,
…icurato all'Italia un invidiabile primato nel campo del-
…e.

…ommissione unanimemente ritenne doversi prendere in
… considerazione la proposta del prof. Panetti, tanto
…a coloro che possono conseguire il premio Vallauri.
…ultori di Fisica pura, vanno compresi quelli che si
…alla Fisica applicata, della quale la Aerotecnica è certo
… parti attualmente più importanti. Sembrò però alla
…ne opportuno, su proposta del Commissario prof. So-
…tener conto anche di un insigne cultore dell'Aero-
…, cui opera era già stata qui ricordata dallo stesso
…tti in altra occasione, e cioè del prof. Enrico Pisto-
… R. Scuola di Ingegneria di Pisa, teorico questi del-
…nica, ma cultore di quella Teorica-tecnica che, se non

…leganza e per il rigore assolut…
…corrispondenti branche della Fisica
… di presentare formole pratiche …
… casi reali e concreti. Insomma la …
…considerare non solo il progettista …
… teorico che, con i suoi studi sever…
…il primo deve seguire.
…opera dunque del sig. Marchetti
… l'attenzione della Vostra Commiss…
…l merito intrinseco dei loro studi ch…
…della genialità italiana, sempre p…
… bella armonia le elevate idealità
… mossa dalla sensazione di compie…
…o in rilievo l'opera di questi lavo…
…sso quasi si dimenticano di fronte
… destano le gesta degli aviatori,
… di audacia, di abilità, di eroism…
…gli strumenti perfetti che lo stud…
…ruttore misero a disposizione delle …

…Vi, pertanto, Illustri Colleghi, il …
…sione:

… noto a tutti come, rispetto al velivo…
… sia forse il più importante in …
…mento del propulsore e del motore
…sibilità di ottenere un apparecchio
… di economia, di velocità e di aut…
…o, e come ancora tutti i quesiti
…ale che in salita o discesa, del…
… manovre occasionali e delle acroba…
…solubili soltanto se il comportam…
…oria pertanto dell'elica ha recen…
… rapidità e ci andiamo sempre p…
… conoscenza del fenomeno aerodina…
…so progresso il prof. Pistolesi ha …
…mente notevole. Dotato di una s…

Digitized by Google

per l'eleganza e per il rigore assoluto della trattazione
e corrispondenti branche della Fisica matematica, ha il
gio di presentare formole pratiche di immediata appli-
ai casi reali e concreti. Insomma la Commissione ritenne
considerare non solo il progettista audace e geniale, ma
il teorico che, con i suoi studi severi, rende possibile la
e il primo deve seguire.
l'opera dunque del sig. Marchetti e del prof. Pistolesi
nò l'attenzione della Vostra Commissione, la quale, oltre
l merito intrinseco dei loro studi che portano l'impronta
a della genialità italiana, sempre pronta a congiungere
più bella armonia le elevate idealità e le attitudini pra-
fu mossa dalla sensazione di compiere atto di giustizia
ndo in rilievo l'opera di questi lavoratori dell'Aviazione
esso quasi si dimenticano di fronte all'ammirazione che
ti destano le gesta degli aviatori, i quali compiono sì
oli di audacia, di abilità, di eroismo, ma grazie sopra-
agli strumenti perfetti che lo studioso, il progettista e
truttore misero a disposizione delle loro meravigliose at-
ni.

EccoVi. pertanto, Illustri Colleghi, il parere della Vostra
missione:
È noto a tutti come, rispetto al velivolo attuale, il problema
lica sia forse il più importante in quanto dal conveniente
amento del propulsore e del motore all'aeromobile dipende
ssibilità di ottenere un apparecchio rispondente alle esi-
e di economia, di velocità e di autonomia che oggi si ri-
dono, e come ancora tutti i quesiti pratici del volo, sia
ontale che in salita o discesa, della quota di tangenza,
manovre occasionali e delle acrobazie da combattimento
risolubili soltanto se il comportamento dell'elica è noto.
eoria pertanto dell'elica ha recentemente progredito con
de rapidità e ci andiamo sempre più avvicinando alla com-
a conoscenza del fenomeno aerodinamico corrispondente; a
sto progresso il prof. Pistolesi ha contribuito in modo in-
biamente notevole. Dotato di una solida coltura matematica

Digitized by Google

della quale fanno fede le sue numerose pubblicazioni, va le basi precise delle nuove teorie dell'elica nel : *Le equazioni differenziali del moto dei fluidi applipo di velocità prodotto dall'elica*, e le svolgeva dettae poi in altri due lavori di notevole mole, l'uno dal *ropulsori elicoidali e i recenti progressi dell'aerodina*o dal titolo: *Nuovi indirizzi e sviluppi della teoria* In questi lavori è contenuta una trattazione comargomento, nella quale sono da rilevarsi l'introduelaborazione di concetti veramente geniali per del modo con cui lavora ogni elemento delle pale di

sivamente il Pistolesi curò lo svolgimento delle sue alle ultime conclusioni capaci di guidare direttamente tà. Si segnalano a questo riguardo: *La teoria sempliica*, e la estensione di essa al *Problema fondamentale a passo variabile*, trattato con una chiara volgarizperfetto rigore in una estesa e dettagliata monografia; pubblicazioni litografiche per gli studenti di Ingenautica rielabora e perfeziona il ricco materiale, inla polare dell'elica, strumento di calcolo divenuto ico per il progettista, trattando il caso interessante *in tandem* e dando nuovi procedimenti per la risoproblema fondamentale in un'altra estesa monografia *Metodi grafici per il calcolo delle eliche*.

uito, nel 1924 e nel 1925, trattando in due note il ell'elica intubata e quello dei sistemi di palette rofluido, il Pistolesi, su la base dei moderni metodi ica dei fluidi, ha saputo dimostrare l'intimo legame ra la teoria dell'elica di propulsione e quella delle urbina, e mettere in evidenza come da tale applicanate le turbine idrauliche veloci per piccole cadute, scono una delle più importanti novità nel campo delle

ente con la nota: *Influsso di un vento laterale sul to delle eliche*, dell'ottobre 1925, e con quella comno dopo: *Considerazioni sull'autogiro*, il Pistolesi pre-

nuove ricerche sull'elica funzion rimento, su le quali in questi ultissi ermata l'attenzione di quanti si occ cordare ancora che, con due stud nostra Accademia per il 1926. il Pis nel campo della Meccanica appli del fenomeno *Dello slittamento d* complesso dei lavori di questo stud è dunque un insieme di ricerche co dell'Aerodinamica tecnica, al qu con rara efficacia, anche prima e premio di cui ci occupiamo, con indagini importantissime. Ma l'ele nel periodo quadriennale interessant prova della mole complessiva della del suo valore come scienziato.

Pistolesi è uno dei principali anima nel campo dell'Aeronautica, che egli riodico tecnico: *Atti della Associazione i* fondato e diretto.

Nel campo delle realizzazioni è somm fi Alessandro Marchetti, il genia campioni insuperati per la *fin* ha giustamente attribuito, in o grande importanza come quell'elemen caratteristiche più ricercate e più diffic la pendenza minima del volo lib maggiore velocità e autonomia massim alte quote di tangenza.

Tale *finezza* della forma si nota già da combattimento *MVT*, che egli, parto Aviazione della Wickers-Te 1917. Con esso, nei due anni successi campionati di velocità per apparecchi t le cospicue doti del progettis sapiente e difficile conciliazione di

Digitized by Google

e nuove ricerche sull'elica funzionante come mezzo di
amento, su le quali in questi ultissimi anni si è nuova-
fermata l'attenzione di quanti si occupano di Aviazione.
icordare ancora che, con due studi inseriti negli *Atti*
ostra Accademia per il 1926, il Pistolesi ha saputo af-
si nel campo della Meccanica applicata e precisamente
do del fenomeno *Dello slittamento dei flessibili.*
complesso dei lavori di questo studioso, qui elencati, co-
e dunque un insieme di ricerche coordinate e dirette al
sso dell'Aerodinamica tecnica, al quale l'autore ha con-
o con rara efficacia, anche prima e dopo il periodo rife-
al premio di cui ci occupiamo, con una serie numerosa
e indagini importantissime. Ma l'elenco delle sue pubbli-
nel periodo quadriennale interessante questo premio Val-
è prova della mole complessiva della sua opera scientifica
e del suo valore come scienziato. Nè è da dimenticare
Pistolesi è uno dei principali animatori degli studi ita-
nel campo dell'Aeronautica, che egli promuove per mezzo
riodico tecnico: *Atti della Associazione italiana di Aerotecnica*,
creato e diretto.

Nel campo delle realizzazioni è sommamente degna di nota
a di Alessandro Marchetti, il geniale ideatore di tanti
ecchi, campioni insuperati per la *finezza* delle forme alla
egli ha giustamente attribuito, in ogni sua creazione, la
rande importanza come quell'elemento da cui dipendono
atteristiche più ricercate e più difficilmente raggiungibili
è: la pendenza minima del volo librato, la possibilità di
ungere velocità e autonomia massime, e di elevarsi alle
lte quote di tangenza.
Tale *finezza* della forma si nota già nell'apparecchio me-
o da combattimento *MVT*, che egli, come Direttore tecnico
reparto Aviazione della Wickers-Terni, ideò e costrusse
917. Con esso, nei due anni successivi, furono conquistati
mpionati di velocità per apparecchi terrestri; in questo ap-
cchio le cospicue doti del progettista apparvero in pieno
sapiente e difficile conciliazione di una *finezza*, per quei

Digitized by Google

ezionale, con una soddisfacente robustezza di struttura, ella sua coraggiosa iniziativa di costruttore, che, fin empo, intuendo il grande avvenire della costruzione si decise ad attuarla fra difficoltà allora gravissime. opera del Marchetti appare veramente eccezionale per nel quadriennio al quale si riferisce l'assegnazione e premio Vallauri; assunta la carica di Direttore lla S. I. A. I., egli seppe ideare e costruire una serie di i di svariata struttura e precisamente: in un primo lrovolante da corsa *S 51*, campione di velocità nel 1924. ano metallico da combattimento *S 52*, entrambi con da 300 cavalli; in un secondo tempo, l'idrovolante on un motore di 450 cavalli e l'idroplano *S 55* con ggianti gemelli e due motori in tandem, ciascuno da li, che nel 1926 si affermò vincitore di ben 14 camondiali. L'apparecchio *S 51* rappresenta una di quelle che, curate per una gara di velocità, hanno aperto, essari ritocchi, la via al progresso degli apparecchi i da combattimento. La ricerca minuziosa della ridunimo delle resistenze, il problema del volo su traietilinee, che diventa formidabile nei regimi a velocità ànno a queste gare l'ufficio di scuola per continui pernti. Anche se oggi noi, nel celere pulsare del prontinuo, guardiamo alle ideazioni di cinque anni or sono timento di chi è avvezzo a forme più evolute, non non riconoscere il merito di chi ha saputo in quel cepirle e tradurle in atto, ed ha continuato e continua ogredire verso mete sempre più elevate; d'altronde ene dimenticare come incredibilmente semplice e nabri ogni risultato quando è stato ottenuto, ma come raggiungersi esso ci appaia, finchè non è nota la via ce al suo conseguimento.

deremo inoltre come con l'idrovolante *S 16 ter* il ge- Pinedo abbia compiuto nel 1925 il famoso volo di ilometri attraverso l'Oceano Indiano, l'Australia, e Oriente, e come con l'idroplano *S 55* lo stesso Gene- sorvolato due volte l'Atlantico e quasi tutto il Con-

mericano. Questo apparecchio, co la mente geniale del Marchetti finezza, con l'introduzione del con la felice proporzione delle un ottimo equilibrio delle du mento dei due propulsori sebben rappresenta una concezione che i hanno sorpassato e stenteranno dimenticare, esaminando la di questo monoplano, che da es in apparecchio terrestre e corris sistemata a bordo, il Marchett finezza superiore a tutte quelle i Comandanti Ferrarin e Del Pre primato per la lunghezza di vol

Vi esposte sommariamente le ope premio Vallauri. La Vostra Commis ha unanimemente riconosciuto parere favorevole, ma, dovendo dovesse definitivamente assegnar perplessità. Chè, se l'opera del carattere più scientifico che non v'è dubbio che questa è genialità e da maggiore intuito cr l'ingiuria del tempo, ma quest ricerche scientifico-tecniche; e poi hanno portato ad un reale progr tecnica, non deve essere dime d'oggi, e specialmente in certi così febbrile, il progresso così così grande, che coloro i quali dell'umano progredire un'orma ramente degni della nostra amm ci sono sembrati tanto il prof. Alessandro Marchetti e pertanto

Digitized by Google

te americano. Questo apparecchio, con le sue qualità nau- che la mente geniale del Marchetti seppe conciliare con evata *finezza*, con l'introduzione dell'uso di due motori ndem, con la felice proporzione delle eliche propulsatrici ermette un ottimo equilibrio delle due unità motrici ed un rendimento dei due propulsori sebbene uno operi nella scia ltro, rappresenta una concezione che i rapidissimi progressi ni non hanno sorpassato e stenteranno a sorpassare. Non amo infine dimenticare, esaminando la struttura e i pregi nautici di questo monoplano, che da esso, per semplice trasazione in apparecchio terrestre e corrispondente diminuzione potenza sistemata a bordo, il Marchetti trasse l'apparecchio di *finezza* superiore a tutte quelle finora raggiunte, con ale i Comandanti Ferrarin e Del Prete poterono dare alia il primato per la lunghezza di volo.

EccoVi esposte sommariamente le opere dei due proposti il premio Vallauri. La Vostra Commissione, come Vi dissi incipio, ha unanimemente riconosciuto essere entrambi meoli di parere favorevole, ma, dovendosi poi decidere a quale due dovesse definitivamente assegnarsi il premio, si trovò rande perplessità. Chè, se l'opera del prof. Pistolesi ha certente carattere più scientifico che non quella del sig. Marti, non v'è dubbio che questa è caratterizzata da una giore genialità e da maggiore intuito creativo. Ambedue subino forse l'ingiuria del tempo, ma questa è la sorte comune di le ricerche scientifico-tecniche; e poi il nome di coloro che primi hanno portato ad un reale progresso, sia nella scienza nella tecnica, non deve essere dimenticato in quanto che iorno d'oggi, e specialmente in certi campi di attività, la rca è così febbrile, il progresso così rapido, il numero degli liosi così grande, che coloro i quali riescono ad imprimere solco dell'umano progredire un'orma decisiva e personale, veramente degni della nostra ammirazione.

Tali ci sono sembrati tanto il prof. Enrico Pistolesi quanto ig. Alessandro Marchetti e pertanto la Vostra Commissione

Digitized by Google

emente deciso che il premio Vallauri 1923-1926 venga
parti uguali fra questi due valorosi.
tri Colleghi, noi speriamo che Voi vorrete accogliere la
roposta: il Vostro voto favorevole avrà, ne siamo si-
eco di plauso presso quanti sentono che il passato di
egli antichi navigatori italiani può oggi rivivere nel
traverso il quale vogliamo e sapremo portare nel mondo
d'Italia; presso quanti hanno a cuore le sorti della
viazione e attendono dalla scienza aviatoria, che è espe-
a è ancora in parte divinazione, nuove possibilità, nuovi
r i commerci, per il lavoro fecondo, per la fortuna e
za del popolo italiano.

La Commissione:

C. F. Parona, *Presidente*

G. Grassi
C. Somigliana
G. Ponzio
M. Panetti
G. C. Vallauri
} *Membri*

A. Pochettino, *Relatore.*

L'Accademico Segretario
Emilio Repossi.

Digitized by Google

BBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

---

lessale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

odice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

ere scelte di Amedeo Avogadro (per cura di **I. Guareschi**).

Torino, Unione tipografico-editrice torinese, 1911, 1 vol. in-4° (4 csn., CXL-492 pp., 1 ritr.).

scellanea di studi danteschi. ***Dante e il Piemonte.***

Torino, Fratelli Bocca editori, 1922, in-8° (VIII-648 pp.).

UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY

Digitized by Google

SOMMARIO

li Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

: Pasquale (O.), Ricca (V.). — Misure pireliometriche ull'Aspromonte . . . . . *Pag.* 159

o Verbale dell'Adunanza del 10 Marzo 1929 . . „ 188

). — Sull'analogia fra i campi elettrici e i campi aero- . . . . . „ 190

.). — Le lenticelle della radice del Morus . . „ 197

Classi Unite.

o Verbale dell'Adunanza del 14 Aprile 1929 . *Pag.* 208

a Commissione per il Premio Vallauri (1923-1926) „ 210

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DE

DI TORI

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DE

VOL. LXIV, DISP. 11ª, 12ª E 13

Classe di Scienze Fisiche, Mate

TORINO
Libreria FRATEL
Via Carlo Alb
1929

Digitized by Google

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. LXIV, DISP. 11ª, 12ª E 13ª, 1928-1929

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3
1929

UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICH

Adunanza del 14 Aprile 19

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. C.

PRESIDENTE DELL'ACCADE

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Peano
, Pochettino, Vallauri e il Segreta
Scusano la loro assenza i Soci: Gras
, Boggio e Garelli.

Il Socio Sacco presenta in omaggio
uenti: *Il glacialismo nelle Valli di Pi*
Valli di Lanzo; e il Socio Panetti
ale dell'Associazione Italiana di Aero

Il Socio Peano presenta in seguito, a
ente, per l'inserzione negli *Atti*, una N
titolo: *Trattazione in grande del prob*
le equazioni lineari alle derivate parz
variabili indipendenti.

Il Socio Panetti presenta, illustra
ta del Socio corrispondente Giuseppe

Digitized by Google

CLASSE

DI

CIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 14 Aprile 1929 (VII)

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. C. F. PARONA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Peano, Mattirolo, Panetti, o, Pochettino, Vallauri e il Segretario Repossi.

Scusano la loro assenza i Soci: Grassi, Somigliana, Majo-, Boggio e Garelli.

Il Socio Sacco presenta in omaggio all'Accademia due suoi coli: *Il glacialismo nelle Valli di Pinerolo* e *Il glacialismo Valli di Lanzo*; e il Socio Panetti gli *Atti del Congresso ale dell'Associazione Italiana di Aerotecnica*.

Il Socio Peano presenta in seguito, a nome del Socio Boggio nte, per l'inserzione negli *Atti*, una Nota di Antonio Colucci, titolo: *Trattazione in grande del problema dei valori iniziali le equazioni lineari alle derivate parziali del primo ordine in variabili indipendenti.*

Il Socio Panetti presenta, illustrandola brevemente, una a del Socio corrispondente Giuseppe Albenga, dal titolo:

Digitized by Google

o di qualche formola approssimata per una trave inflessa i assialmente.

ssa poi alla votazione per la nomina dei due membri ione della Commissione pel Premio Vallauri, e risul- i i Soci PANETTI e VALLAURI.

nanza si chiude con l'invio, dietro proposta del Socio li un saluto e di un augurio al Socio SOMIGLIANA.

LETTURE

zione in grande del problema dei v nzioni lineari alle derivate parziali le variabili indipendenti.

Nota del Dott. ANTONIO COL
presentata dal Socio nazionale residente

prof. PICONE, in un suo recente la delle equazioni lineari alle derivat la due e a tre variabili indipendent ni. dei teoremi assai interessanti e dei quali desta viva sorpresa pel su nviamo l'equazione lineare alle ordine in due variabili indipendent

$$b_1(x,y)\frac{\partial u}{\partial x} + b_2(x,y)\frac{\partial u}{\partial y} + c(x,y$$

(x,y), $b_2(x,y)$, $c(x,y)$, $f(x,y)$ si continue nel rettangolo $\boldsymbol{R}$ (v. fig

$$x' \leq x \leq x'', \qquad y' \leq y$$

amo le mosse dal seguente teor in $\boldsymbol{R}$, *le due funzioni* $b_1(x,y)$, b_2

Maggiorazione degli integrali delle equa parziali del second'ordine, di prossim Matematica pura ed applicata ». Questa Tenore dell'Accademia Pontaniana 1928.

Digitized by Google

LETTURE

azione in grande del problema dei valori iniziali per le uazioni lineari alle derivate parziali del primo ordine in e variabili indipendenti.

Nota del Dott. ANTONIO COLUCCI
presentata dal Socio nazionale residente T. Boggio.

Il prof. PICONE, in un suo recente lavoro (1), trattando, fra ro, delle equazioni lineari alle derivate parziali del primo ne (a due e a tre variabili indipendenti), ha dato, per queste zioni, dei teoremi assai interessanti ed affatto nuovi, qual- dei quali desta viva sorpresa pel suo singolare carattere. Scriviamo l'equazione lineare alle derivate parziali del o ordine in due variabili indipendenti sotto la forma:

$$b_1(x,y)\frac{\partial u}{\partial x} + b_2(x,y)\frac{\partial u}{\partial y} + c(x,y)\,u = f(x,y),$$

$b_1(x,y)$, $b_2(x,y)$, $c(x,y)$, $f(x,y)$ si suppongono assegnate ioni continue nel rettangolo $\boldsymbol{R}$ (v. figura) definito dalle limi- oni:

$$x' \leq x \leq x'', \qquad y' \leq y \leq y'';$$

rendiamo le mosse dal seguente teorema dovuto a PICONE: *Se, in* $\boldsymbol{R}$, *le due funzioni* $b_1(x,y)$, $b_2(x,y)$ *non prendono mai*

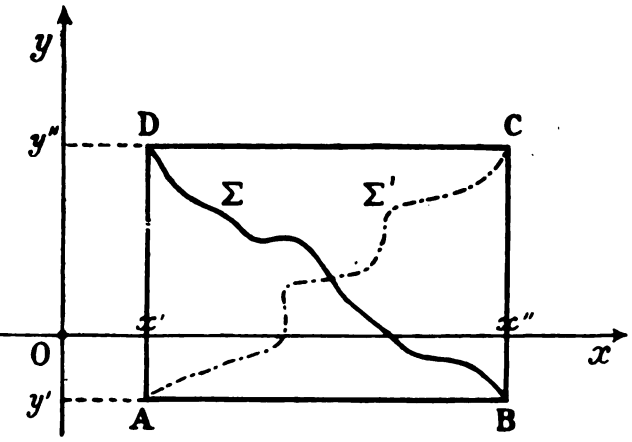
(1) *Maggiorazione degli integrali delle equazioni totalmente paraboliche derivate parziali del second'ordine*, di prossima pubblicazione negli " An- di Matematica pura ed applicata ". Questa Memoria è stata insignita premio Tenore dell'Accademia Pontaniana di Napoli, nella seduta del giugno 1928.

Digitized by Google

egno opposto (dello stesso segno), ed una di esse è ivi nulla, una soluzione dell'equazione (1) *riesce completerminata in* R *dai valori che essa assume su di una olice* Σ (Σ'), *tutta contenuta in* R *e terminata ai punti* $B(x'', y')$, $[A(x', y'), C(x'', y'')]$.

o teorema, per quanto a me consta, rappresenta un ultato nella trattazione, *in grande,* dell'integrazione zioni alle derivate parziali del primo ordine.

r fissare le idee, consideriamo il caso delle due fun-$, y)$, $b_2(x, y)$ non di segno opposto in tutti i punti del R, la curva Σ atta ad individuare una soluzione del-e (1), quando si diano su di essa i valori della solu-sa, deve congiungere i vertici D e B del rettangolo. el citato lavoro del Picone è dimostrato, con esempi, vece, la curva Σ congiunge gli altri due vertici A e C, *generale infinite soluzioni della* (1) *che assumono i valori prescritti, laddove tali valori non sempre si posnare arbitrariamente, inquantochè i valori sopra un certo i curva possono talora determinare completamente quelli rimanente.*



re, una tal curva Σ può non essere nè una *curva ca-* dell'equazione, nè avere alcun tratto in comune con curva; ed inoltre può indifferentemente scriversene

zione, risoluta tanto rispetto all
cto. se si prendessero senz'altro
generale delle equazioni alle de
(1) – secondo i quali ad una s
risolubile rispetto ad una delle
R, si possono prescrivere arbit
curva che non sia una caratteris
ere nelle suddette conclusioni un
paradosso non può rimuoversi s
zione della soluzione dell'equa
condizioni iniziali, è, nel teorema
assegnato rettangolo R, e non s
curva portante i dati, come risult
dei classici risultati. Lo studio in
equazioni alle derivate parziali
un effettivo interesse per la pre
quanto si legge nel citato lavoro d
trarsi in esso studio fatti nuovi e
Il contenuto stesso del teorema rip
equazioni del tipo (1), un probl
detti dei valori al contorno, che
di Analisi e di Fisica-Matematic
qui il problema seguente, che chia
iniziali:

Data una successione continua di val
$\Sigma(\Sigma')$ *di estremi* (x', y''), (x'', y'), $($
contenuta in R, *costruire in tale*
della (1) *che su* $\Sigma(\Sigma')$ *prende i*
Di questo problema dò qui una p

Cfr. Goursat, *Cours d'Analyse*, t. II, p. 3
una recentissima trattazione, in grande,
alori alle derivate parziali del 2° ordi
a forma canonica, hanno compiuto Fr
Nota: *Uber die Eindeutigkeit und da*
Anfangswertproblem linearer hyperbol
Annalen „ 98 (1927), pp. 192-204).

Digitized by Google

azione, risoluta tanto rispetto alla x come rispetto alla y.
nto, se si prendessero senz'altro i risultati classici della
a generale delle equazioni alle derivate parziali del primo
e [1] — secondo i quali ad una soluzione di una tale equa-
, risolubile rispetto ad una delle derivate in tutto il ret-
olo $\boldsymbol{R}$, si possono prescrivere arbitrariamente i valori sopra
curva che non sia una caratteristica — si sarebbe indotti
dere nelle suddette conclusioni un paradosso.

Il paradosso non può rimuoversi se non considerando che
ostruzione della soluzione dell'equazione, verificante le asse-
e condizioni iniziali, è, nel teorema di PICONE, richiesta in
un assegnato rettangolo $\boldsymbol{R}$, e non soltanto lungo un intorno
curva portante i dati, come risulta dalla precisa applica-
e dei classici risultati. Lo studio in grande dell'integrazione
e equazioni alle derivate parziali del primo ordine offre
que un effettivo interesse per la presunzione — ben fondata
quanto si legge nel citato lavoro di PICONE — che debbano
entarsi in esso studio fatti nuovi e del tutto insospettati.

Il contenuto stesso del teorema riportato induce a porre,
le equazioni del tipo (1), un problema analogo a quelli
sici detti dei valori al contorno, che si incontrano in celebri
toli di Analisi e di Fisica-Matematica. Propriamente, si pre-
a qui il problema seguente, che chiameremo il *problema dei*
ri iniziali:

Data una successione continua di valori su di una curva sem-
e $\Sigma(\Sigma')$ *di estremi* (x', y''), (x'', y'), $\big((x', y'), (x'', y'')\big)$, *total-*
te contenuta in $\boldsymbol{R}$, *costruire in tale rettangolo la soluzione*
$z, y)$ *della* (1) *che su* $\Sigma(\Sigma')$ *prende i valori dati* [2].

Di questo problema dò qui una prima soluzione traendo

---

[1] Cfr. GOURSAT, *Cours d'Analyse*, t. II, p. 374. Paris, 1925.

[2] Una recentissima trattazione, in grande, dell'integrazione delle equa-
ni lineari alle derivate parziali del 2° ordine e di tipo iperbolico, non
otte a forma canonica, hanno compiuto FRIEDRICHS e LEWY nella inte-
sante Nota: *Uber die Eindeutigkeit und das Abhängigkeitsgebiet der Lö-*
g beim Anfangswertproblem linearer hyperbolischer Differentialgleichungen
Math. Annalen „, 98 (1927), pp. 192-204).

Digitized by Google

la preventiva integrazione dell'equazione delle curve
che :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b_2(x, y)}{b_1(x, y)}.$$

o però desiderabile e possibile una trattazione esclu-
integro-lineare del problema *lineare* in esame. Di ciò
ccuparmi in un prossimo lavoro, nel quale, oltre ad
e condizioni di validità dei miei risultati, spero di
he passare allo studio degli analoghi problemi per
i alle derivate parziali lineari in quante si vogliano
dipendenti, alle quali è pure fatto cenno nel citato
PICONE.

Ammettiamo, provvisoriamente, che $b_1(x, y)$, $b_2(x, y)$
in $\boldsymbol{R}$ l'unica diseguaglianza:

$$b_1^2 + b_2^2 > 0.$$

arbitrio, un punto $P \equiv (x, y)$ nel rettangolo $\boldsymbol{R}$ con-
per esso l'asse p avente per coseni direttori:

$$\frac{b_1}{|\sqrt{b_1^2 + b_2^2}|}, \qquad \frac{b_2}{|\sqrt{b_1^2 + b_2^2}|},$$

ente. Ad ogni punto di $\boldsymbol{R}$ viene così ad associarsi
n determinato, passante pel punto.
:

$$\gamma = \frac{c}{|\sqrt{b_1^2 + b_2^2}|}, \qquad \varphi = \frac{f}{|\sqrt{b_1^2 + b_2^2}|},$$

(1) può scriversi sotto la forma:

$$\frac{du}{dp} + \gamma u = \varphi,$$

è ovvio, $\frac{du}{dp}$ indica la derivata di u in P, *nella di-*
p.

siderìamo ora l'equazione differ
(nel piano xy):

$$b_2(x, y)\, dx - b_1(x, y)$$

to visto che per ogni punto $P_0 \equiv$
R passa sempre (almeno) un
otato di un'equazione di tipo
$x = x(y)$.

vero, se $b_1(x_0, y_0) \neq 0$, in un cer
si lascia scrivere sotto la forma:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b_2(x, y)}{b_1(x, y)},$$

tà per un noto teorema (1) della
ziali ordinarie, ci assicura l'esist
continua $y = y(x)$ verificante
$y(x_0) = y_0$.

Se invece, in P_0 risultasse $b_1 = 0$, i
della (2), $b_2(x_0, y_0) \neq 0$: si rag
equazione:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{b_1(x, y)}{b_2(x, y)}.$$

Sia σ_0 una di queste curve. È chiar
l'asse p risulta tangente alla cur
gliamo su questa P_0 come origine
sitivo dei medesimi prendiamo qu
curva, concorda con il verso di p.
di P su σ_0, le funzioni $u(x, y)$, γ
su tale curva, delle funzioni di s.
(s).

Si ha:

$$\frac{du}{ds} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{dx}{ds} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{dy}{ds} =$$

(1) Cfr. ad es. G. PEANO, *Sull'integrabilità del*
"Atti della R. Acc. delle Sc. di T

Digitized by Google

onsideriamo ora l'equazione differenziale delle *curve carat-he* (nel piano xy):

$$b_2(x, y)\,dx - b_1(x, y)\,dy = 0.$$

ito visto che per ogni punto $P_0 \equiv (x_0, y_0)$ interno al ret-lo R passa sempre (almeno) un arco di curva caratteri-dotato di un'equazione di tipo esplicito $y = y(x)$, op-$x = x(y)$.

nvero, se $b_1(x_0, y_0) \neq 0$, in un certo intorno del punto P_0 si lascia scrivere sotto la forma:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b_2(x, y)}{b_1(x, y)},$$

sta, per un noto teorema [1] della teoria delle equazioni enziali ordinarie, ci assicura l'esistenza di (almeno) una one continua $y = y(x)$ verificante l'equazione (4') e tale $(x_0) = y_0$.

Se, invece, in P_0 risultasse $b_1 = 0$, in tal punto si avrebbe, rtù della (2), $b_2(x_0, y_0) \neq 0$: si ragionerebbe allora sul-a equazione:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{b_1(x, y)}{b_2(x, y)}.$$

Sia σ_0 una di queste curve. È chiaro che in ogni punto P sa l'asse p risulta tangente alla curva.

Scegliamo su questa P_0 come origine degli archi; e per positivo dei medesimi prendiamo quello che, in ogni punto curva, concorda con il verso di p. Detta s l'ascissa cur-ea di P su σ_0, le funzioni $u(x, y)$, $\tau(x, y)$, $\varphi(x, y)$ diven-, su tale curva, delle funzioni di s. Indichiamole con $u(s)$, $\varphi(s)$.

Si ha:

$$\frac{du}{ds} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{dx}{ds} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{dy}{ds} = \frac{du}{dp},$$

---

[1]) Cfr. ad es. G. Peano, *Sull'integrabilità delle equazioni differenziali di o ordine*, " Atti della R. Acc. delle Sc. di Torino „, 1886.

Digitized by Google

onsiderata pei punti di σ_0, diviene

$$\frac{du}{ds} + \gamma(s)\, u(s) = \varphi(s).$$

ando si ricava:

$$u(s) = e^{-\int_0^s \gamma(s)\,ds}\left[u_0 + \int_0^s \varphi(s)\, e^{\int_0^s \gamma(s)\,ds}\, ds\right],$$

$u(0)$.

diamo dunque che: *qualunque sia la posizione del ell'interno del rettangolo* $\boldsymbol{R}$, *conoscendo il valore* u_0 *di ne della* (1) *in quel punto, si possono calcolare i valori zione in tutti i punti di uno o più archi caratteristici r* P_0.

Mettendo in relazione quanto ora si è detto col ri- rema di Picone, si è naturalmente condotti a porre, na enunciato in principio, delle opportune limitazioni assicurare, insieme, l'esistenza e l'unicità della so- l'equazione (1). Queste limitazioni le faremo nel se- atamente, a mano a mano che se ne presenta la

sto numero faremo le seguenti ipotesi:
e funzioni $b_1(x, y)$, $b_2(x, y)$ verificano, in tutto $\boldsymbol{R}$, ni:

$$b_1(x, y) \neq 0\,, \qquad b_1(x, y)\,.\,b_2(x, y) \geq 0\,;$$

a funzione $\frac{b_2(x, y)}{b_1(x, y)}$ è, in $\boldsymbol{R}$, lipschitziana rispetto alla ;

a curva Σ, di estremi (x', y''), (x'', y'), è l'imagine di ne $y = \lambda(x)$, continua e decrescente della variabile x llo (x', x'') (1).

amo qui soltanto il problema relativo alla curva Σ. L'altro maniera perfettamente analoga; ma su ciò ritorneremo alla o.

condizione (2), in virtù di un no
ette di asserire che per ogni pu
ca ed una sola curva integrale del

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b_2(x, y)}{b_1(x, y)}\,.$$

tratta ora di far vedere che com
iva caratteristica incontra in *un*
Σ.
l tale intento, considero la funzio

$$x' \leq x \leq x'', \qquad -\infty < y$$

lo seguente:

$\beta(x, y) = \frac{b_2(x, y)}{b_1(x, y)}$, nei punti di $\boldsymbol{R}$

$\beta(x, y) = \frac{b_2(x, y')}{b_1(x, y')}$, per $x' \leq x \leq x''$

$\beta(x, y) = \frac{b_2(x, y'')}{b_1(x, y'')}$, per $x' \leq x \leq x''$

la funzione $\beta(x, y)$ riesce, ovviament
in tutta la striscia, epperò per ogn
va integrale dell'equazione (2)

$$\frac{dy}{dx} = \beta(x, y)\,,$$

rminata alle rette di equazioni $x = x'$
Se si considera la parte di questa
ottiene una curva integrale dell'equaz
nzione. E poichè, per l'ipotesi (1),
diva ad un qualunque punto di $\boldsymbol{R}$ r

(1) Goursat, *Cours d'Analyse*, vol. II, pp. 36
(2) Goursat, *Cours d'Analyse*, vol. II, p. 370.

Digitized by Google

a condizione (2), in virtù di un noto teorema di Analisi (1), mette di asserire che per ogni punto interno al rettangolo una ed una sola curva integrale dell'equazione differenziale:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b_2(x,y)}{b_1(x,y)}.$$

i tratta ora di far vedere che comunque si prenda il punto, ativa caratteristica incontra in *un punto ben determinato* rva Σ.

n tale intento, considero la funzione $\beta(x,y)$ definita nella ia:

$$x' \leq x \leq x'', \qquad -\infty < y < +\infty,$$

odo seguente:

$\beta(x,y) = \frac{b_2(x,y)}{b_1(x,y)}$, nei punti di $\boldsymbol{R}$ (frontiera inclusa),

$\beta(x,y) = \frac{b_2(x,y')}{b_1(x,y')}$, per $x' \leq x \leq x''$, $y < y'$,

$\beta(x,y) = \frac{b_2(x,y'')}{b_1(x,y'')}$, per $x' \leq x \leq x''$, $y > y''$.

La funzione $\beta(x,y)$ riesce, ovviamente, lipschitziana rispetto in tutta la striscia, epperò per ogni punto di $\boldsymbol{R}$ passa *una* a integrale dell'equazione (2)

$$\frac{dy}{dx} = \beta(x,y),$$

inata alle rette di equazioni $x = x'$, $x = x''$.

Se si considera la parte di questa curva contenuta in $\boldsymbol{R}$, ttiene una curva integrale dell'equazione (6), in *tutta la sua sione*. E poichè, per l'ipotesi (1), la curva caratteristica tiva ad un qualunque punto di $\boldsymbol{R}$ risulta *non decrescente* in

(1) GOURSAT, *Cours d'Analyse*, vol. II, pp. 365-369. Paris 1911.
(2) GOURSAT, *Cours d'Analyse*, vol. II, p. 370. Paris, 1911.

Digitized by Google

ervallo (x', x''), ne segue che essa deve incontrare la
di $\boldsymbol{R}$ in due punti ben determinati, situati da parti
spetto alla diagonale di estremi (x', y''), (x'', y').
ciò è ben chiaro che ogni curva caratteristica ha un
un sol punto in comune con la curva Σ.
revità di scrittura denoteremo con ψ, indifferente-
curva caratteristica uscente dal punto $P \equiv (x, y)$ di $\boldsymbol{R}$
spondente funzione, soluzione dell'equazione differen-
Talvolta, per maggior chiarezza, porremo:

$$\psi = \psi(\xi;\ x, y) = \psi(\xi, P)$$

entemente:

$$\psi(x;\ x, y) = y.$$

l'incontro della ψ con la curva Σ, d'ora innanzi, lo
no sempre con $P_0 \equiv (x_0, y_0)$; sicchè:

$$y_0 = \psi(x_0;\ x, y) = \lambda(x_0).$$

mo ora, come nel numero precedente, l'arco $\sigma_0 \equiv P_0 P$
ristica, di origine P_0. Osservando che qui è:

$$ds = \frac{|\sqrt{b_1^2 + b_2^2}|}{b_1}\, dx,$$

(5) dà:

$$= e^{-\int_{x_0}^{x} \frac{c(\xi,\psi)}{b_1(\xi,\psi)}\, d\xi} \left[u(x_0, y_0) + \int_{x_0}^{x} \frac{f(\xi,\psi)}{b_1(\xi,\psi)}\, e^{\int_{x_0}^{\xi} \frac{c(\xi,\psi)}{b_1(\xi,\psi)}\, d\xi}\, d\xi \right].$$

ue: *se esiste nel rettangolo* $\boldsymbol{R}$ *una soluzione* $u(x, y)$ *del-*
(1), *questa soluzione riesce completamente determinata,*
diante la formola (7), *dai valori che essa assume nei*
$y_0)$ *della curva* Σ.

amo ora far vedere che *la formola* (7) *rappresenta una*
ontinua di x *e* y *in* $\boldsymbol{R}$. Basterà, evidentemente, limi-
mostrare che sono funzioni continue, nel rettangolo,

rali che compariscono nel secondo
esame.

amo μ un numero **maggiorante**, in
, e $Q \equiv (x^{(1)}, y^{(1)})$ un punto prossin
a questa funzione si ha che ad ogni n
ire corrispondere un altro h, tale

$$\left| \frac{c(M)}{b_1(M)} - \frac{c(N)}{b_1(N)} \right| < \epsilon$$

le coppie (M, N) di punti di $\boldsymbol{R}$,

$$\overline{MN} < h.$$

ndo che $\psi(\xi, P)$ è funzione continua
o di affermare che al precedente n
un numero positivo k, tale da risult
P, e qualunque sia ξ:

$$\psi(\xi, Q) - (\xi, P) < h$$

$$\overline{QP} < k.$$

premesso, osserviamo che

$$\int_{x_0^{(1)}}^{x^{(1)}} \frac{c[\xi, \psi(\xi, Q_1)]}{b_1[\xi, \psi(\xi, Q_1)]}\, d\xi - \int_{x_0}^{x} \frac{c[\xi, \psi(\xi$$

$$\frac{c[\xi, \psi(\xi, Q_1)]}{b_1[\xi, \psi(\xi, Q_1)]}\, d\xi + \int_{I(x_0, x)} \frac{c[\xi, \psi(\xi, Q_1)]}{b_1[\xi, \psi(\xi, Q_1)]} -$$

$$+ \int_{I(x^{(1)}, x)} \frac{c[\xi, \psi(\xi, Q_1)]}{b_1[\xi, \psi(\xi, Q_1)]}\, d\xi$$

ole ora convincersi che, al tendere

Goursat, loc. cit., vol. III,
Per le notazioni cfr. M. Picone, *Lezio*
Matematico di Catania », 1923, p. 507.

Digitized by Google

grali che compariscono nel secondo membro della for-
esame.

iamo μ un numero maggiorante, in $\boldsymbol{R}$, il valore assoluto
$\frac{y)}{y)}$, e $Q \equiv (x^{(1)}, y^{(1)})$ un punto prossimo a P. Per la con-
di questa funzione si ha che ad ogni numero positivo ϵ se
fare corrispondere un altro h, tale da aversi:

$$\left| \frac{c(M)}{b_1(M)} - \frac{c(N)}{b_1(N)} \right| < \epsilon$$

tte le coppie (M, N) di punti di $\boldsymbol{R}$, pei quali

$$\overline{MN} < h.$$

ando che $\psi(\xi, P)$ è funzione continua [1] di P in $\boldsymbol{R}$, siamo
do di affermare che al precedente numero h si può asso-
un numero positivo k, tale da risultare, per un fissato
P, e qualunque sia ξ:

$$|\psi(\xi, Q) - (\xi, P)| < h,$$

$$\overline{QP} < k.$$

iò premesso, osserviamo che

$$\left| \int_{x_0^{(1)}}^{x^{(1)}} \frac{c[\xi, \psi(\xi, Q)]}{b_1[\xi, \psi(\xi, Q)]} d\xi - \int_{x_0}^{x} \frac{c[\xi, \psi(\xi, P)]}{b_1[\xi, \psi(\xi, P)]} d\xi \right| \leq$$

$$\leq \int_{I(x_0^{(1)}, x_0)} \left| \frac{c[\xi, \psi(\xi, Q)]}{b_1[\xi, \psi(\xi, Q)]} \right| d\xi + \int_{I(x_0, x)} \left| \frac{c[\xi, \psi(\xi, Q)]}{b_1[\xi, \psi(\xi, Q)]} - \frac{c[\xi, \psi(\xi, P)]}{b_1[\xi, \psi(\xi, P)]} \right| d\xi +$$

$$+ \int_{I(x^{(1)}, x)} \left| \frac{c[\xi, \psi(\xi, Q)]}{b_1[\xi, \psi(\xi, Q)]} \right| d\xi \ (^2).$$

cile ora convincersi che, al tendere di Q a P, tutti e tre

---

[1]) Goursat, loc. cit., vol. III.

[2]) Per le notazioni cfr. M. Picone, *Lezioni di Analisi infinitesimale*, colo Matematico di Catania „, 1923, p. 507.

Digitized by Google

rali del secondo membro di questa diseguaglianza ten-
ero.

ro, cominciando dal primo integrale, abbiamo:

$$\int_{I(x_0^{(1)}, x_0)} \left| \frac{c[\Xi, \psi(\Xi, Q)]}{b_1[\Xi, \psi(\Xi, Q)]} \right| d\Xi \leq \mu \mid x_0 - x_0^{(1)} \mid .$$

endere di Q a P, a causa della continuità della funzione
), $x_0^{(1)}$ tende a x_0; e ne segue senz'altro l'asserto (1).
quanto riguarda il secondo integrale, osserviamo che
k, in forza della (β) e della (α) abbiamo:

$$\int_{I(x_0, x)} \left| \frac{c[\Xi, \psi(\Xi, Q)]}{b_1[\Xi, \psi(\Xi, Q)]} - \frac{c[\Xi, \psi(\Xi, P)]}{b_1[\Xi, \psi(\Xi, P)]} \right| d\Xi \leq \epsilon \mid x - x_0 \mid .$$

ò prendersi piccolo a piacere; dunque l'integrale testè
ende a zero col tendere di Q a P. Resta così provata
uità dell'integrale:

$$\int_{x_0}^{x} \frac{c[\Xi, \psi(\Xi, P)]}{b_1[\Xi, \psi(\Xi, P)]} d\Xi$$

considerazioni perfettamente analoghe si dimostra la
à, su $\boldsymbol{R}$, dell'altro integrale:

$$\int_{x_0}^{x} \frac{f[\Xi, \psi(\Xi, P)]}{b_1[\Xi, \psi(\Xi, P)]} e^{\int_{x_0}^{\Xi} \frac{c[\Xi, \psi(\Xi, P)]}{b_1[\Xi, \psi(\Xi, P)]} d\Xi} d\Xi.$$

– Per potere andare innanzi nell'analisi della formola
tale (7), ci è oramai indispensabile sostituire alcune
esi fatte in precedenza con altre più restrittive, ed
rè altre ipotesi al riguardo delle funzioni che figurano
egni di integrale nel secondo membro della formola

stesso può ripetersi, evidentemente, pel terzo degli integrali
a.

priamente, manterremo qui immut
no che le funzioni $\frac{b_2(x,y)}{b_1(x,y)}$, $\frac{c(x,y)}{b_1(x,y)}$,
ie parziali continue e limitate in $\boldsymbol{I}$
le due funzioni:

$$u(x_0) = u[x_0, \lambda(x_0)], \quad y_0 =$$

ate di derivate continue rispetto a
e la seconda di queste derivate
:

$$\lambda'(x_0) < 0.$$

chiaro che tutte le ipotesi del nume
se in quelle testè fatte. Perciò sarà, a
ente condizione, per noi essenziale:
ione (1) *determinano una corrisponde*
punti del rettangolo $\boldsymbol{R}$ *e quelli della*
ano è priva di punti eccezionali.
ltre, le ipotesi testè ammesse ci pe
il segno gli integrali che comparis
Infatti, è noto (1) che la funzione $\psi(\Xi$
ie parziali prime rispetto ad x e ad
sono continue e verificano l'equazi

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{b_2(x,y)}{b_1(x,y)} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial y} =$$

Derivando primo e secondo membro
o ad y e ad x, abbiamo:

(1) Goursat, loc. cit., vol. III, pp. 7-10. Paris

Digitized by Google

opriamente, manterremo qui immutata l'ipotesi (1), e emo che le funzioni $\frac{b_2(x,y)}{b_1(x,y)}$, $\frac{c(x,y)}{b_1(x,y)}$, $\frac{f(x,y)}{b_1(x,y)}$ siano dotate rate parziali continue e limitate in $\boldsymbol{R}$. Inoltre, ammette- he le due funzioni:

$$\omega(x_0) = u[x_0, \lambda(x_0)], \quad y_0 = \lambda(x_0),$$

lotate di derivate continue rispetto ad x_0 nell'intervallo , e la seconda di queste derivate verifichi la disegua- :

$$\lambda'(x_0) < 0.$$

chiaro che tutte le ipotesi del numero precedente sono ese in quelle testè fatte. Perciò sarà, anche qui, soddisfatta uente condizione, per noi essenziale: *le caratteristiche del- ione* (1) *determinano una corrispondenza univoca e continua unti del rettangolo* $\boldsymbol{R}$ *e quelli della curva* Σ. *Tale corri- nza è priva di punti eccezionali.*

noltre, le ipotesi testè ammesse ci permettono di derivare il segno gli integrali che compariscono nella formola (7). nfatti, è noto [1] che la funzione $\psi(\xi; x, y)$ possiede, in $\boldsymbol{R}$, ate parziali prime rispetto ad x e ad y. Dippiù queste de- sono continue e verificano l'equazione:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{b_2(x,y)}{b_1(x,y)} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0.$$

Derivando primo e secondo membro della formola (7) rap- ad y e ad x, abbiamo:

---

[1]) Goursat, loc. cit., vol. III, pp. 7-10. Paris, 1915.

Digitized by Google

$$\frac{c(\Xi,\Psi)}{b_1(\Xi,\Psi)}d\Xi}\Big\{-\int_{x_0}^{x}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{c(\Xi,\psi)}{b_1(\Xi,\psi)}\right]d\Xi+\frac{\partial x_0}{\partial y}\cdot\frac{c(x_0,y_0)}{b_1(x_0,y_0}\Big\}\cdot u(x,y)+$$

$$\frac{c(\Xi,\Psi)}{b_1(\Xi,\Psi)}d\Xi}\Big\}\omega'(x_0)\frac{\partial x_0}{\partial y}+\int_{x_0}^{x}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{f(\Xi,\psi)}{b_1(\Xi,\psi)}\right]e^{\int_{x_0}^{\Xi}\frac{c(\Xi,\Psi)}{b_1(\Xi,\Psi)}d\Xi}+$$

$$\frac{(\Xi,\psi)}{(\Xi,\psi)}e^{\int_{x_0}^{\Xi}\frac{c(\Xi,\Psi)}{b_1(\Xi,\Psi)}d\Xi}d\Xi\left(\int_{x_0}^{\Xi}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{c(\Xi,\psi)}{b_1(\Xi,\psi)}\right]d\Xi-\frac{\partial x_0}{\partial y}\frac{c(x_0,y_0)}{b_1(x_0,y_0)}\right)-$$

$$-\frac{\partial x_0}{\partial y}\frac{f(x_0,y_0)}{b_1(x_0,y_0)}\Big\},$$

$$\frac{c(\Xi,\Psi)}{b_1(\Xi,\Psi)}d\Xi}\Big\}-\int_{x_0}^{x}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{c(\Xi,\psi)}{b_1(\Xi,\psi)}\right]d\Xi-\frac{c(x,y)}{b_1(x,y)}+\frac{\partial x_0}{\partial x}\frac{c(x_0,y_0)}{b_1(x_0,y_0)}\Big\}\cdot u(x_0$$

$$\frac{c(\Xi,\Psi)}{b_1(\Xi,\Psi)}d\Xi}\Big\}\omega'(x_0)\frac{\partial x_0}{\partial x}+\int_{x_0}^{x}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{f(\Xi,\psi)}{b_1(\Xi,\psi)}\right]e^{\int_{x_0}^{\Xi}\frac{c(\Xi,\Psi)}{b_1(\Xi,\Psi)}d\Xi}d\Xi+$$

$$,\psi)}e^{\int_{x_0}^{\Xi}\frac{c(\Xi,\Psi)}{b_1(\Xi,\Psi)}d\Xi}d\Xi\left(\int_{x_0}^{\Xi}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{c(\Xi,\psi)}{b_1(\Xi,\psi)}\right]d\Xi-\frac{\partial x_0}{\partial x}\frac{c(x_0,y_0)}{b_1(x_0,y_0)}\right)-$$

$$-\frac{\partial x_0}{\partial x}\frac{f(x_0,y_0)}{b_1(x_0,y_0)}+\frac{f(x,y)}{b_1(x,y)}e^{\int_{x_0}^{x}\frac{c(\Xi,\Psi)}{b_1(\Xi,\Psi)}d\Xi}\Big\}.$$

rvando che:

$$\frac{\partial}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial\psi}\frac{\partial\psi}{\partial y},\qquad \frac{\partial}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial\psi}\frac{\partial\psi}{\partial x},$$

nole (9) e (10) si trae facilmente:

$$\frac{\partial u}{\partial y}=\left(\frac{\partial x_0}{\partial x}+\frac{b_2}{b_1}\frac{\partial x_0}{\partial y}\right)\left[\frac{c(x_0,y_0)\cdot u(x,y)}{b_1(x_0,y_0)}e^{\int_{x_0}^{x}\frac{c(\Xi,\Psi)}{b_1(\Xi\,\Psi)}d\Xi}+\omega'(x\right.$$

$$)\int_{x_0}^{x}\frac{f(\Xi,\psi)}{b_1(\Xi,\psi)}e^{\int_{x_0}^{\Xi}\frac{c(\Xi,\Psi)}{b_1(\Xi,\Psi)}d\Xi}d\Xi-\left.\frac{f(x_0,y_0)}{b_1(x_0,y_0)}\right]e^{-\int_{x}^{x}\frac{c(\Xi,\Psi)}{b_1(\Xi,\Psi)}d\Xi}+$$

$$+\frac{f(x,y)}{b_1(x,y)}-\frac{c(x,y).u(x,y)}{b_1(x,y)}.$$

ndo mente che

$$\frac{\partial y_0}{\partial x}=\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)_{\Xi=x_0},\qquad \frac{\partial y_0}{\partial y}=\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)$$

egue senz'altro che

$$\frac{\partial y_0}{\partial x}+\frac{b_2}{b_1}\frac{\partial y_0}{\partial y}=0.$$

ra parte:

$$\frac{b_y}{b_x}=\lambda'(x_0).\frac{\partial x_0}{\partial x},\qquad \frac{\partial y_0}{\partial y}=\lambda'(x$$

anche:

$$\frac{\partial x_0}{\partial x}+\frac{b_2}{b_1}\frac{\partial x_0}{\partial y}=0.$$

entemente la (11) riducesi a

$$b_1\frac{\partial u}{\partial x}+b_2\frac{\partial u}{\partial y}+cu=$$

ipotesi *fatte in questo paragrafo* l'unica *soluzione dell'equazione* (1 alori $w(x_0)$.

4 – Nei numeri 2 e 3 del *present* in tutto $\boldsymbol{B}$:

$$b_1(x,y)\neq 0,\qquad b_1(x,y).b_2$$

a è evidente che quanto si è detto parola per parola, al caso in cui

$$b_2(x,y)\neq 0,\qquad b_1(x,y).b_2$$

fatti, basta sostituire l'equazione cambiare, anche in tutto il resto, l'u ello della variabile y.

Digitized by Google

onendo mente che

$$\frac{\partial y_0}{\partial x} = \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)_{\xi = x_0}, \qquad \frac{\partial y_0}{\partial y} = \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)_{\xi = x_0},$$

8) segue senz'altro che

$$\frac{\partial y_0}{\partial x} + \frac{b_2}{b_1}\frac{\partial y_0}{\partial y} = 0.$$

'altra parte:

$$\frac{\partial y_0}{\partial x} = \lambda'(x_0) \cdot \frac{\partial x_0}{\partial x}, \qquad \frac{\partial y_0}{\partial y} = \lambda'(x_0) \cdot \frac{\partial x_0}{\partial y};$$

ıe è anche:

$$\frac{\partial x_0}{\partial x} + \frac{b_2}{b_1}\frac{\partial x_0}{\partial y} = 0.$$

guentemente la (11) riducesi a

$$b_1 \frac{\partial u}{\partial x} + b_2 \frac{\partial u}{\partial y} + c\,u = f.$$

nclude:

Nelle ipotesi fatte in questo paragrafo, la formola (7) *rapnta l'unica soluzione dell'equazione* (1), *obbligata a prendere i valori* $\omega(x_0)$.

4. — Nei numeri 2 e 3 del presente scritto abbiamo supo, in tutto $\boldsymbol{R}$:

$$b_1(x, y) \neq 0, \qquad b_1(x, y) \cdot b_2(x, y) \geq 0.$$

Ma è evidente che quanto si è detto in quei paragrafi si ta, parola per parola, al caso in cui, in $\boldsymbol{R}$, si ha:

$$b_2(x, y) \neq 0, \qquad b_1(x, y) \cdot b_2(x, y) \geq 0.$$

Infatti, basta sostituire l'equazione (4'') all'equazione (4'), ambiare, anche in tutto il resto, l'ufficio della variabile x quello della variabile y.

Digitized by Google

ıvece, in $\boldsymbol{R}$, sono verificate le due condizioni:

$$b_1(x, y) \neq 0 , \qquad b_1(x, y) \cdot b_2(x, y) \leq 0 ,$$

ssono più dare sulla Σ, *arbitrariamente,* i valori iniziali zione della (1). Ma, se alla curva Σ si sostituisce la *loga* (1) Σ' di punti terminali (x', y'), (x'', y'') il pro- ci ha occupato, a parità delle altre condizioni, am- che in questo caso, *una soluzione ben determinata, data a formola* (7), *ove però in luogo di* $u(x_0, y_0)$ *bisogna* $_0', y_0'$).

uanto si è detto scaturisce che la necessità di sosti- urva Σ con la curva Σ', nel passaggio dal caso (12) 3), è di *natura essenzialmente topologica.*

ludiamo con l'osservare che l'ossatura di questo lavoro è inalterata se alla curva Σ (Σ') si sostituisse una n sempre decrescente (crescente), definita nell'inter- x''), con gli stessi punti terminali, tutta contenuta condizione però che essa incontri *in un punto ed in ciascuna curva caratteristica.* Ma riteniamo, che ciò fa- ello che si guadagna in maggiore generalità si perde ezza.

- Vogliamo, prima di finire, considerare alcuni casi i della equazione (1).

ne restando le ipotesi fatte nel paragrafo 3, supponiamo, luogo, che si abbia, in $\boldsymbol{R}$:

$$f(x, y) \equiv 0 .$$

---

gliamo con ciò intendere che sulla curva Σ', di equazione), si fanno le stesse ipotesi che sulla curva Σ, *salvo una sola*

$$\frac{d\lambda_1}{dx_0'} > 0 ,$$

qui vien fatta in luogo dell'altra: $\lambda'(x_0) < 0$.

ula (7) porge immediatamente:

$$u(x, y) = \omega(x_0)\, e^{-\int_{x_0}^{x} \frac{c\,\xi}{b_1\,\xi}}$$

u, nell'intervallo (x', x''), è:

$$\omega(x_0) \equiv 0 ,$$

y) è identicamente nulla in $\boldsymbol{R}$, tan (13): d'accordo con un teorema s cendo, invece, in $\boldsymbol{R}$:

$$c(x, y) \equiv 0 ,$$

iviene:

$$u(x, y) = \omega(x_0) + \int_{x_0}^{x} \frac{f\,\xi}{b_1\,\xi}$$

particolare: *l'integrale dell'equazi*

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = f(x, y$$

ato dalle solite condizioni iniziali

$$u(x, y) = \omega(x_0) + \int_{x_0}^{x} f(\xi, \xi$$

ettangolo $\boldsymbol{R}$ riducesi al quadrat e per curva Σ si prende la dia $a, a)$, (a, o), la formola precedent ciò:

$$u(x, y) = \omega\left(\frac{a + x - y}{2}\right) - \int_{x}^{\frac{a+x-y}{2}}$$

Facendo analoghe ipotesi al riguar

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = f(x$$

Digitized by Google

mola (7) porge immediatamente:

$$u(x, y) = \omega(x_0)\, e^{-\int_{x_0}^{x} \frac{c(\xi, \psi)}{b_1(\xi, \psi)}\, d\xi}.$$

ie: *se, nell'intervallo* (x', x''), *è:*

$$\omega(x_0) \equiv 0,$$

$x, y)$ *è identicamente nulla in* $\boldsymbol{R}$, *tanto nel caso* (12) *come so* (13); d'accordo con un teorema segnalato da PICONE. 'acendo, invece, in $\boldsymbol{R}$:

$$c(x, y) \equiv 0,$$

diviene:

$$u(x, y) = \omega(x_0) + \int_{x_0}^{x} \frac{f(\xi, \psi)}{b_1(\xi, \psi)}\, d\xi.$$

In particolare: *l'integrale dell'equazione:*

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = f(x, y),$$

minato dalle solite condizioni iniziali, è dato da:

$$u(x, y) = \omega(x_0) + \int_{x_0}^{x} f(\xi, \xi + y - x)\, d\xi.$$

rettangolo $\boldsymbol{R}$ riducesi al quadrato di punti estremi (o, o),), e per curva Σ si prende la diagonale di punti termi- (o, a), (a, o), la formola precedente assume l'aspetto più reto:

$$u(x, y) = \omega\left(\frac{a + x - y}{2}\right) - \int_{x}^{\frac{a+x-y}{2}} f(\xi, \xi + y - x)\, d\xi,$$

Facendo analoghe ipotesi al riguardo dell'equazione

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = f(x, y),$$

Digitized by Google

a soluzione:

$$(x, y) = \omega\left(\frac{x+y}{2}\right) - \int_{x}^{\frac{x+y}{2}} f(\xi, x+y-\xi)\, d\xi .$$

nfine, supponiamo ad un tempo:

$$f(x, y) \equiv 0 , \qquad c(x, y) \equiv 0 ,$$

(7) ci dà:

$$u(x, y) = \omega(x_0).$$

: *la soluzione dell'equazione*

$$b_1 \frac{\partial u}{\partial x} + b_2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0 ,$$

a dalle solite condizioni iniziali, prende su ogni carat-
n valore costante: quello assegnato a tale soluzione nel
une alla detta caratteristica ed alla curva Σ (Σ').

poli, 28 febbraio 1929 (VII).

A proposito di qualche formola ap
per la trave inflessa e sollecitata

Nota del Socio corrisp. GIUSEPPE A
presentata dal Socio naz. resid. Modesto

La trave inflessa e sollecitata assialm
applicazioni in alcuni elementi es
metallici e dei velivoli. Si sono
di calcolo rapido di tali strutture,
precisione per evitare le lungaggini, a d
studio di tali elementi con le teorie
costruzioni. L'*Air Service Informat*
Aeronautica Nordamericana riporta u
approssimate per la trave inflessa e
randole ad un esempio numerico: il
del longarone di un aeroplano; altr
Hawken (1), J. Case (2) ed altri au
una analisi critica di queste formol
levarne la relazione con quelle che
teorie esatte, può farsi ricorrend
metriche da me proposti fin dal
altro, la trave articolata agli estre
da un carico uniforme di intens
e compressa dal carico assiale

R. W. HAWKEN, *Column Analysis and De*
JOHN CASE, *The Strength of Materials*, L
G. ALBENGA, *Su di alcune applicazioni*
linee elastiche in " Atti del

Digitized by Google

A proposito di qualche formola approssimata per la trave inflessa e sollecitata assialmente.

Nota del Socio corrisp. GIUSEPPE ALBENGA
presentata dal Socio naz. resid. Modesto Panetti.

La trave inflessa e sollecitata assialmente ha, come è noto, rose applicazioni in alcuni elementi essenziali dell'ossatura onti metallici e dei velivoli. Si sono perciò ideati parecchi li di calcolo rapido di tali strutture, sacrificando alquanto ecisione per evitare le lungaggini, a dir vero non eccessive, studio di tali elementi con le teorie razionali della scienza costruzioni. L'*Air Service Information Circular No. 493* Aeronautica Nordamericana riporta un certo numero di for- approssimate per la trave inflessa e ne discute i risultati candole ad un esempio numerico: il calcolo di una cam- del longarone di un aeroplano; altre formole raccolgono V. Hawken (1), J. Case (2) ed altri autori di lingua inglese. Una analisi critica di queste formole, che meglio permette levarne la relazione con quelle che si ottengono dalle co- te teorie esatte, può farsi ricorrendo agli sviluppi in serie nometriche da me proposti fin dal 1913 (3) per studiare, l'altro, la trave articolata agli estremi, di sezione costante, ssa da un carico uniforme di intensità p per unità di lun- za e compressa dal carico assiale P. A questo caso si limi-

(1) R. W. Hawken. *Column Analysis and Design*, Brisbane, 1918.
(2) John Case, *The Strength of Materials*, London, 1925.
(3) G. Albenga, *Su di alcune applicazioni di serie trigonometriche alla minazione di linee elastiche* in " Atti del R. Istituto Veneto „ 1912-13.

Digitized by Google

cano di ridursi con vari accorgimenti, gli Autori
.e di cui qui voglio trattare.
vedere nella Nota citata come, scritto il carico ri-
orme p sotto la forma:

$$p = \frac{4}{\pi} p \sum_{n=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} x$$

presenta il generico numero dispari), si otteneva,
della flessione pura, per la trave lunga l e con gli
nboli della scienza delle costruzioni, la equazione
elastica:

$$EJ y_1 = \frac{4pl^4}{\pi^5} \sum_{n=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{1}{n^5} \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} x.$$

gue subito che il momento flettente nella sezione
può scrivere:

$$\mathfrak{M}_x = \frac{4}{\pi^3} p l^2 \sum_{n=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{1}{n^3} \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} x.$$

ece agiva contemporaneamente il carico di compres-
quazione (2) doveva sostituirsi con la

$$y_2 = \frac{4pl^4}{\pi^5} \sum_{n=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{1}{n^5} \left(\frac{n^2\pi^2}{n^2\pi^2 EJ - Pl^2} \right) \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} x,$$

$$_2 = \frac{4}{\pi^3} pl^2 \sum_{n=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{1}{n^3} \frac{1}{n^2\pi^2 \frac{EJ}{l^2} - P} \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} x,$$

ndo che $\pi^2 \frac{EJ}{l^2}$ è il primo carico di Eulero per la
derata e indicandolo con P_E,

$$y_2 = \frac{4}{\pi^3} pl^2 \sum_{n=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{1}{n^3} \frac{1}{n^2 P_E - P} \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} x.$$

alori che interessano nei calcoli p
ostituire le serie (2) e (3) godono
genza. In mezzeria della trave, avre
imo termine dello sviluppo (2):

$$y_1 = f_1 = \frac{4pl^4}{\pi^5 EJ},$$

e alquanto più grande di quello esatt
momento flettente in mezzeria $\mathfrak{M}_{\frac{l}{2}}$

$$\mathfrak{M}_{\frac{l}{2}} = \frac{4}{\pi^3} pl^2$$

nio anche ora si limiti lo sviluppo al pr
detto ($\mathfrak{M}$) il momento esatto $\frac{1}{8} p$

$$\mathfrak{M}_{\frac{l}{2}} = 1{,}03\ (\mathfrak{M}).$$

Rapidamente converge anche la seri
anza di quello medio della trave.
uando agisca anche il carico assial
ente nella sezione generica:

$$M_x = \mathfrak{M}_x + P y_2$$

ndi per la (3) e la (5):

$$M_x = \frac{4}{\pi^3} pl^2 \sum_{n=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{1}{n^3} \left(1 + \frac{P}{n^2 P_E -} \right.$$

$$= \frac{4}{\pi^3} pl^2 \sum_{n=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{P_E}{n^2 P_E - P} \operatorname{sen}$$

la sezione di mezzo avremo, arre
imo termine:

$$M_{\frac{l}{2}} = \frac{4}{\pi^3} pl^2 \frac{P_E}{P_E -}$$

Digitized by Google

valori che interessano nei calcoli pratici di resistenza
trutture le serie (2) e (3) godono di una rapidissima
genza. In mezzeria della trave, avremo, considerando il
imo termine dello sviluppo (2):

$$y_1 = f_1 = \frac{4pl^4}{\pi^5 EJ},$$

alquanto più grande di quello esatto $\frac{5}{384}pl^4$.
momento flettente in mezzeria $\mathfrak{M}_{\frac{l}{2}}$ sarà dato per la (3)

$$\mathfrak{M}_{\frac{l}{2}} = \frac{4}{\pi^3}pl^2$$

o anche ora si limiti lo sviluppo al primo termine. Avremo
i, detto $(\mathfrak{M})$ il momento esatto $\frac{1}{8}pl^2$:

$$\mathfrak{M}_{\frac{l}{2}} = 1{,}03\,(\mathfrak{M}).$$

Rapidamente converge anche la serie (5) per i punti in
anza di quello medio della trave.
Quando agisca anche il carico assiale avremo come mo-
o flettente nella sezione generica:

$$M_x = \mathfrak{M}_x + Py_2$$

ndi per la (3) e la (5):

$$M_x = \frac{4}{\pi^4}pl^2 \sum_{n=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{1}{n^3}\left(1 + \frac{P}{n^2P_E - P}\right) \operatorname{sen}\frac{n\pi}{l}x =$$

$$= \frac{4}{\pi^3}pl^2 \sum_{n=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{1}{n}\,\frac{P_E}{n^2P_E - P} \operatorname{sen}\frac{n\pi}{l}x.$$

la sezione di mezzo avremo, arrestando lo sviluppo al
o termine:

$$M_{\frac{l}{2}} = \frac{4}{\pi^3}pl^2\,\frac{P_E}{P_E - P}$$

Digitized by Google

(8):

$$M_{\frac{l}{2}} = 1{,}03\ (\mathfrak{M})\ \frac{P_E}{P_E - P}.$$

rmola semplice, la quale ricorda da vicino quella otte-
altra via dal Case (1):

$$M_{\frac{l}{2}} = 1{,}02\ (\mathfrak{M})\ \frac{P_E}{P_E - P},$$

pre approssimata per eccesso: l'errore della (11), che
per $P=0$, si riduce al 4 per mille per $P = 0{,}985\ P_E$.
il grado di approssimazione dei calcoli statici si può
il valore 1 a quello 1,03 e porre:

$$M_{\frac{l}{2}} = (\mathfrak{M})\ \frac{P_E}{P_E - P}.$$

la nota formola di Perry (2) che gli Inglesi e i Nord-
impiegano di solito e che è consigliata dai loro re-
. Arthur Berry indicò come sia possibile, complicandola
renderla più approssimata per carichi assiali vicini a
Eulero (3).
eriviamo la (13) sotto la forma:

$$M_{\frac{l}{2}} = (\mathfrak{M})\ \frac{\frac{P_E}{P}}{\frac{P_E}{P} - 1}$$

iamo con $\nu = \frac{P_E}{P}$ la *sicurezza contro il carico di punta*,
porre anche:

$$M_{\frac{l}{2}} = (\mathfrak{M})\ \frac{\nu}{\nu - 1}$$

N CASE, op. cit., pag. 345.
H PERRY, *Struts and Tie-Rods with lateral Loads*, in "Philoso-
azine", I, 1892, pag. 269.
dbook for Strength Calculation. Appendix n. 4.

amo così la formola di Vianello (
cellente e preferita dagli autori te
nrece trasformiamo la (13) nella

$$M_{\frac{l}{2}} = (\mathfrak{M})\ \frac{1}{1 - \frac{P}{P_E}}$$

ziamo a P_E il suo valore, avremo la

$$M_{\frac{l}{2}} = (\mathfrak{M})\ \frac{1}{1 - \frac{Pl^2}{\pi^2 EJ}}.$$

a (13), la (14) e la (15) non differi
a scrittura; abbastanza approssimat
ni danno valori più vicini al vero
che $\frac{P}{P_E}$ è inferiore a 0,5; poi con
e P a quello di Eulero si allontana
ciò che di regola non importa m
carichi con tanto scarsa sicurez
e perchè l'errore è sempre ass
simate per difetto; ma esagerano
ono (3) di dover fare:

$$M_{\frac{l}{2}} = (\mathfrak{M})\ \frac{1.2}{1 - \frac{Pl^2}{\pi^2 EJ}}$$

ne Andrews (4), il quale fonda la
chiare col comportamento di una
o flettente costante, pongono:

$$M_{\frac{l}{2}} = (\mathfrak{M})\ \frac{1}{1 - \frac{Pl^2}{8EJ}}$$

VIANELLO, *Der Eisenbau*, 2ª ediz., pag.
FIDLER, *A practical Treatise on Bridge*
Cfr. la citata nota di R. W. HAWKEN.
E. ANDREWS, *Further Problems in the*
pag. 217.

Digitized by Google

eniamo così la formola di Vianello (1), identica in fondo recedente e preferita dagli autori tedeschi.
e invece trasformiamo la (13) nella

$$M_{\frac{l}{2}} = (\mathfrak{M}) \frac{1}{1 - \frac{P}{P_E}}$$

tituiamo a P_E il suo valore, avremo la formola di Fidler (2):

$$M_{\frac{l}{2}} = (\mathfrak{M}) \frac{1}{1 - \frac{Pl^2}{\pi^2 EJ}} .$$

La (13), la (14) e la (15) non differiscono fra di loro che la scrittura; abbastanza approssimate per i bisogni della ica, dànno valori più vicini al vero che non la formola (11) a che $\frac{P}{P_E}$ è inferiore a 0,5; poi con l'avvicinarsi del carico ale P a quello di Eulero si allontanano alquanto dal valore to, ciò che di regola non importa molto, perchè di rado si no carichi con tanto scarsa sicurezza contro l'inflessione rale e perchè l'errore è sempre assai piccolo. Esse sono rossimate per difetto; ma esagerano quelli che per sicurezza ngono (3) di dover fare:

)
$$M_{\frac{l}{2}} = (\mathfrak{M}) \frac{1,2}{1 - \frac{Pl^2}{\pi^2 EJ}} ,$$

ome Andrews (4), il quale fonda la sua formola su analogie o chiare col comportamento di una trave soggetta a momento flettente costante, pongono:

)
$$M_{\frac{l}{2}} = (\mathfrak{M}) \frac{1}{1 - \frac{Pl^2}{8EJ}} .$$

---

(1) VIANELLO, *Der Eisenbau*, 2ª ediz., pag. 102.
(2) FIDLER, *A practical Treatise on Bridge Construction*, pag. 163.
(3) Cfr. la citata nota di R. W. HAWKEN.
(4) E. ANDREWS, *Further Problems in the Theory and Design of Structures*, pag. 217.

Digitized by Google

… accettabili, per quanto leggermente scarsi, dà invece … di Johnson (1):

$$M_{\frac{l}{2}} = (\mathfrak{M}) \frac{1}{1 - \frac{Pl^2}{10EJ}} .$$

…ande semplicità l'ha resa di uso corrente nella tecnica

…gno opposto è l'errore commesso applicando la

$$M_{\frac{l}{2}} = (\mathfrak{M}) \frac{1}{1 - \frac{5}{48}\frac{Pl^2}{EJ}} ,$$

… talora per ottenere osservando che è:

$$M_{\frac{l}{2}} = (\mathfrak{M}) + P\eta_2 ;$$

…e ponendo per η_2 la espressione:

$$\eta_2 = \frac{5}{48} M_{\frac{l}{2}} \frac{l^2}{EJ} ,$$

…ndo al momento M_x si attribuisce un andamento pa-…e risolvendo rispetto ad $M_{\frac{l}{2}}$, si ricava la (18).

…do $\frac{5}{48}\frac{P}{EJ}$ sia abbastanza piccola perchè sia lecito …e il quadrato, la (18) dà:

$$M_{\frac{l}{2}} = (\mathfrak{M})\left(1 + \frac{5}{48}\frac{Pl^2}{EJ}\right) = (\mathfrak{M}) + Pf_1 ,$$

…indichiamo la freccia di inflessione dovuta al carico …e; otteniamo cioè la espressione del momento che si …pplicando semplicemente la sovrapposizione degli effetti …ndo le deformazioni dovute al carico assiale.

(1) … Johnson, C. W. Bryan, F. E. Turneaure, *Modern framed struc-*… …. 520. New-York, Wiley, 1926.

Le formole riportate più sopra offrono … esatta:

$$M_{\frac{l}{2}} = \frac{EJp}{P}\left(\sec\sqrt{\frac{P}{EJ}}\frac{l}{2} - 1\right) = p\frac{l^2}{\pi^2} \ldots$$

…ntaggio di essere relazioni algebriche … …ano agevolmente intravedere l'andam… …esse simbolizzano. Non hanno invece … …che, senz'essere esatte, contengon… …ndenti della soluzione rigorosa o que… …e qualche volta ancor meno approssi… …ntrarono, che sono contenute nelle oper… …esto studio.

Torino, aprile 1929.

Digitized by Google

e formole riportate più sopra offrono, di fronte alla solu-
esatta :

$$M_{\frac{l}{2}} = \frac{EJp}{P}\left(\sec\sqrt{\frac{P}{EJ}}\,\frac{l}{2} - 1\right) = p\,\frac{l^2}{\pi^2}\,\frac{P_E}{P}\left(\sec\sqrt{\frac{P}{P_E}}\cdot\frac{\pi}{2} - 1\right),$$

taggio di essere relazioni algebriche di facile calcolo, che
ıo agevolmente intravedere l'andamento della funzione
sse simbolizzano. Non hanno invece ragione di essere le
le che, senz'essere esatte, contengono le stesse funzioni
ndenti della soluzione rigorosa o quelle inutilmente com-
e qualche volta ancor meno approssimate di quelle che si
arono, che sono contenute nelle opere citate in principio
esto studio.

Torino, aprile 1929.

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 5 Maggio 1929 (VII)

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. C. F. PARONA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

presenti:

lla Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali,
EANO, GUIDI, MATTIROLO, GRASSI, SOMIGLIANA, PANETTI,
OCHETTINO, BOGGIO, GARELLI, VALLAURI e il Segretario

lla Classe di Scienze morali, storiche e filologiche:
RONDI, VIDARI, CIAN, LUZIO, SOLARI e il Segretario FAGGI.
ano l'assenza il Vice-Presidente DE SANCTIS ed i Soci:
SACCO, EINAUDI e PATETTA.

rbale dell'adunanza precedente è letto ed approvato
ervazioni.

esidente si compiace di veder presente il Socio SOMI-
si congratula per la sua guarigione. Il Socio SOMIGLIAAA

esidente invita quindi il Socio POCHETTINO a leggere
lazione per la proposta del conferimento del Premio
per le Scienze fisiche nel quadriennio 1923-26. Il Socio
o dà lettura della Relazione, che conclude con la pro-
assegnare il premio, diviso in parti eguali, all'inge-
essandro MARCHETTI ed al prof. Enrico PISTOLESI.

essendosi mossa nessuna osservazi
passa, secondo il disposto dello S
ione. Prendono parte alla votazio
le proposte della Commissione risul
ta.
sultato viene accolto con applausi.
Presidente infine, rispondendo ad un
ssicura che alla notizia dell'assegn
verrà data la maggior possibile d
stampa.

Gli Acc
EM
AD

Digitized by Google

on essendosi mossa nessuna osservazione a questa Rela-
si passa, secondo il disposto dello Statuto del Premio,
tazione. Prendono parte alla votazione tutti i Soci pre-
le proposte della Commissione risultano accettate alla
nità.

risultato viene accolto con applausi.

Presidente infine, rispondendo ad una proposta del Socio
assicura che alla notizia dell'assegnazione del Premio
ri verrà data la maggior possibile diffusione per mezzo
stampa.

Gli Accademici Segretarii:
EMILIO REPOSSI.
ADOLFO FAGGI.

Digitized by Google

CLASSE

DI

NZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 5 Maggio 1929 (VII)

RESIDENZA DEL PROF. COMM. C. F. PARONA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

presenti i Soci: Peano, Guidi, Mattirolo, Grassi, a, Panetti, Ponzio, Pochettino, Boggio, Garelli, e il Segretario Repossi.

no la loro assenza i Soci: D'Ovidio e Sacco.

rbale della adunanza precedente è letto ed approvato ervazioni.

esidente dà lettura di una lettera dell'augusto consocio l Duca degli Abruzzi, nella quale questi ringrazia l'Ac- per l'omaggio resogli in occasione della scoperta delle lell'Uebi Scebeli.

cio Guidi presenta in omaggio all'Accademia gli estratti oi lavori, dal titolo: *Dighe ad arco sperimentali* e *Prove a ponte,* e ne espone brevemente il contenuto.

cio Mattirolo presenta in omaggio due sue Note agli "Annali della R. Accademia d'Agricoltura di To- titoli: *A proposito della " Circolare ministeriale 10 no- 28 " diretta ai comandi di legione della Milizia forestale ai boschi di conifere per il commercio degli Alberi di*

... e Le " Scuole ambulanti " nella prop...

...a prima contempla i danni che, an... ai boschi non vincolati dai tagli fra... per fabbricarne "Alberi di Natale ". Pr... di questi "Alberi " e di tornare ... italiana e più artistica del " Prese...

Nella seconda si prospetta la necessi... moderno di locomozione per la pro... preparando automobili conveni... si potrebbe, con celerità, procede...

Il Presidente Parona presenta all'Acc... dal Ministro della Guerra dei tre v... Socio prof. Francesco Siacci.

A proposito di questo omaggio il So... del Socio Somigliana) fa rilevare l'i...: "il prof. Siacci ", egli dice, " su... di Meccanica superiore nell'Aten... e profonda cultura matematica, spe... più elevate della Meccanica, compi... questo ramo delle discipline matema... che s'impongono alla nostra ammira... e semplicità.

"Essi costituirono il punto di partenz... autori.

"Ma il più alto titolo di gloria di ... è ancora oggidì universalmente no... di tutto il mondo, è costituito ... ricerche nel campo della B... come si disse, di solida cultura ... in un corpo organico di dottrina, ... imperfette e frammentarie, arricc...

Digitized by Google

e *Le " Scuole ambulanti „ nella propaganda parassiticida*
ola.

. prima contempla i danni che, annualmente, vengono
ai boschi non vincolati dai tagli fraudolenti delle coni-
r fabbricarne " Alberi di Natale „. Proporrebbe di vietare
ica di questi " Alberi „ e di tornare invece a quella pret-
e italiana e più artistica del " Presepio „.

ella seconda si prospetta la necessità di adoperare un
moderno di locomozione per la propaganda dell'uso dei
iticidi, preparando automobili convenientemente attrezzati
i si potrebbe, con celerità, procedere alle pratiche di
ezione.

Presidente PARONA presenta all'Accademia l'omaggio ri-
dal Ministro della Guerra dei tre volumi delle opere del
anto Socio prof. Francesco SIACCI.

proposito di questo omaggio il Socio BOGGIO (anche a
del Socio SOMIGLIANA) fa rilevare l'importanza delle opere
: " il prof. Siacci „, egli dice, " suo predecessore nella
ra di Meccanica superiore nell'Ateneo torinese, dotato di
e profonda cultura matematica, specialmente nelle que-
più elevate della Meccanica, compiè studi assai pregevoli
questo ramo delle discipline matematiche, ottenendo risul-
he s'impongono alla nostra ammirazione per la loro ele-
a e semplicità.

" Essi costituirono il punto di partenza di pregevoli ricerche
tri autori.

" Ma il più alto titolo di gloria di F. Siacci, quello per il
è ancora oggidì universalmente noto ed apprezzato dagli
lieri di tutto il mondo, è costituito dalle sue originali e
amentali ricerche nel campo della Balistica esterna. Egli,
to, come si disse, di solida cultura matematica, potè com-
e, in un corpo organico di dottrina, teorie che prima erano
o imperfette e frammentarie, arricchendole di numerosi ed

Digitized by Google

tissimi contributi originali, dando loro inoltre un assetto
ıte rigoroso e accessibile ai bisogni della pratica, che
ı esclamare con giustificata soddisfazione: ' questa volta
ica e la pratica si dànno la mano ' (*).
ıcora oggidì, molti dei risultati stabiliti dallo Siacci
sto negli odierni studi di Balistica „.

ocio Grassi presenta, per l'inserzione negli *Atti*, una
ı dal titolo: *Sulla resistività dell'alluminio,* e comunica
lemia che a risultati perfettamente concordanti con
lui conseguiti sin da diversi anni or sono, sono giunte
proposito la Commissione Internazionale riunitasi lo
ıno a Parigi ed esperienze eseguite in Germania ed in

residente si congratula col Socio Grassi ed al suo plauso
anche il Socio Vallauri, il quale comunica all'Acca-
ıe l'alluminio è stato sostituito al rame per la linea ad
ınziale che sta costruendosi in Val dell'Isarco e che il
Nazionale sta prendendo provvedimenti per favorire
ale questa sostituzione, altamente utile per l'Italia, nelle
trasmissione della forza elettrica.

ocio Peano presenta una Nota del sig. Vincenzo Mar-
., intitolata: *Sulle funzioni tayloriane,* per la pubblica-
gli *Atti.*

gono infine presentati alla Classe i seguenti volumi
dono all'Accademia:

osé Isaac Corral: *Cantidades complejas* (Memorias cien-
tificas de la Direccion de Montes y Minas);

ın Luis Catalogue of 15333 stars for the epoch 1910, pre-
pared at the Dudley Observatory (Altany-New York);

---

este ricerche provano, fra altro, di quanta importanza sia la pro-
oscenza della Matematica per gli artiglieri, mentre taluno parla
ridurre loro l'insegnamento matematico!

Harvey M. Ifale: *The Genus haplop*
scoli pubblicati sotto gli auspici de
ution, di Washington.

ma di togliere la seduta il Socio Gu
sostituirlo quale membro del Cons
nto il suo trasferimento da Torino a
a il Socio Guidi dell'opera da lui p
a che la votazione del nuovo membr
lla prossima adunanza.

Digitized by Google

Iarvey M. Ifale: *The Genus haplopappus,* ed altri opuscoli pubblicati sotto gli auspici della " Carnegie Institution „ di Washington.

ma di togliere la seduta il Socio Guidi prega la Presili sostituirlo quale membro del Consiglio d'Amministralato il suo trasferimento da Torino a Roma. Il Presidente ia il Socio Guidi dell'opera da lui prestata fin qui, ed ia che la votazione del nuovo membro del Consiglio sarà ella prossima adunanza.

Digitized by Google

LETTURE

Sulla resistività dell'Alluminio.

Nota del Socio nazionale residente GUIDO GRASSI

gli impianti elettrici da parecchi anni si va estendendo ll'Alluminio come conduttore, anche per lunghe linee, del rame. Perciò si è reso necessario di stabilire i a adottarsi in pratica dei coefficienti caratteristici che si no alle proprietà elettriche e meccaniche dell'Alluminio. Commissione Elettrotecnica internazionale, interessanciò, ha incaricato un Comitato speciale di studiare la e e indicare le norme da seguire in proposito.

ccademia sa che io, in seguito a invito del Comitato ecnico Italiano, mi sono occupato specialmente di deterla resistività dell'Alluminio e il relativo coefficiente di tura. Fu precisamente nel gennaio 1923 che io presentai ta a questa Accademia dal titolo: *Resistività dell'Allu- diverse temperature.*

Comitato di studio della C. E. I. composto di delegati ancia, della Gran Brettagna, della Germania e degli niti, nella sua riunione a Parigi del novembre 1928, stae la resistività può raggiungere al massimo il valore *icrohm-centimetro* a 20° C, e questo s'intende per fili non cioè non presi da un cavo o da una treccia, dove i di- i che la compongono sono avvolti ad elica, cioè cordati. invece le misure son fatte su fili presi da cavi o trecce mmettere un aumento di 1 %, cioè il valor massimo vare a 2,902.

mi piace mettere in evidenza il notevole accordo fra alore — 2,873 — stabilito dal Comitato internazionale e isultato dalle mie esperienze, che è compreso

tra 2,871 e 2,868

peratura 20° C e che si riferisce ad alluminio al 99,7%.

sembra apparire una certa disc
quelli del Comitato internaziona
di temperatura, che il Comitato
trovo valori notevolmente più
riguardo però bisogna osse
come temperatura di regime que
il valore della resistività. È q
valore 0,004 del coefficiente di t
una temperatura di 20° C. All
me trovato è molto piccola, per
fficiente di temperatura per l'Al
stesso tempo io trovai che pe
te di temperatura a 20° C di
 per Alluminio al 98,3 %.
per Al. molto puro, oltre il 9
deve salire oltre 0,003934;
dalle mie misure si deve riten
stabilito dal Comitato.

anche osservare che questa pi
ha importanza notevole e può e
semplice 4, in luogo di 3,93...
epoca posteriore alla riunione del
numerose misure di resistività de
in Germania.
li Stati Uniti il *Bureau of Stan*
to i risultati delle misure fatte
prodotti di un mese, cioè su fil
varie, da 1,68 a 4,78 mm. d
misure fu 3927; il risultato:

sistività a 20° C; valor medio
» minimo
» massimo

oto che la Aluminium Company
molto puro, dove la proporzione d
l'Alluminio da me sperimentato,
circa 7 anni fa, aveva il tito
me differenze, di qualche milles

e sembra apparire una certa discordanza fra i miei ri-
quelli del Comitato internazionale, è nel valore del
ıte di temperatura, che il Comitato pone eguale a 0,0040,
o trovo valori notevolmente più grandi.
uesto riguardo però bisogna osservare che il Comitato
a come temperatura di regime quella di 20° C e a quella
sce il valore della resistività. È quindi da ritenere che
valore 0,004 del coefficiente di temperatura si riferisca
lesima temperatura di 20° C. Allora la differenza dal
la me trovato è molto piccola, perchè io trovai 0,003934
efficiente di temperatura per l'Alluminio a 99,7%.
lo stesso tempo io trovai che per Alluminio meno puro
ciente di temperatura a 20° C diminuisce; per esempio
,00386 per Alluminio al 98,3%. Viceversa si deve ri-
che per Al. molto puro, oltre il 99,7% il coefficiente di
tura deve salire oltre 0,003934; cosicchè questo valore
te dalle mie misure si deve ritenere in perfètto accordo
llo stabilito dal Comitato.
può anche osservare che questa piccola differenza in pra-
n ha importanza notevole e può essere comodo adottare
semplice 4, in luogo di 3,93...
epoca posteriore alla riunione del detto Comitato furono
e numerose misure di resistività dell'Alluminio, negli Stati
in Germania.
egli Stati Uniti il *Bureau of Standards* di Washington
colto i risultati delle misure fatte dalla *Aluminium Com-*
ui prodotti di un mese, cioè su fili di Alluminio crudo, di
ioni varie, da 1,68 a 4,78 mm. di diametro. Il numero
di misure fu 3927; il risultato:

esistività a 20° C; valor medio = 2,818
„ minimo = 2,794
„ massimo = 2,845.

noto che la Aluminium Company d'America produce un
o molto puro, dove la proporzione dell'Al. supera il 99,7%,
e l'Alluminio da me sperimentato, fornitomi dal *Bureau of*
rds circa 7 anni fa, aveva il titolo 99,66% e bastano
issime differenze, di qualche millesimo soltanto, per dar

Digitized by Google

sensibili differenze nella resistività, e precisamente ne
e aumentando la purezza diminuisce la resistività. Resta
gata e giustificata la piccola differenza fra i risultati
e misure e di quelle americane.

bisogna dimenticare che quando si parla di resistività
i dovrebbe intendere di Al. puro, ma in realtà si tratta
li Al. che contiene qualche impurità. Nel caso attuale
tà possono giungere al 3 per mille, ma devono ritenersi
ale un po' minori.

tesse considerazioni si possono estendere al confronto fra
isure e quelle del *Reichsanstalt* di Berlino, che appunto
orso marzo 1929 eseguì numerose prove su fili di Al.
diametro da 2,5 a 3 mm. I risultati si posson riassu-
ì:

stività a 20° C; valor medio = 2,843
„ minimo = 2,815
„ massimo = 2,880.

o adunque concludere affermando che tanto le delibera-
Comitato internazionale di studio dell'Alluminio, quanto
ose misure eseguite negli Stati Uniti d'America e dal
stalt di Berlino hanno confermato i risultati delle mie
e delle quali diedi comunicazione a questa Accademia
ennaio 1923.

tende che certe differenze osservate nei valori della resi-
ranno probabilmente da attribuire, non soltanto al vario
Alluminio puro, ma anche al processo di preparazione;
azione meccanica, a cui viene assoggettato il metallo
lo in fili, di diametri diversi, influisce non soltanto
istenza meccanica, ma anche sulla resistività. Mancano
i dati sperimentali che sarebbero necessari per ricono-
scindere gli effetti dovuti alle diverse cause.

Sulle funzioni taylorian

Nota di VINCENZO MARSEGUERRA (Reg
presentata dal Socio nazionale residente Gi

1. – Data una funzione $f(x)$ in un
ente in (a, b) derivate di qualsivoglia
la *funzione* $f(x)$ *tayloriana in* $(a, b$
intervallo, alcun zero comune con
questa Nota mi propongo di dare q
tayloriane, di estendere qualche
mostrare che le serie di potenze e le
di TAYLOR sono funzioni tayloria

2. – **Teorema.** *Se una funzione* $f(x$
(a, b) *derivate di qualsivoglia or*
torno di un punto λ *di* (a, b), *le sue*
zeri in quest'intorno e la funzione
zero comune in questo punto.

X l'insieme degli zeri di $f(x)$ in
l'*insieme degli zeri di una funzion*
e λ è un punto limite di X si ha
sserviamo che in uno degli intorni
in tutti e due cadono infiniti pun
che nell'intorno J' a sinistra di
e che sia x_1 uno di questi punti. A
TAYLOR:

$$f(x_1) - f(\lambda) = (x_1 - \lambda) f'(\xi_1) ;$$

M. CIPOLLA, *Analisi algebrica*, 2ª edizione

Digitized by Google

Sulle funzioni tayloriane.

Nota di VINCENZO MARSEGUERRA (Reggio di Calabria)
presentata dal Socio nazionale residente Giuseppe Peano.

. — Data una funzione $f(x)$ in un intervallo (a, b), che
:te in (a, b) derivate di qualsivoglia ordine, il CIPOLLA [1]
a la *funzione* $f(x)$ *tayloriana in* (a, b) se essa non ha, in
intervallo, alcun zero comune con tutte le sue derivate.
1 questa Nota mi propongo di dare qualche proprietà delle
ni tayloriane, di estendere qualche teorema del CIPOLLA e
ıostrare che le serie di potenze e le funzioni sviluppabili
ie di TAYLOR sono funzioni tayloriane.

. — **Teorema.** *Se una funzione* $f(x)$, *che ammette in un*
ıllo (a, b) *derivate di qualsivoglia ordine, ha infiniti zeri*
torno di un punto λ *di* (a, b), *le sue derivate hanno pure*
i zeri in quest'intorno e la funzione e le sue derivate hanno
ero comune in questo punto.

Sia X l'insieme degli zeri di $f(x)$ in un intorno J di λ.
ne *l'insieme degli zeri di una funzione continua è un insieme*
e λ è un punto limite di X si ha intanto $f(\lambda) = 0$.
Osserviamo che in uno degli intorni a destra o a sinistra
o in tutti e due cadono infiniti punti di X. Supponiamo
. che nell'intorno J' a sinistra di λ cadano infiniti punti
e che sia x_1 uno di questi punti. Abbiamo, per la formula
AYLOR:

$$f(x_1) - f(\lambda) = (x_1 - \lambda) f'(\xi_1) \; ; \quad x_1 < \xi_1 < \lambda.$$

[1] M. CIPOLLA, *Analisi algebrica*, 2ª edizione, pag. 356, art. 233 (Capozzi, mo).

Digitized by Google

come $f(x_1) = f(\lambda) = 0$ risulta: $f'(\xi_1) = 0$.
iamo ora un punto x_2 di X tale che $\xi_1 \leq x_2 < \lambda$;

$$(x_2) - f(\lambda) = (x_2 - \lambda) f'(\xi_2) \; ; \quad x_2 < \xi_2 < \lambda.$$

$$f'(\xi_2) = 0.$$

dendo in modo analogo si dimostra che esistono infi-
di J': $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_m, \ldots$ in cui si ha:

$$f'(\xi_m) = 0\,.$$

punti hanno evidentemente per punto limite λ e
nsieme degli zeri di $f'(x)$ è chiuso, segue che:

$$f'(\lambda) = 0\,.$$

ue, *se una funzione $f(x)$ ha infiniti zeri nell'intorno di
, la derivata prima ha pure infiniti zeri in quest'intorno
la funzione e la sua derivata hanno uno zero comune
unto.*
cando questo teorema ripetutamente alla derivata
(x), alla derivata seconda, ecc., si perviene alla di-
e del teorema enunciato.

Segue l'importante teorema di CIPOLLA [1]:
rema. *Una funzione tayloriana in un intervallo non
n questo intervallo quanti si vogliano zeri.*
tti se una funzione in un intervallo ha infiniti zeri,
punto limite di questi zeri, per il teorema dimo-
arebbe uno zero comune alla funzione e alle sue de-
erciò la funzione non sarebbe tayloriana.

gue anche il
rema. *Se una funzione $f(x)$, che ammette in un inter-*

[1] CIPOLLA, *Op. cit.*

*derivate di qualsivoglia ordine, ha
multiplo di ordine r, le sue derivate
nell'intorno di λ un numero finito d*
atti nel punto λ si ha:

$$f(\lambda) = f'(\lambda) = \ldots = f^{(r-1)}(\lambda) = 0$$

es., la funzione $f^{(s)}(x)$, con $s \leq r$ ave
infinito di zeri le derivate $f^{(s+1)}(x)$
ero pure nell'intorno di λ un num
rebbe $f^{(s)}(\lambda) = f^{(s+1)}(\lambda) = \ldots = f^{(r}$
dunque la funzione $f^{(s)}(x)$ ha, nel
finito di zeri.

3. – Per il teorema di CIPOLLA (art. 3
funzioni che hanno, in qualunque i
finito di zeri. Non tutte queste fu
ipende dal modo di comportarsi de
zeri. Può essere utile il criterio s

Teorema. *Condizione necessaria e*
*$f(x)$, che ammetta in un interval
ordine e che abbia in (a, b) un
ina in questo intervallo, è che, nell'
infinitesima di un certo ordine r-es
rispetto ad $(x - \lambda)$.*

La condizione è necessaria. Infatti
e se λ è uno zero di $f(x)$ di ord

$$f(\lambda) = f'(\lambda) = \ldots = f^{(r-1)}(\lambda) =$$

alta, per il teorema di L'HOSPITA

per $s < r$ $\lim_{x,\lambda} \frac{f(x)}{(x-\lambda)^s} = \lim_{x,\lambda} f^{(}$

per $s = r$ $\lim_{x,\lambda} \frac{f(x)}{(x-\lambda)^r} = \lim_{x,\lambda} f$

ndi $f(x)$ è infinitesima di ordine

Digitized by Google

(a, b) derivate di qualsivoglia ordine, ha in un punto λ *di (a, b) ero multiplo di ordine r, le sue derivate* $f'(x), f''(x), \ldots f^{(r)}(x)$ *o nell'intorno di* λ *un numero finito di zeri.*

Infatti nel punto λ si ha:

$$f(\lambda) = f'(\lambda) = \ldots = f^{(r-1)}(\lambda) = 0\,, \quad f^{(r)}(\lambda) \neq 0\,,$$

ad es., la funzione $f^{(s)}(x)$, con $s \leq r$ avesse nell'intorno di λ un ero infinito di zeri le derivate $f^{(s+1)}(x)$, $f^{(s+2)}(x), \ldots f^{(r)}(x) \ldots$ bbero pure nell'intorno di λ un numero infinito di zeri e terebbe $f^{(s)}(\lambda) = f^{(s+1)}(\lambda) = \ldots = f^{(r)}(\lambda) = 0$ contro il sup- o; dunque la funzione $f^{(s)}(x)$ ha, nell'intorno di λ, un nu- o finito di zeri.

5. — Per il teorema di CIPOLLA (art. 3) le funzioni tayloriane funzioni che hanno, in qualunque intervallo finito, un nu- o finito di zeri. Non tutte queste funzioni sono tayloriane, dipende dal modo di comportarsi delle funzioni nell'intorno i zeri. Può essere utile il criterio seguente:

Teorema. *Condizione necessaria e sufficiente affinchè una zione* $f(x)$, *che ammetta in un intervallo (a, b) derivate di qual- glia ordine e che abbia in (a, b) un numero finito di zeri, sia oriana in questo intervallo, è che, nell'intorno di ogni zero* λ, *di- i infinitesima di un certo ordine r-esimo (con r numero natu-) rispetto ad* $(x - \lambda)$.

La condizione è necessaria. Infatti se $f(x)$ è tayloriana in b) e se λ è uno zero di $f(x)$ di ordine r, si ha:

$$f(\lambda) = f'(\lambda) = \ldots = f^{(r-1)}(\lambda) = 0\,, \quad f^{(r)}(\lambda) \neq 0$$

isulta, per il teorema di L'HOSPITAL:

$$\text{per } s < r \quad \lim_{x,\lambda} \frac{f(x)}{(x-\lambda)^s} = \lim_{x,\lambda} \frac{f^{(s)}(x)}{s!} = \frac{f^{(s)}(\lambda)}{s!} = 0\,;$$

$$\text{per } s = r \quad \lim_{x,\lambda} \frac{f(x)}{(x-\lambda)^r} = \lim_{x,\lambda} \frac{f^{(r)}(x)}{r!} = \frac{f^{(r)}(\lambda)}{r!} \neq 0\,;$$

quindi $f(x)$ è infinitesima di ordine r rispetto ad $(x - \lambda)$.

Digitized by Google

ndizione è anche sufficiente. Infatti se per ogni zero λ
ıumero naturale r tale che:

$$\lim_{x,\lambda} \frac{f(x)}{(x-\lambda)^r} = k \quad \text{con} \quad k \neq 0 ,$$

$$s < r \quad \lim_{x,\lambda} \frac{f(x)}{(x-\lambda)^s} = \lim_{x,\lambda} \left\{ \frac{f(x)}{(x-\lambda)^r} (x-\lambda)^{r-s} \right\} = 0 ;$$

$$s \leq r \qquad \lim_{x,\lambda} \frac{f(x)}{(x-\lambda)^s} = \frac{f^{(s)}(\lambda)}{s!}$$

$$f'(\lambda) = \ldots = f^{(r-1)}(\lambda) = 0 , \quad f^{(r)}(\lambda) = k \cdot r! \neq 0 .$$

nzione $f(x)$ è dunque tayloriana in (a, b).

Come applicazione di questo teorema osserviamo che
e $f(x)$, considerata da Cauchy, che si può definire, in
llo che comprende il punto zero, ponendo:

$$per \;\; x = 0 \qquad f(0) = 0 ;$$

$$per \;\; x \neq 0 \qquad f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$$

loriana nell'intervallo considerato.
i si ha, per la regola di L'Hospital (1):

$$\lim_{x,0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^n} = \lim_{x,0} \frac{x^{-n}}{e^{\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x,0} \frac{n x^{-n-2}}{2 \cdot e^{\frac{1}{x^2}}} .$$

, *Lezioni di Analisi infinitesimale,* Vol. I, Parte I, pag. 128, art. 93
).

que:

dispari $$\lim_{x,0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^n} = \lim_{x,0} \frac{n(n-2)(n}{2^{\frac{n-}{2}}}$$

pari $$\lim_{x,0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^n} = \lim_{x,0} \frac{n(n-2)(n}{2^{\frac{n}{2}} e}$$

in ogni caso:

$$\lim_{x,0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^n} = 0 .$$

funzione di Cauchy per $x = 0$ div
superiore ad n. qualunque sia n, e
tayloriana in qualunque intervallo (
zero.

ome è noto e come si può ricavare
enti per la funzione di Cauchy si h

$$f(0) = f'(0) \ldots\ldots = f^{(n)}(0) =$$

– Passiamo ora a ricercare una
ni tayloriane. Abbiamo il

Teorema. *Una serie di potenze, no*
funzione tayloriana in ogni interval
di convergenza.

a data la serie di potenze:

$$\sum_0^\infty a_k (x - x_0)^k$$

$(x_0 - \rho, x_0 + \rho)$ l'intervallo di co
$x)$ la somma della serie in un int
$(x_0 + \rho, x_0 - \rho)$. Possiamo scri

$$f(x) = \sum_0^\infty {}_k\, a_k (x - x_0$$

$$f^{(n)}(x) = n! \sum_0^\infty {}_k\, a_{n+k} (x - x_0)^k$$

Digitized by Google

gue:

$$dispari \quad \lim_{x,0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^n} = \lim_{x,0} \frac{n\,(n-2)\,(n-4)\ldots 1\,.\,x}{2^{\frac{n-1}{2}}\, e^{\frac{1}{x^2}}} = 0;$$

$$pari \quad \lim_{x,0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^n} = \lim_{x,0} \frac{n\,(n-2)\,(n-4)\ldots 2}{2^{\frac{n}{2}}\, e^{\frac{1}{x^2}}} = 0;$$

di in ogni caso:

$$\lim_{x,0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^n} = 0.$$

a funzione di CAUCHY per $x = 0$ diventa infinitesima di superiore ad n, qualunque sia n, e quindi non è funtayloriana in qualunque intervallo (a, b) che comprenda il *zero.*

ome è noto e come si può ricavare dalle considerazioni lenti per la funzione di CAUCHY si ha per $x = 0$:

$$f(0) = f'(0) \ldots\ldots = f^{(n)}(0) = \ldots = 0.$$

'. — Passiamo ora a ricercare una classe importante di ni tayloriane. Abbiamo il

Teorema. *Una serie di potenze, non identicamente nulla, funzione tayloriana in ogni intervallo finito interno all'inlo di convergenza.*

Sia data la serie di potenze:

$$\sum_0^\infty a_k\,(x - x_0)^k$$

$(x_0 - \rho,\ x_0 + \rho)$ l'intervallo di convergenza. Indichiamo (x) la somma della serie in un intervallo finito (a, b), in- a $(x_0 + \rho,\ x_0 - \rho)$. Possiamo scrivere, per $a \leq x \leq b$:

$$f(x) = \sum_0^\infty{}_k\, a_k\,(x - x_0)^k\ ;$$

$$f^{(n)}(x) = n!\,\sum_0^\infty{}_k\, a_{n+k}\,(x - x_0)^k \qquad (n = 1, 2, \ldots\ldots).$$

Digitized by Google

nettiamo che la funzione $f(x)$ non sia tayloriana in (a, b), nettiamo che esista qualche punto λ di (a, b) tale che:

$$f(\lambda) = f'(\lambda) = f''(\lambda) = \ldots = f^{(n)}(\lambda) = \ldots = 0.$$

le proprietà delle serie di potenze si ricava subito che che:

$$x_0) = f'(x_0) = f''(x_0) = \ldots = f^{(n)}(x_0) = \ldots = 0.$$

$$f^{(n)}(x_0) = n!\, a_n \qquad (n = 0, 1, 2 \ldots\ldots);$$

$$a_n = 0 \qquad (n = 0, 1, 2 \ldots\ldots).$$

ta cosí dimostrato che la serie data, nell'ipotesi che sia tayloriana in (a, b), è identicamente nulla. Dunque rie non è identicamente nulla in (a, b) la somma della $x)$ è tayloriana in (a, b) (1).

— Dal teorema dimostrato segue l'altro:

'eorema. *Una funzione, non nulla, sviluppabile in serie* on *in un dato intervallo, è una funzione tayloriana* (*nel* Cipolla).

sto teorema si può enunciare nel modo seguente:

ondizione necessaria che una funzione non nulla sia sviluppabile in serie di Taylor, *in un dato intervallo, è che la funzione sia tayloriana in questo intervallo.*

erviamo che *la condizione non è sufficiente*. Infatti, ad es., è la somma di una serie di potenze convergente in un ervallo, la funzione

$$\varphi(x) = f(x) + e^{-\frac{1}{x^2}},$$

serviamo che resta anche dimostrato il

orema. *Se due serie di potenze hanno per somme due funzioni tali punto, dell'intervallo comune di convergenza, esse e tutte le loro derivate ordinatamente uguali, le somme delle serie sono uguali in tutto comune.*

$\frac{1}{x^2}$ per $x = 0$ abbia il valore 0, è u
inque intervallo interno all'inter
serie, non sviluppabile in serie di
mprendono il punto zero.

9. – Dal teorema precedente segue

Teorema. *La somma, la differenza*
sviluppabili in serie di Taylor *in un dato*
ne in questo intervallo.

Il quoziente di due funzioni sviluppa
dato intervallo, in cui la funzione
ne tayloriana nell'intervallo comun
sviluppabili la funzione dividendo e
divisore.

Ad es., la funzione $\operatorname{tang} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$
inque intervallo interno all'interva

10. – Il Cipolla (1) dimostra il

Teorema. *Se $f(x)$ è una funzione*
punto λ di (a, b) uno zero r-uplo, es
$\varphi(x)$, tayloriana in (a, b), tale che

$$f(x) = (x - \lambda)^r \varphi$$

che ogni zero di $f(x)$, diverso da
di multiplicità e viceversa.

Modifichiamo la dimostrazione cl
che segue:

Definiamo la funzione $\varphi(x)$ poner

$$\text{per } x \neq \lambda \qquad \varphi(x) =$$

$$\text{per } x = \lambda \qquad \varphi(\lambda) =$$

(1) M. Cipolla, *Op. cit.*, pag. 357, art. 2

Digitized by Google

$e^{-\frac{1}{x^2}}$ per $x = 0$ abbia il valore 0, è una funzione tayloriana
alunque intervallo interno all'intervallo di convergenza
serie, non sviluppabile in serie di TAYLOR in intervalli
comprendono il punto zero.

9. — Dal teorema precedente segue l'altro:

Teorema. *La somma, la differenza, il prodotto di funzioni*
ppabili in serie di TAYLOR *in un dato intervallo sono funzioni*
riane in questo intervallo.

Il quoziente di due funzioni sviluppabili in serie di TAYLOR
n dato intervallo, in cui la funzione divisore non ha zeri, è
ione tayloriana nell'intervallo comune agli intervalli in cui
sviluppabili la funzione dividendo e la reciproca della fun-
e divisore.

Ad es., la funzione $\operatorname{tang} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$ è funzione tayloriana in
unque intervallo interno all'intervallo $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

10. — Il CIPOLLA [1] dimostra il teorema seguente:

Teorema. *Se $f(x)$ è una funzione tayloriana in (a, b) ed ha*
punto λ di (a, b) uno zero r-uplo, esiste una ed una sola fun-
e $\varphi(x)$, tayloriana in (a, b), tale che sia

$$f(x) = (x - \lambda)^r \varphi(x)$$

le che ogni zero di $f(x)$, diverso da λ, sia zero di $\varphi(x)$ di
ale multiplicità e viceversa.

Modifichiamo la dimostrazione che diede il CIPOLLA nel
do che segue:

Definiamo la funzione $\varphi(x)$ ponendo in (a, b):

$$\text{per} \quad x \neq \lambda \qquad \varphi(x) = \frac{f(x)}{(x - \lambda)^r};$$

$$\text{per} \quad x = \lambda \qquad \varphi(\lambda) = \frac{f^{(r)}(\lambda)}{r!}.$$

---

[1] M. CIPOLLA, *Op. cit.*, pag. 357, art. 233; 2.

Digitized by Google

striamo che la funzione $\varphi(x)$ è continua anche per

fatti, per il teorema di L'Hospital, si ottiene:

$$\lim_{x,\lambda} \frac{f(x)}{(x-\lambda)^r} = \lim_{x,\lambda} \frac{f^{(r)}(x)}{r!} = \frac{f^{(r)}(\lambda)}{r!}.$$

striamo ora che la funzione $\varphi(x)$ è tayloriana in (a, b)
o prima vedere che $\varphi(x)$ ha in (a, b) derivate di qua-
dine n.

intanto, per $x \neq \lambda$:

$$x) = \sum_0^n{}_k \binom{n}{k} D^k \left[\frac{1}{(x-\lambda)^r}\right] f^{(n-k)}(x) =$$

$$= \sum_0^n{}_k (-1)^k k! \binom{n}{k} \binom{r+k-1}{k} \frac{f^{(n-k)}(x)}{(x-\lambda)^{r+k}} =$$

$$= \frac{\sum_0^n{}_k (-1)^k k! \binom{n}{k} \binom{r+k-1}{k} f^{(n-k)}(x)(x-\lambda)^{n-k}}{(x-\lambda)^{r+n}}.$$

lo:

$$= \sum_0^n{}_k (-1)^k k! \binom{n}{k} \binom{r+k-1}{k} f^{(n-k)}(x)(x-\lambda)^{n-k},$$

e, sempre per $x \neq \lambda$:

$$\varphi^{(n)}(x) = \frac{f_n(x)}{(x-\lambda)^{r+n}}.$$

dimostrare che $\varphi^{(n)}(x)$ ammette la derivata anche per
nsideriamo la derivata di $f_n(x)$ di ordine t; abbiamo:

$$\sum_0^n{}_k (-1)^k k! \binom{n}{k} \binom{r+k-1}{k} D^t [f^{(n-k)}(x)(x-\lambda)^{n-k}] =$$

$$\sum_0^n{}_k (-1)^k k! \binom{n}{k} \binom{r+k-1}{k}.$$

$$\sum_0^t{}_p \binom{t}{p} f^{(n-k+t-p)}(x) \left\{ p! \binom{n-k}{p} (x-\lambda)^{n-k-p} \right\},$$

venzione che sia:

$$\left\{ \binom{n-k}{p} (x-\lambda)^{n-k-p} \right\} = 0 \quad \text{per}$$

eniamo ora $x = \lambda$, il fattore $p! \binom{n}{}$

per i valori di p, tali che $n-k-$
per $n-k-p \doteq 0$; quindi risu

$$^{(n)}(\lambda) = n! \sum_0^n{}_k (-1)^k \binom{r+k-1}{k} \binom{n}{}$$

si ha [1]:

$$\sum_0^n{}_k (-1)^k \binom{r+k-1}{k} \binom{t}{n-k} =$$

$$f_n^{(t)}(\lambda) = n! \binom{t-r}{n} f^{(t)}($$

facile ora vedere che $f_n(x)$ ha nel
di ordine $r+n$. Infatti si ha:

per $t < n+r$ $\quad f_n^{(t)}(\lambda) = 0$

per $t = n+r$ $\quad f_n^{(t)}(\lambda) =$

lo posto, per il teorema di L'Hosp

$$\varphi^{(n)}(x) = \lim_{x,\lambda} \frac{f_n(x)}{(x-\lambda)^{r+n}} = \lim_{x,\lambda} f_n^{(n+}$$
$$(r+$$

di $\varphi(x)$ ammette anche nel punto

si dimostra, infine, facilmente che o

[1] V. Marseguerra, "Giornale di Matem.
p. 7-8.

Digitized by Google

convenzione che sia:

$$p!\binom{n-k}{p}(x-\lambda)^{n-k-p}\Big\} = 0 \quad \text{per} \quad n-k-p<0\,.$$

poniamo ora $x=\lambda$, il fattore $p!\binom{n-k}{p}(x-\lambda)^{n-k-p}$
per i valori di p, tali che $n-k-p \neq 0$ ed è uguale
$-k)!$ per $n-k-p=0$; quindi risulta:

$$f_n^{(t)}(\lambda) = n!\sum_0^n{}_k (-1)^k \binom{r+k-1}{k}\binom{t}{n-k} f^{(t)}(\lambda).$$

Ora si ha [1]:

$$\sum_0^n{}_k (-1)^k \binom{r+k-1}{k}\binom{t}{n-k} = \binom{t-r}{n};$$

di:

$$f_n^{(t)}(\lambda) = n!\binom{t-r}{n} f^{(t)}(\lambda).$$

È facile ora vedere che $f_n(x)$ ha nel punto λ uno zero almeno di ordine $r+n$. Infatti si ha:

$$\text{per} \quad t<n+r \qquad f_n^{(t)}(\lambda)=0\,,$$

$$\text{per} \quad t=n+r \qquad f_n^{(t)}(\lambda) = n!\,f^{(r+n)}(\lambda).$$

Ciò posto, per il teorema di L'Hospital, si ottiene:

$$\lim_{x,\lambda}\varphi^{(n)}(x) = \lim_{x,\lambda}\frac{f_n(x)}{(x-\lambda)^{r+n}} = \lim_{x,\lambda}\frac{f_n^{(n+r)}(x)}{(r+n)!} = \frac{n!\,f^{(r+n)}(\lambda)}{(r+n)!}\,,$$

quindi $\varphi(x)$ ammette anche nel punto λ derivate di qualunque ordine.

Si dimostra, infine, facilmente che ogni zero di $f(x)$, diverso

---

[1]) V. Marsenguerra, "Giornale di Matem. e Fis. della Scuola Media", a. n. 7-8.

Digitized by Google

zero di $\varphi(x)$ di uguale multiplicità e viceversa. La fun-
(x) è dunque tayloriana in (a, b) come $f(x)$.

. — A conferma, naturalmente non necessaria, di questo
facciamo l'osservazione seguente:
$f(x)$ è sviluppabile in serie di potenze, siccome si ha:

$$(\lambda) = f'(\lambda) = \ldots\ldots = f^{(r-1)}(\lambda) = 0\,; \quad f^{(r)}(\lambda) \neq 0\,,$$

per tutti i punti di un intorno conveniente di λ:

$$f(x) = (x-\lambda)^r \sum_0^\infty{}_k \frac{f^{(r+k)}(\lambda)}{(r+k)!}(x-\lambda)^k$$

i:

$$\varphi(x) = \sum_0^\infty{}_k \frac{f^{(r+k)}(\lambda)}{(r+k)!}(x-\lambda)^k.$$

ulta inoltre:

$$\varphi^{(n)}(x) = n! \sum_0^\infty{}_k \binom{n+k}{n} \frac{f^{(r+n+k)}(\lambda)}{(r+n+k)!}(x-\lambda)^k$$

i:

$$\varphi^{(n)}(\lambda) = \frac{n!\, f^{(r+n)}(\lambda)}{(r+n)!}.$$

. — Il Cipolla [1] inoltre dimostra il
Teorema. — *Se $f(x)$ e $f'(x)$ sono tayloriane in (a, b) ed
uno zero nel punto λ di (a, b), allora esiste in (a, b) un
a destra di λ (se $\lambda < b$) in ogni punto del quale $f(x)$. $f'(x)$
stesso segno, ed esiste un intorno a sinistra di λ (se $a > \lambda$)
punto del quale $f(x)$, $f'(x)$ hanno segno contrario.*
erviamo che *questo teorema sussiste anche quando si tòglie
zione che anche $f'(x)$ sia tayloriana*. Infatti per il teorema
4 la funzione $f'(x)$ in un intorno di λ ammette un nu-

. Cipolla, *Op. cit*, pag. 360, art. 235.

ero di zeri e quindi si può deter
$f(x)$ e $f'(x)$ non hanno zeri dist
are il teorema basta ripetere l

– Più in generale sussiste il
Teorema. *Se $f(x)$ è una funzione tay
uno zero nel punto λ di (a, b) r-upl
di λ (se $\lambda < b$) in ogni punto del q
con $s \leq r$ ed un intorno a sinistra
del quale $f(x)$ ha il segno di $f^{(s)}(x$
pari o dispari.*
to, per il teorema ora ricordato
(x) in un intorno di λ ammette un
ndi si può determinare un intorn
non hanno zeri distinti da λ.
è un punto di J, diverso da λ, s

$$f(x) = \frac{(x-\lambda)^s}{s!} f^{(s)}(\xi)$$

mpreso fra x e λ e quindi:

$>\lambda$ risulta:

$$\operatorname{sign} f(x) = \operatorname{sign} f^{(s)}(\xi) = \operatorname{sign}$$

$<\lambda$ risulta:

$$\operatorname{sign} f(x) = (-1)^s \operatorname{sign} f^{(s)}(\xi)$$

14 – Il teorema di Rolle può all
odo seguente:
Teorema. *Due zeri consecutivi di u
ne comprendono un numero dispa
$(2i+1)$-esima, se gli zeri della funzi
$(2i-1)$ e se questa derivata è pure t*
eri.

Digitized by Google

itato di zeri e quindi si può determinare un intorno J
ui $f(x)$ e $f'(x)$ non hanno zeri distinti da λ. Ciò posto,
strare il teorema basta ripetere la dimostrazione del

— Più in generale sussiste il

eorema. *Se $f(x)$ è una funzione tayloriana in (a, b) ed*
uno zero nel punto λ di (a, b) r-uplo, esiste un intorno
di λ (se $\lambda < b$) in ogni punto del quale $f(x)$ ha il segno
con $s \leq r$ ed un intorno a sinistra di λ (se $\lambda > a$) in
to del quale $f(x)$ ha il segno di $f^{(s)}(x)$ o l'opposto, secondo
pari o dispari.

anto, per il teorema ora ricordato dell'art. 4, la fun-
$^{s)}(x)$ in un intorno di λ ammette un numero limitato di
uindi si può determinare un intorno J di λ in cui $f(x)$
non hanno zeri distinti da λ.

x è un punto di J, diverso da λ, si ha:

$$f(x) = \frac{(x-\lambda)^s}{s!} f^{(s)}(\xi)$$

ompreso fra x e λ e quindi:

$x > \lambda$ risulta:

$$\operatorname{sign} f(x) = \operatorname{sign} f^{(s)}(\xi) = \operatorname{sign} f^{(s)}(x);$$

$x < \lambda$ risulta:

$$\operatorname{sign} f(x) = (-1)^s \operatorname{sign} f^{(s)}(\xi) = (-1)^s \operatorname{sign} f^{(s)}(x).$$

4. — Il teorema di ROLLE può allora essere enunciato
odo seguente:

Teorema. *Due zeri consecutivi di una funzione tayloriana*
b) ne comprendono un numero dispari della funzione deri-
$2s+1$)-esima, se gli zeri della funzione sono almeno di or-
$2s+1$) e se questa derivata è pure tayloriana nell'intervallo
zeri.

Digitized by Google

CLASSE

DI

NZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 19 Maggio 1929 (VII)

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. C. F. PARONA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

presenti i Soci: PEANO, MATTIROLO, GRASSI, SOMIGLIANA,
OCHETTINO e il Segretario REPOSSI.
a la sua assenza il Socio D'OVIDIO.
rbale dell'adunanza precedente è letto ed approvato
ervazioni.
cio SOMIGLIANA, a nome dell'onor. Gr. Uff. Francesco
presenta in omaggio all'Accademia un esemplare della
coniata a Como in occasione dell'inaugurazione del
oltiano donato dal Somaini stesso alla città natale
le Fisico. Egli presenta inoltre in omaggio all'Acca-
a copia del *IX Bollettino del Comitato Glaciologico ita-*
cui è Presidente, e ne illustra brevemente il contenuto,
do in particolar modo i risultati dello studio sintetico
U. MONTERIN sullo stato attuale dei ghiacciai italiani,
ase di ritiro.
esidente ringrazia vivamente il Socio SOMIGLIANA, ri-
i di inviare direttamente i ringraziamenti dell'Acca-
'onor. SOMAINI.

Socio SACCO offre all'Accademia una
ie del compianto Prof. Alessandro
Presidente presenta in seguito i seg
ademia:
Saggio bio-bibliografico degli Scienzia
pubblicato dal Comune della Spez
ione Nazionale di Storia della Sc
inviato dall'ill.mo Podestà della S
Saverio NASALLI-ROCCA;
Il Museo di Storia naturale e la Fa
naturali, opera postuma di Ug
a cura del Prof. Mario BETTI;
Dichiarazione circa le formole natur
pressione negli astri, di Enrico D

Presidente in seguito si dice lieto
omaggio alla R. Accademia per pa
Eugenio REBAUDENGO e perchè sia co
umenti manoscritti, la corrisponden
geologo, Sen. Prof. Angelo SISMONDA
on illustri geologi e con altre perso
a raccolta di lettere, per citare qua
ondenza, da Berna, con Studer dal
ournet (1838-68), le lettere con De
rille, Di Saluzzo, Bobbage, Lyell,
ose lettere di Matteucci (1842-1868
1874), Paolo Savi (1838-1872), di G
e qualcuna di Giovanni Plana, con
Basta ricordare questi nomi per seg
quale fosse la meritata fama di
ttenne all'Accademia dal 1835 al 1
e Direttore di Classe. Egli fu Soc
atello Eugenio (dal 1843 al 1870),
tario Perpetuo e che illustrò pure

Digitized by Google

Socio Sacco offre all'Accademia una copia delle sue *Note fiche* del compianto Prof. Alessandro Roccati.

Presidente presenta in seguito i seguenti omaggi giunti cademia:

Saggio bio-bibliografico degli Scienziati della Lunigiana, pubblicato dal Comune della Spezia per la I Esposizione Nazionale di Storia della Scienza in Firenze ed inviato dall'ill.mo Podestà della Spezia Conte Generale Saverio Nasalli-Rocca;

Il Museo di Storia naturale e la Facoltà di Scienze fisiche e naturali, opera postuma di Ugo Schiff, pubblicata a cura del Prof. Mario Betti;

Dichiarazione circa le formole naturali per la densità e pressione negli astri, di Enrico De Chaurand.

l Presidente in seguito si dice lieto di presentare, come e omaggio alla R. Accademia per parte del sig. Senatore Eugenio Rebaudengo e perchè sia conservata nell'Archivio ocumenti manoscritti, la corrispondenza epistolare che l'in- geologo, Sen. Prof. Angelo Sismonda, Suo Nonno venerato, con illustri geologi e con altre personalità. " Della ricca e sa raccolta di lettere, per citare qualche nome, ricorda la spondenza, da Berna, con Studer dal 1838 al 1870, da Lione Tournet (1838-68), le lettere con De-la-Béche, Charpentier, ville, Di Saluzzo, Bobbage, Lyell, Macedonio Melloni, le rose lettere di Matteucci (1842-1868), di Élie de Beaumont -1874), Paolo Savi (1838-1872), di Giacinto Collegno (1837-) e qualcuna di Giovanni Plana, congiunto dei Sismonda.

" Basta ricordare questi nomi per segnalare l'importanza del e quale fosse la meritata fama di Angelo Sismonda, che rtenne all'Accademia dal 1835 al 1878, e che ne fu Teso- e Direttore di Classe. Egli fu Socio contemporaneamente atello Eugenio (dal 1843 al 1870), che tenne la carica di etario Perpetuo e che illustrò pure il suo nome con lavori

Digitized by Google

fondamentali per la Paleontologia piemontese: degni
alenti scienziati, che giustamente Torino onorò dedi-
l loro nome una Via della Città. Il prof. Angelo Si-
u veramente benemerito della Geologia piemontese
uo nome è legato alla pubblicazione avvenuta nel 1862,
a Geologica degli Stati Sardi, una delle prime Carte
comparse, e che ha ancora valore scientifico, anche
ressione grafica di certe concezioni del Sismonda sul-
diverse formazioni principali delle Alpi occidentali,
più recenti hanno vagliato nella loro importanza e
parte in valore. Ma il nome del Sismonda è ben noto
ri del campo strettamente geologico, per la parte di
importanza, ch'Egli ebbe negli studi preparatori alla
presa della Galleria del Fréjus, concretati in un pro-
gico del tracciato della Galleria, che i lavori dimo-
orrispondente al vero. Nel 1922 il compianto Prof. Roc-
mmemorare le nozze d'argento di due pronipoti di
smonda, pubblicò un volumetto, per iniziativa della
lia Fornaris-Rebaudengo, e con prefazione del nostro
Sen. Vittorio Cian, diretto a far conoscere e illustrare
parte l'epistolario, che ora viene ad arricchire il nostro
ma ho motivo per credere, dice il Presidente, che l'epi-
esso può offrire altro interessante materiale di ricerche
si del tempo, che A. Sismonda e i suoi illustri corri-
onorarono con la loro attività scientifica. Uno dei più
ornamenti del nostro Museo Geologico è un espressivo
moreo di Angelo Sismonda, dono generoso del nipote
ssimo Sen. Conte Rebaudengo. Ora egli rende un nuovo
lla venerata memoria del suo Avo illustre donando
cademia una ricca serie di lettere, nella quale sta la
cente prova dell'alta considerazione che godeva A. Si-
l mondo degli scienziati e dei dotti.
sicuro di interpretare il desiderio dei Colleghi rinno-

ora anche a nome loro, i più vi
nte Rebaudengo per il prezioso e
elosamente conservato nell'Archivio
oti, a memoria dell'illustre nostro S
studiosi „.
Presidente presenta inoltre la fotogr
a col ritratto del fondatore della R.
Amedeo III, ottenuta per cortese inte
ale.

Passando in seduta privata, presenti
si procede alla votazione per la nor
del Consiglio d'Amministrazione, in
trasferito a Roma. Risulta eletto il
su nove votanti.

Digitized by Google

ora anche a nome loro, i più vivi ringraziamenti al Conte Rebaudengo per il prezioso e generoso dono, che gelosamente conservato nell'Archivio nostro, come lo era poti, a memoria dell'illustre nostro Socio ed a vantaggio studiosi „.

Presidente presenta inoltre la fotografia di una pregevole a col ritratto del fondatore della R. Accademia, Re Vit-Amedeo III, ottenuta per cortese interessamento del Socio rolo.

Passando in seduta privata, presenti tutti i Soci sunnomi-si procede alla votazione per la nomina di un delegato di e nel Consiglio d'Amministrazione, in sostituzione del Socio trasferito a Roma. Risulta eletto il Socio POCHETTINO, con 8 su nove votanti.

Digitized by Google

REMIO DI FONDAZIONE GAUTIERI

Storia (1925-1927)

Onorevoli Colleghi,

Commissione incaricata di riferire intorno al Premio (triennio 1925-27) ha preso atto che si erano presen- Concorso, con le opere che saranno in seguito esaminate, professori Gennaro Maria Monti, Luigi Pareti, Nello Pietro Silva.

Commissione, esaminando poi la produzione scientifica nio ha creduto, come era in sua facoltà, di prendere in azione, in aggiunta a quelli presentati al Concorso dagli due opere pubblicate dal prof. A. C. Jemolo durante il

Gennaro Maria Monti (*Due grandi riformatori del '700, vese e G. M. Galanti*, 1926; *Dal Duecento al Settecento, e Confraternite medievali dell'alta e media Italia*, 1927; *ni ed associazioni romane in Italia ed in Francia durante dio evo*, 1927; *Sparano da Bari*, 1927; *La marina mer- l il commercio marittimo napoletano nel secondo periodo* , 1927; *Il monastero benedettino di Santa Maria ad Agnone i*, 1925; ecc.) è notevole e anche lodevole una instancabile che lo ha spinto ad indagare tutti gli aspetti della cul- iana, non solo nel campo della giurisprudenza ma anche delle lettere. La sua produzione scientifica, può forse considerarsi come esuberante. Poichè, se i suoi lavori

ppuntabili per la larga informazion delle fonti, e per la copia dei ri alquanto a desiderare per la fermez si rileva sopratutto nei lavori, nei storia, non solo più della letterat denza, ma di alcuni particolari i suoi libri, quello relativo alle *Co* ch'è certo un prezioso contributo dello sviluppo di tali singolari form civile italiana, non ci dà però una dei vari tipi di Confraternite e una ed esatta dei loro rapporti con iche e civili, come forse si sareb modo, il giovine autore è meritev migliore incoraggiamento.

prof. Luigi Pareti, stabile di Stori di Firenze, già noto per altri lavori e dimostranti larga cultura nel c ha entro questo triennio pubblic *origini etrusche*: 1° Le leggende cazioni della R. Università di Fir sofia, N. S., vol. IX), Firenze, Bem in due parti; la prima concern etrusche; la seconda le origini et della archeologia, della filologia e è un vero modello di esame criti zioni. L'autore non studia queste mette in relazione per saggiarne nateci nelle stesse condizioni e gli riesce così assai facile il dimos cloto e d'Ellanico e dei loro su zioni tramandateci dalle stesse font varianti più o meno analoghe, n congetture più o meno arbitrarie per sicuro ciò che è induzione assai incerti di toponomasti

Digitized by Google

nappuntabili per la larga informazione, per la conoscenza
a delle fonti, e per la copia dei risultati, lasciano però
a alquanto a desiderare per la fermezza della costruzione.
si rileva sopratutto nei lavori, nei quali egli ha affron-
a storia, non solo più della letteratura giuridica o della
prudenza, ma di alcuni particolari istituti. Il più impor-
de' suoi libri, quello relativo alle *Confraternite medioevali*
e, ch'è certo un prezioso contributo espositivo delle ori-
dello sviluppo di tali singolari forme della vita religiosa
he civile italiana, non ci dà però una discriminazione così
dei vari tipi di Confraternite e una determinazione così
eta ed esatta dei loro rapporti con le altre istituzioni ec-
stiche e civili, come forse si sarebbe potuto desiderare.
gni modo, il giovine autore è meritevole di sincero encomio
gni migliore incoraggiamento.

l prof. Luigi Pareti, stabile di Storia antica nella R. Uni-
tà di Firenze, già noto per altri lavori pregevoli per acume
o e dimostranti larga cultura nel campo della Antichità
ca, ha entro questo triennio pubblicato un volume dal ti-
Le origini etrusche: 1° Le leggende e i dati della scienza
blicazioni della R. Università di Firenze, Sez. di Filologia
osofia, N. S., vol. IX), Firenze, Bemporad, 1926. Il volume
iso in due parti; la prima concernente le leggende sulle
ni etrusche; la seconda le origini etrusche in relazione coi
della archeologia, della filologia e della storia. La prima
è un vero modello di esame critico di un complesso di
zioni. L'autore non studia queste tradizioni isolatamente,
e mette in relazione per saggiarne il valore con le altre
enuteci nelle stesse condizioni e per mezzo delle stesse
. Gli riesce così assai facile il dimostrare che le narrazioni
rodoto e d'Ellanico e dei loro successori, al pari d'altre
zioni tramandateci dalle stesse fonti con la stessa sicurezza
n varianti più o meno analoghe, non sono tradizioni vere,
congetture più o meno arbitrarie di scrittori greci, i quali
o per sicuro ciò che è induzione loro o dei loro coetanei,
lati assai incerti di toponomastica, su somiglianze più o

Digitized by Google

ne osservate di costumi, su genealogie più o meno arbi-
fantastiche. Ad esse si contrappone nettamente la tra-
indigena che può con sufficiente certezza ricostruirsi
raverso le alterazioni degli eruditi greci e latini che
lo trasmessa. Questa tradizione muove dalla autoctonia
lo etrusco nella Toscana. Essa certamente non ha per
ior valore delle tradizioni che consideravano come au-
Greci in Arcadia o nell'Attica, ma ci dimostra ad ogni
ie gli Etruschi non conservavano alcun preciso ricordo
o pretesa migrazione per mare dall'Oriente e si con-
ai bene con la ipotesi della loro migrazione antichissima
gione alpina e della formazione progressiva della loro
i Italia. Studia poi il Pareti accuratamente gli argo-
nguistici, storici, archeologici e culturali, che sono stati
a conferma della provenienza orientale degli Etruschi.
nalisi non convincerà certamente tutti, ma tutti do-
riconoscerne l'acutezza e il rigore metodico, seppure
riserva è giusto forse fare per la parte linguistica. Segue
onda parte del volume, un tentativo di dimostrazione
si che gli Etruschi giunsero nella Toscana dall'Italia
onale, e che essi vi pervennero portando con sè la ci-
iddetta Villanoviana. La tesi non è nuova ma è preci-
vari punti di notevole rilievo ed è avvalorata mediante
mina accuratissima di tutti i dati e in particolare di
rniti dalle nuove scoperte archeologiche. Se anche non
verranno che il problema etrusco sia qui risoluto, tutti
ranno lo studio sagace delle civiltà preistoriche che si
nell'Italia settentrionale e centrale. In ciò, come nella
atta con mirabile sagacia dei dati tradizionali, sta il
o positivo che il libro del Pareti reca alla scienza, gua-
el quale dovranno tener conto anche quelli che non ac-
a sua tesi fondamentale.

LO ROSSELLI esordisce negli studi storici con un bel vo-
Mazzini e Bakounine (Torino, Bocca, 1927), attorno al
matico duello, fatalmente concluso con la sconfitta delle
più elevate religiose-morali e col trionfo delle più torbide

...ni sociali, ha raggruppato la stor
...di destino pel movimento opera
...tema felicemente scelto s'è acci
...con vaste indagini in Italia
...grafia ben disegnata, ben scritt
...che a parte inevitabili diver
...religiosi ha reale valore storico
...core — considerando la scarse
...sondotti sul movimento italiano o
...isce una splendida promessa pe
...prefigge di " riprendere il filo d
...meno fino alle soglie del secolo

...ERTO SILVA s'è presentato al con
...n profilo, della collezione Form
...ficio, comparso nella " N. Rivista
...*one III in Italia;* un volume
...*l'unità di Roma all'unità d'Ita*
...figura di Napoleone I, tratteg
...lità eccellenti, espositive e sinteti
...sulla scorta delle maggiori oper
...specialmente del Vandal e del
...d'originale, e rientra nel numer
...arie, o se vuolsi delle brillanti c
...studio sulla politica italiana d
...reagisce contro apologetiche esa
...a sua volta in apriorismi, non t
...zione personale del Sovrano er
...alle necessità imperiose di cons
...ostanti direttive della politica fr
...Al volume su *Il Mediterraneo da*
...(1927) fa d'uopo tributare lode p
...ghezza critica delle ricerche, la
...di illuminare vivamente e rigoro
...le mare interno attraverso a du
...ente sobrietà, che gli ha consen
...o seguito di avvenimenti memor

Digitized by Google

ioni sociali, ha raggruppato la storia di 12 anni (1860-1872)
i di destino pel movimento operaio in Italia.
l tema felicemente scelto s'è accinto l'A. con solida pre-
one, con vaste indagini in Italia e all'estero: n'è uscita
onografia ben disegnata, ben scritta con grande freschezza
gua, che a parte inevitabili divergenze di apprezzamenti
o-religiosi ha reale valore storico. Merita dunque il più
favore — considerando la scarsezza di studi scientifica-
condotti sul movimento italiano operaio dell'Ottocento —
ituisce una splendida promessa pe' futuri lavori, co' quali
i prefigge di " riprendere il filo della narrazione per con-
almeno fino alle soglie del secolo ventesimo „.

Pietro Silva s'è presentato al concorso con tre pubblica-
: un profilo, della collezione Formiggini, su Napoleone I;
tudio, comparso nella " N. Rivista storica „, *sulla politica*
apoleone III in Italia; un volume (Mondadori) sul *Mediter-*
dall'unità di Roma all'unità d'Italia.
La figura di Napoleone I, tratteggiata con vigore, attesta
alità eccellenti, espositive e sintetiche, dell'A.; ma condotto
è sulla scorta delle maggiori opere della letteratura napo-
ca, specialmente del Vandal e del Sorel, il lavoro nulla può
e d'originale, e rientra nel numero delle buone lezioni uni-
tarie, o se vuolsi delle brillanti conferenze divulgative.
Lo studio sulla politica italiana di Napoleone III, se a ra-
e reagisce contro apologetiche esagerazioni, incorre d'altra
e a sua volta in apriorismi, non tenendo conto abbastanza
l'azione personale del Sovrano era sempre vincolata ai do-
e alle necessità imperiose di conservazione della dinastia,
costanti direttive della politica francese.
Al volume su *Il Mediterraneo dall'unità di Roma all'unità*
alia (1927) fa d'uopo tributare lode per la scelta dell'argomento,
arghezza critica delle ricerche, la quale ha consentito all'au-
di illuminare vivamente e rigorosamente l'importanza del
nde mare interno attraverso a due millenni di storia, per la
uente sobrietà, che gli ha consentito di sintetizzare un così
io seguito di avvenimenti memorandi attorno al perno cen-

Digitized by Google

ui scelto. L'A. non vuole discutere, ad imitazione del problema se ed in che misura il dominio del mare o la vittoria agli Stati che si affacciano sul Mediterl almeno questo problema è visto subordinatamente quale fu l'influenza che il desiderio di dominare il Me- o di partecipare al dominio su di esso ebbe nel de- guerre, alleanze, lotte tra le potenze mediterranee; e el desiderio di dominio sul Mediterraneo crebbe, si il- tornò a farsi vivo nelle successive epoche storiche? in tutti i libri somiglianti per l'impostazione del pro- che in questo non sempre riesce all'autore di limitare one o la discussione ai problemi attinenti ed agli ti in effetto collegati causalmente col mare Mediter- ando, come succede per il libro del Silva, le diversioni sarie sono tuttavia ridotte al minimo, all'opera non si ere il rimprovero di unilateralità; anzi bisogna rico- merito di attirare l'attenzione, con voluto silenzio fattori, su quel fattore importantissimo di storia che l è senza dubbio il mare.

Elementi di diritto ecclesiastico di ARTURO CARLO JEMOLO Vallecchi, 1927) è contenuta una trattazione, la quale, di già per alcuni suoi pregi di sistematica e di dog- uridica, si raccomanda agli studiosi della storia del ese, perchè, primo fra i libri di tal genere, ha stimato go ad una abbastanza ampia esposizione storica, che " Lineamenti delle relazioni fra lo Stato e la Chiesa in a fine del Settecento ai giorni nostri „ (pp. 209-255). e che, opportuna sempre, presenta ora — come ognuno - un carattere di tutta speciale utilità di fronte alla a regolamentazione di tali rapporti nel nostro paese. ivere il libro intitolato *Il Giansenismo in Italia prima luzione* (Bari, Laterza, data interna, 1927), lo Jemolo si ato di lunga mano saggiando per ogni verso il terreno, inesplorato ed eccezionalmente scabroso, con una serie articolari, a cominciare dal suo libro giovanile *Stato egli scrittori politici italiani del Seicento e del Settecento.*

presente è quindi il risultato di assidua, intensa meditazione, e — segnalato — di un intimo trav contrasto, che lo Jemolo definisce rivive, sia pure mutato di asp la spiritualità cristiana.

È vero che uno dei pregi pri dimostrato che il Giansenismo mente in un rapido dilagare de da noi alla superfice, perchè ma alimentatrice nel sottosuolo, se stato religioso nazionale, ma ebbe precursore e quasi preparatore ediceva lo Jemolo, " l'Agostiniani zioni notevoli di vita fuori d'It tutto localizzato presso la del convento di via della Scrofa nota più saliente e davvero Jemolo è questa. La polemica in f una delle più fiere che la sto dire spenta. Da ultimo, almeno nuto prevalendo quello, che possi Vedi, quale il punto di vista o l'in un guardare il grande moto da mento essenzialmente intellettuale ria, che ogni animo non opaco o pregiudizi non può non provar opera, disinteressata od eroica. via lo è venuto segnando da ulti capolavoro di superiore dilettanti forte, quel portento di intuizion to, che è l'opera famosa del Sain una indagine internatasi in tutti i confessionistica. Lo Jemolo va ancora pi grandioso fenomeno con occhio s confessionistica; lo ha approfon l'aiuto di tutti quei mezzi di ricer

Digitized by Google

a presente è quindi il risultato di lunghe indagini pazienti,
assidua, intensa meditazione, e — questo merita di essere
ra segnalato — di un intimo travaglio d'anima, di fronte
ontrasto, che lo Jemolo definisce a buon diritto " eterno „,
rivive, sia pure mutato di aspetti e di nomi, ad ogni
ella spiritualità cristiana.

ant'è vero che uno dei pregi principali di quest'opera è
re dimostrato che il Giansenismo italiano non consistette
cemente in un rapido dilagare della corrente transalpina,
a da noi alla superfice, perchè mancante di una qualunque
alimentatrice nel sottosuolo, se così possiamo dire, del
nento religioso nazionale, ma ebbe nell'Agostinianismo ri-
un precursore e quasi preparatore. Poichè, come giusta-
rileva lo Jemolo, " l'Agostinianismo rigido non diede poi
estazioni notevoli di vita fuori d'Italia: si può dire che fu
nento tutto localizzato presso la curia generalizia dell'Or-
nel convento di via della Scrofa „.

La nota più saliente e davvero caratteristica del lavoro
Jemolo è questa. La polemica in favore o in odio del Gian-
no, una delle più fiere che la storia ecclesiastica ricordi,
ò dire spenta. Da ultimo, almeno presso gli studiosi laici,
enuto prevalendo quello, che possiamo designare, tanto per
derci, quale il punto di vista o l'indirizzo del Sainte-Beuve.
è un guardare il grande moto dal di fuori, con un inte-
mento essenzialmente intellettuale se anche soffuso di quella
atia, che ogni animo non opaco o non ostruito da precon-
o pregiudizi non può non provare di fronte a qualunque
sincera, disinteressata od eroica. Un passo innanzi per
a via lo è venuto segnando da ultimo il Laporte, integrando
capolavoro di superiore dilettantismo, se la parola non è
o forte, quel portento di intuizione e di penetrazione dal
ori, che è l'opera famosa del Sainte-Beuve su Port-Royal,
una indagine internatasi in tutti i meandri della teologia
senistica. Lo Jemolo va ancora più in là. Egli ha scrutato,
l grandioso fenomeno con occhio sgombro da ogni preven-
e confessionistica; lo ha approfondito, senza esclusivismi,
l'aiuto di tutti quei mezzi di ricerca che la scienza gli po-

Digitized by Google

ire. Ma la sua qualità di credente, la sua fede profonda, a e sensibilissima gli hanno consentito di sentire ciò, mplici spettatori poteva sfuggire, e cioè l'eco, la vi- di quei dolorosi laceramenti interni (com'egli li dice naschio stile concettoso), che tante anime pie hanno nell'eterno contrasto. Questo costituisce non solo il ca- fferenziale, ma il pregio particolare e anche il fascino libro.

ha determinato anche la forma. Lo Jemolo ha evitato sso di apparato dottrinario o anche semplicemente bi- o, tanto facile in un argomento, ove la letteratura è ndante e quasi ingombrante. Egli va diritto ai concetti, derivazioni e concatenazioni. Ciò fa che l'opera dello possa designare, a nostro avviso, come il contributo ole, che da parte laica si sia dato a quella storia, più ente nazionale e più a noi prossima, del sentimento che è nei voti di tutti gli studiosi e che colmerebbe distanza fra la nostra letteratura e il più delle ricche a questo riguardo di opere eccellenti ed im-

è del resto il giudizio che la critica ha dato ormai di ra, la quale (dice uno studioso competentissimo) " è in- nte la prima organica e quadrata storia del giansenismo Lo Jemolo, per copia di informazioni, per sicurezza di er preparazione metodologica, per abilità di espositore, di gran lunga indietro quanti, da presso o da lontano, ccupati di argomenti consanguinei al suo..... Alcune sue ersonali, quella del Concina, ad esempio, e quella del to de' Ricci, hanno il sapore di vere opere d'arte ".

ame analitico compiuto dalla Commissione la persuase e opere per varii rispetti pregevoli e degne di lode, li l'attenzione sua è stata richiamata, spiccassero per paziente, accuratissima indagine, per il rigore del me- l'importanza dei risultati acquisiti alla scienza storica i dello Jemolo e del Pareti. Parve difficile alla Com- lo stabilire tra i lavori attinenti ad epoche ed a pro-

ni profondamente lontani e diversi Cosicchè, non potendo dare la palm missione è venuta unanime nel divi- ademia la divisione del premio Gau 1925-927 in parti uguali fra i pro e Luigi Pareti.

Torino, 18 maggio 1929.

La Commissione:

GAETANO DE SANCTIS, *Pre*
ALESSANDRO LUZIO.
FEDERICO PATETTA.
FRANCESCO RUFFINI.
LUIGI EINAUDI, *Segretario*

Digitized by Google

così profondamente lontani e diversi una graduatoria di
Cosicchè, non potendo dare la palma ad un'opera sola,
missione è venuta unanime nel divisamento di proporre
ademia la divisione del premio Gautieri di storia per il
o 1925-927 in parti uguali fra i professori Arturo Carlo
) e Luigi Pareti.

Torino, 18 maggio 1929.

La Commissione:

Gaetano De Sanctis, *Presidente.*
Alessandro Luzio.
Federico Patetta.
Francesco Ruffini.
Luigi Einaudi, *Segretario e Relatore.*

Digitized by Google

EMIO DI FONDAZIONE GAUTIERI

Filosofia (1924-1926)

Illustri Colleghi,

remio Gautieri, da assegnarsi alla migliore opera di compresa la storia della filosofia, pubblicata in Italia io 1924-1925-1926, dichiararono formalmente di con- viando loro pubblicazioni, i signori:

TORIO MARCHI, con uno studio su *Le prove dell'esistenza* olusione al Corsó pareggiato di Filosofia (Roma, 1926,

M. DE CARIA, con uno studio dal titolo: *Identità o ione?* (Palermo, 1925, pagg. 99).

GALLI, con un volume dal titolo: *Spirito e realtà, Studio comè positivismo spiritualistico assoluto.* Parte prima e Segati, 1926, pagg. 247).

altro studioso italiano, che inviò pure all'Accademia ia pubblicazione, ma che, invitato a dichiarare se in- on essa di aspirare al premio, non rispose, la Com- rede di non poter considerarlo fra i concorrenti.

nita quindi a pronunciare giudizio esplicito sui tre la-

oro inviato dal sig. V. Marchi è un opuscolo seria- nsato e scritto. L'Autore conosce e ha studiato con igenza tutta la discussione fatta dal Kant intorno alle 'esistenza di Dio. Le sue osservazioni sono spesso fini

...nti. Ma, data la gravità e vastità de
... Marchi è troppo tenue per il conseg
...

... degno di considerazione per ampi
... del De Caria. Il quale, d'altra
... non tutti lievi, errori di stampa)
... di concezione. Movendo dalla p
... quale il principio di contraddizion
... analitica, non nella logica c
... si sforza, con vigoria e sottigliezza
... validità universale di quel princ
... un'acuta analisi del pensiero e del
... unica realtà dell'atto di coscienza,
... azione dei due termini, il soggetto
... è reale e concreto appunto, e so
... Il principio d'identità esprimerebbe
... unifica i contrarii, cioè risponde
... del reale. Si può non essere persuas
... e si può anche dubitare dell
... del problema e del processo segu
... che il Saggio del De Caria sia un
... scienza filosofica e di vigoria d'arg
... alla discussione gnoseologica.

... lavoro è anche l'ampio studio
... realtà. Qui è una più larga indagin
... e vita spirituale, dal grado dell
... della conoscenza razionale, nell'
... e nella sentimentale; e il conce
..., dotato di bell'ingegno speculat
... varia discussione, forse talora u
... stringata, ma sempre consapevole
... realtà essenzialmente spirituale,
... e che si costituisce attrav
... in cui le diverse attività si pr
... vasta tessitura è naturale c
... un po' avvolti nell'oscurità

Digitized by Google

ranti. Ma, data la gravità e vastità dell'argomento, l'opu-
el Marchi è troppo tenue per il conseguimento del premio
i.

ı degno di considerazione per ampiezza di svolgimento
oro del De Caria. Il quale, d'altra parte (prescindendo
lti, non tutti lievi, errori di stampa), ha notevoli pregi
ci di concezione. Movendo dalla posizione idealistica,
quale il principio di contraddizione ha valore bensì
ogica analitica, non nella logica concreta o del reale,
e si sforza, con vigoria e sottigliezza dialettica, di dimo-
la validità universale di quel principio. E a tale scopo
un'acuta analisi del pensiero e del giudizio riconducen-
l'unica realtà dell'atto di coscienza, inteso come essen-
elazione dei due termini, il soggetto e l'oggetto, ciascuno
ali è reale e concreto appunto, e soltanto, in quella rela-
Il principio d'identità esprimerebbe la realtà colta nel-
che unifica i contrarii, cioè risponderebbe alla essenziale
del reale. Si può non essere persuasi della solidità della
sione, e si può anche dubitare della bontà della impo-
ne del problema e del processo seguìto: ma non si può
e che il Saggio del De Caria sia una bella dimostrazione
cienza filosofica e di vigoria d'argomentazione, un utile
buto alla discussione gnoseologica.

Buon lavoro è anche l'ampio studio di Gallo Galli: *Spi-
realtà*. Qui è una più larga indagine ricostruttiva di tutta
ltà e vita spirituale, dal grado della conoscenza sensibile
llo della conoscenza razionale, nell'attività teoretica, nella
va e nella sentimentale; e il concetto complessivo a cui
ore, dotato di bell'ingegno speculativo, giunge attraverso
a varia discussione, forse talora un po' prolissa, tal altra
o stringata, ma sempre consapevole delle difficoltà, è quello
na realtà essenzialmente spirituale, che è però sistema del
plice, e che si costituisce attraverso un dinamismo dia-
o, in cui le diverse attività si presuppongono sempre. In
così vasta tessitura è naturale che parecchi problemi ri-
gano un po' avvolti nell'oscurità (per esempio quello dei

Digitized by Google

ra l'attività teoretica e la pratica, fra il sentimento
ità, fra attività appetitiva e attività finalistica, fra
nalistica e attività morale, ecc.), e che su altri (come
ma del male) troppo rapidamente l'Autore sorvoli.
da rilevare come un difetto proprio di tutto il lavoro
mancanza di ogni riferimento storico, che, pur essendo
meriterebbe in parecchi punti di essere chiaramente

o, a ogni modo, in presenza di un buon lavoro. Ma
è trattato dell'aggiudicazione del premio, la Commis-
dovuto chiedersi se il lavoro del Galli veramente si
me la migliore pubblicazione del triennio. E allora,
o della pura speculazione, si sono presentati alla atten-
ra alcune altre pubblicazioni, che nella indagine dei
fondamentali circa la natura e la vita dello spirito
nella scienza, nella morale, nell'educazione hanno por-
iversi punti di vista contributi più o meno importanti
ssione filosofica.

incertezza della comparazione e della scelta, la Com-
ia quindi creduto di dover allargare le sue indagini
degli studii storici della filosofia. E qui essa, dopo
scussioni di confronto, si è fermata sopra un'opera che
ità dell'argomento, per l'importanza di esso in rapporto
fia e alla coscienza nazionale, per la rilevanza dei ri-
è parsa particolarmente degna di considerazione. Si
l'opera in due volumi di ANGIOLO GAMBARO, *Riforma
el carteggio inedito di Raffaello Lambruschini*, vol. I, In-
, pagg. 434, Torino, Paravia, 1924; vol. II, *Carteggio
appendice*, pagg. 403, Torino, Paravia, 1926.

due volumi, il primo ha propriamente carattere e va-
udio storico-filosofico, il secondo, pur essendo tutto
a pubblicare un carteggio, fin qui, per gran parte, ine-
Lambruschini ad altri, e di altri a lui, è però ricco
ne hanno molti e importanti riferimenti alle questioni
e religiose trattate nel primo volume. Il quale ci offre
e vivo quadro delle grandi questioni e discussioni
religioso-morale-educativo-politico, che si svolsero, si

intorno al Lambruschini, fra
a e di fuori negli anni medesi
l Risorgimento politico della Pat
imamente, per varii nessi, legat
riforma religiosa, che, incentrand
ie filosofico dei rapporti fra aut
l abbracciare la interpretazione d
esa, i suoi rapporti con la so
rgamente diffuso; e il Lambrus
lle coscienze più atte, per la p
la temperanza dell'ingegno, la v
a proclamarlo, e a ragionarne.
rtanza di questo aspetto del p
ode è investito tutto il nostr
a amorosa, diligente e perspica
ose di un'anima superiore; aver r
le fila che lo congiungono al per
o del tempo, al mazzinianesimo, al
o, al lamennaisianismo; aver pr
le in materia così delicata e, di
imperfettamente noto, del Lambru
a profonda preoccupazione di da
ura un contenuto e un indirizzo
ale, volle sempre rimanere nell'
o, a giudizio nostro, merito rag
aro. Ond'essa ci appare come un
noscenza completa e sincera del
orrenti filosofiche del nostro g
alla ulteriore discussione e riso
eligiosi-pedagogici, che sono pure
coscienza nazionale odierna.
L'importanza scientifica della pu
anche frutto di lunghe difficili
in varii archivii privati e pubb
a pubblicazione posteriore (ma s
ze religiose e preghiere inedite del
"Nuova Italia" editrice), è sta

Digitized by Google

re, intorno al Lambruschini, fra menti pensose e operose
cana e di fuori negli anni medesimi in cui si andava pre-
o il Risorgimento politico della Patria, e con il quale quelle
intimamente, per varii nessi, legate. Il pensiero e desiderio
riforma religiosa, che, incentrandosi sul problema essen-
nte filosofico dei rapporti fra autorità e libertà, si dila-
ad abbracciare la interpretazione dei dogmi, la costituzione
Chiesa, i suoi rapporti con la società civile, era allora
largamente diffuso; e il Lambruschini, certo, era in Italia
elle coscienze più atte, per la purezza della vita, l'acu-
e la temperanza dell'ingegno, la vivacità e larghezza della
a, a proclamarlo, e a ragionarne. Aver visto l'interesse
portanza di questo aspetto del più vasto problema filo-
, onde è investito tutto il nostro Risorgimento; averlo,
ura amorosa, diligente e perspicace, studiato nel travaglio
plice di un'anima superiore; aver rannodato intorno ad esso
le fila che lo congiungono al pensiero italiano, francese,
ero del tempo, al mazzinianesimo, al saintsimonismo, al gian-
no, al lamennaisianismo; aver precisato, per quanto era
bile in materia così delicata e, direi, mobile, il pensiero,
imperfettamente noto, del Lambruschini che, pur nella sua
sa e profonda preoccupazione di dare alla vita religiosa ed
ativa un contenuto e un indirizzo essenzialmente interno e
uale, volle sempre rimanere nell'orbita della Chiesa, costi-
ono, a giudizio nostro, merito ragguardevole dell'opera del
baro. Ond'essa ci appare come un buon apporto, non pure
conoscenza completa e sincera del gran moto spirituale e
correnti filosofiche del nostro glorioso Risorgimento, ma
e alla ulteriore discussione e risoluzione di quei problemi
religiosi-pedagogici, che sono pure tanta, e così viva, parte
coscienza nazionale odierna.

L'importanza scientifica della pubblicazione del Gambaro,
è anche frutto di lunghe difficili e pazienti indagini com-
e in varii archivii privati e pubblici, e che va integrata
la pubblicazione posteriore (ma sempre del 1926) di *Con-
nze religiose e preghiere inedite* del Lambruschini (Venezia,
" Nuova Italia „ editrice), è stata unanimemente ricono-

Digitized by Google

la critica, anche quando su taluni particolari di accer-
di apprezzamento della figura, del pensiero e dei
pirituali del Lambruschini ci potevano essere fra gli
recensenti dissensi e riserve.

amo quindi di potervi proporre di assegnare il Premio
li filosofia per il triennio 1924-26 all'opera di ANGELO
sulla *Riforma religiosa nel carteggio inedito di Raffaele*
hini.

rino, 20 maggio 1929.

La Commissione:

GAETANO DE SANCTIS, *Presidente.*
L. EINAUDI.
A. FAGGI.
G. SOLARI.
G. VIDARI, *Relatore.*

L'Accademico Segretario
EMILIO REPOSSI.

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSP

Il Messale miniato del card. **Nicolò Roselli** de
Codice della Biblioteca nazionale di Torin
per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesm**
Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 v
vole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Univer
riprodotto in fac-simile per cura di C
e P. Fedele.
Torino, Casa editrice G. Molfese, 191
e 96 tav.

Opere scelte di **Amedeo Avogadro** (per cura
Torino, Unione tipografico-editrice t
(4 can., CXL-492 pp., 1 ritr.).

Miscellanea di studi danteschi. ***Dante e i***
Torino, Fratelli Bocca editori, 1922,

Digitized by Google

BBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

---

lessale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

odice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

re scelte di Amedeo Avogadro (per cura di **I. Guareschi**).

Torino, Unione tipografico-editrice torinese, 1911, 1 vol. in-4° (4 csn., CXL-492 pp., 1 ritr.).

cellanea di studi danteschi. ***Dante e il Piemonte.***

Torino, Fratelli Bocca editori, 1922, in-8° (VIII-648 pp.).

Digitized by Google

SOMMARIO

di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

to Verbale dell'Adunanza del 14 Aprile 1929 . *Pag.* 217

nio). — Trattazione in grande del problema dei valori
er le equazioni lineari alle derivate parziali del primo
due variabili indipendenti . . . . . „ 219

seppe). — A proposito di qualche formola approssimata
ave inflessa e sollecitata assialmente . . . . „

Classi Unite.

to Verbale dell'Adunanza del 5 Maggio 1929 . *Pag.* 242

di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

to Verbale dell'Adunanza del 5 Maggio 1929 . *Pag.* 244

). — Sulla resistività dell'Alluminio . . . . „ 248

(Vincenzo). — Sulle funzioni tayloriane . . . „ 251

to Verbale dell'Adunanza del 19 Maggio 1929 . „ 262

la Commissione per il Premio di fondazione Gautieri -
925-1927) . . . . . „ 266

la Commissione per il Premio di fondazione Gautieri -
(1924-1926) . . . . . „ 274

ATT

DELLA

REALE ACCADEMIA DI

DI TORI

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI

VOL. LXIV, DISP. 14ª e

Classe di Scienze Fisiche, M

TORIN
Libreria FRATE
Via Carlo A
192

Digitized by Google

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. LXIV, DISP. 14ª e 15ª, 1928-1929

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3
1929

Digitized by Google

CLASSI UNI

Adunanza del 26 Maggio

PRESIDENZA DEL PROF. COMM.
PRESIDENTE DELL'ACCA

Sono intervenuti:

della Classe di Scienze fisiche,
Soci: Peano, Grassi, Panetti, Va
rossi;

della Classe di Scienze morali,
Soci: De Sanctis, Stampini, Einaudi,
ntaccone e il Segretario Faggi.

Scusano la loro assenza i Soci: D
lli, Ruffini, Brondi e Cian.

Dietro invito del Presidente, il S
zione della Commissione per l'asse
nazione Gautieri per la Filosofia, r
a proposta che il premio sia assegnat
ll'opera di Angelo Gambaro sulla *Rifo*
Raffaele Lambruschini. Posta ai voti
ll'unanimità, senza alcuna osservazio

Il Socio Einaudi legge in seguito
ssione per l'assegnazione del Premi
per la Storia, che conclude con la pr
l triennio 1925-27 sia diviso in part

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 26 Maggio 1929 (VII)

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. C. F. PARONA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono intervenuti:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: ci: PEANO, GRASSI, PANETTI, VALLAURI e il Segretario ɔssi;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: ci: DE SANCTIS, STAMPINI, EINAUDI, PATETTA, VIDARI, LUZIO, NACCONE e il Segretario FAGGI.

Scusano la loro assenza i Soci: D'OVIDIO, MATTIROLO, Bo-I, RUFFINI, BRONDI e CIAN.

Dietro invito del Presidente, il Socio VIDARI legge la Re-ɔne della Commissione per l'assegnazione del Premio di azione GAUTIERI per la Filosofia, relazione che conclude con roposta che il premio sia assegnato, per il triennio 1924-26, ɔpera di Angelo GAMBARO sulla *Riforma religiosa nel pensiero Raffaele Lambruschini*. Posta ai voti, la relazione è approvata unanimità, senza alcuna osservazione da parte dei Soci.

Il Socio EINAUDI legge in seguito la Relazione della Com-sione per l'assegnazione del Premio di fondazione GAUTIERI la Storia, che conclude con la proposta che il premio per riennio 1925-27 sia diviso in parti uguali fra i Professori

Digitized by Google

Carlo Jemolo e Luigi Pareti. Posta ai voti, la relazione
e conclusioni sono pure approvate all'unanimità, senza
richiesta del Presidente, alcun Socio presente faccia
zioni.

Adunanza del 9 Giugno 1929 (VII)

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. C. F. PARONA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

o presenti:
ella Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali:
Peano, Mattirolo, Grassi, Ponzio, Pochettino, Garelli
gretario Repossi;
ella Classe di Scienze morali, storiche e filologiche:
Ruffini, Stampini, Brondi, Einaudi, Vidari, Luzio,
e il Segretario Faggi.
sano l'assenza i Soci: D'Ovidio, Somigliana, Panetti
auri.
erbale dell'adunanza precedente è letto ed approvato
servazioni.
residente propone alle Classi di inviare al Socio Boselli,
one del 91° suo genetliaco, il seguente telegramma:
icorrenza genetliaco V. E., R. Accademia Classi Unite
osi porge fervidi augurî reverenti saluti.
Presidente: Parona.

proposta è accolta con vivo plauso.
assa quindi alla votazione per l'assegnazione del Premio
per la Filosofia 1924-26. Dalla votazione, fatta per
grete come prescrive lo Statuto, il Dott. Mons. Angelo
viene proclamato vincitore del premio.

votazione per l'assegnazione del
1925-27, fatta con le stesse norm
A. C. Jemolo dell'Università
lla Università di Firenze, fra i
lla Commissione, viene diviso il p

Gli Ac
E
A

Digitized by Google

Dalla votazione per l'assegnazione del Premio Gautieri per oria 1925-27, fatta con le stesse norme, risultano vincitori fessori A. C. Jemolo dell'Università di Bologna e Luigi ri della Università di Firenze, fra i quali, giusta le pro- della Commissione, viene diviso il premio in parti eguali.

Gli Accademici Segretarii:
Emilio Repossi.
Adolfo Faggi.

Digitized by Google

CLASSE

DI

NZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 9 Giugno 1929 (VII)

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. C. F. PARONA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

presenti i Soci: PEANO, MATTIROLO, GRASSI, PONZIO, o, GARELLI e il Segretario REPOSSI.

no l'assenza i Soci: D'OVIDIO, SOMIGLIANA, PANETTI RI.

esidente presenta i seguenti omaggi pervenuti all'Ac-

nousia. Annuario, N. 1, 1922-27, pubblicato a spese del Ministero dell'Economia (Direzione Generale dell'Agricoltura) col concorso del Dott. Marco DE MARCHI;

. S. FRANCHI, *Sulla tettonica delle Alpi Cozie franco-taliane.*

gretario, a nome del Socio corrisp. Prof. E. PISTOLESI, per l'inserzione negli *Atti*, una Nota dal titolo: *Sul la resistenza delle eliche:* 1. *L'eliminazione dei momenti . I momenti torcenti e la loro eliminazione.*

cio GARELLI presenta in seguito per l'inserzione negli Nota del Prof. Michele GIUA e di Giovanni RACCIU, *Ricerche sulla resinificazione:* I. *Sulla condensazione formica con l'uretano ordinario;* e ne espone breve-contenuto.

esidente PARONA presenta infine, sempre per l'inser-i *Atti*, una Nota della Dott.ssa R. ZUFFARDI COMERCI, *La fauna pliocenica di Masserano Cossato (Biellese).*

LETTURE

Sul calcolo di resistenza del

Nota del Socio corrispondente ENRI

1. – L'eliminazione dei mom

È noto come un'opportuna forma d pala permetta di ottenere una compe sforzi dovuti alle azioni aerodinamic e centrifuga.

Considerando del momento flettente componenti: principale (asse mon rotazione dell'elica) e secondario (ass asse di rotazione), il problema si riduce dei momenti flettenti principal menti flettenti secondari.

Sebbene ambedue questi problemi trattato (1), ci è sembrato opportuno ripre alcuni aspetti, anche perchè i precedenti sono mal rari o mal noti.

1. – La risoluzione dei suddetti denza della distribuzione lungo l'ass sentari centrifughe e delle pressio e secondaria.

In altri termini, se indichiamo co

(1) R. VERDUZIO, *Sulla statica delle eliche*, Ro *Oscillazioni delle eliche*, " Bollettino Te Aeronautiche dell'Aviazione ,, 1919.

Digitized by Google

LETTURE

Sul calcolo di resistenza delle eliche.

Nota del Socio corrispondente ENRICO PISTOLESI

I. — L'eliminazione dei momenti flettenti.

E noto come un'opportuna forma della linea baricentrica pala permetta di ottenere una compensazione fra i momenti enti dovuti alle azioni aerodinamiche e quelli dovuti alla centrifuga.

Considerando del momento flettente agente in una sezione componenti: principale (asse momento normale all'asse otazione dell'elica) e secondario (asse momento coincidente l'asse di rotazione), il problema si scinde in due: compen-one dei momenti flettenti principali e compensazione dei enti flettenti secondari.

Sebbene ambedue questi problemi siano stati risolti da oo [1], ci è sembrato opportuno riprenderne in considerazione ni aspetti, anche perchè i precedenti studi in argomento sono ai rari o mal noti.

1. — La risoluzione dei suddetti problemi richiede la co-enza della distribuzione lungo l'asse della pala delle azioni entari centrifughe e delle pressioni aerodinamiche, princi-e e secondaria.

In altri termini, se indichiamo con fdr la forza centrifuga

[1] R. Verduzio, *Sulla statica delle eliche*, Roma, 1917; E. Pistolesi, *Studio sollecitazioni delle eliche*, " Bollettino Tecnico N. 5 della Direzione Spe-ntale dell'Aviazione „. 1919.

Digitized by Google

l tratto di pala compreso fra le sezioni praticate ai $r + dr$, con $t\,dr$ e $q\,dr$ le forze aerodinamiche ele- rispettivamente principale e secondaria, agenti sullo mento di pala, si richiede la conoscenza delle funzioni

$$f(r),\ t(r) \text{ e } q(r).$$

allora impostare le equazioni differenziali delle due $y(r)$ e $z(r)$ principale e secondaria della linea bari- linee di campanatura) in base alla condizione che tale e, per ogni valore del raggio, essere tangente alla ri- delle forze agenti sul tratto di pala compreso fra la raggio considerato e l'estremità.
rà:

per la campanatura principale:

$$\frac{dy}{dr} = \frac{\int_r^R t\,dr}{\int_r^R f\,dr}; \qquad (1)$$

a equazione suggerisce senz'altro la risoluzione, nu- grafica, del problema.
tando, ad es., la via grafica, con due integrazioni gra- edenti dall'estremità del raggio verso il centro si de- in corrispondenza delle varie sezioni i valori dei due lla frazione che fornisce $\frac{dy}{dr}$. Una terza integrazione in funzione di r.
teniamo dallo scendere ai particolari, rimandando per lavori citati.

per la campanatura secondaria:

$Q = \int_r^R q\,dr$ e $F = \int_r^R f\,dr$, si ha:

$$\frac{dz}{dr} = \frac{Q - \int_r^R f \frac{z}{r} dr}{F},$$

$$F\frac{dz}{dr} - Q + \int_r^R f \frac{z}{r} dr = 0.$$

ando rispetto a l r, si ottiene:

$$\frac{dF}{dr}\frac{dz}{dr} + F\frac{d^2z}{dr^2} - \frac{dQ}{dr} - \frac{dF}{dr}$$

atta di risolvere questa equazione in più modi.

– Un metodo diretto, già indicato u la Direzione Sperimentale dell'A stesso di partenza, cioè nel tra irezione della forza risultante su . Ciò rende possibile un procedimer ale rimandiamo al citato Bollettin ica.

altro metodo, indicato nelle Lezi da me tenuto al Corso per Costru tecnico di Torino [1], è il seguente Moltiplicando tutti i termini della (2) amente, si ottiene:

$$r\frac{d}{dr}\left(F\frac{dz}{dr}\right) - z\frac{dF}{dr} = r$$

unga e si tolga $F\frac{dz}{dr}$: si ottiene

$$r\frac{d}{dr}\left(F\frac{dz}{dr}\right) + F\frac{dz}{dr} - \left(z\frac{dF}{dr} +$$

$$\frac{d}{dr}\left(rF\frac{dz}{dr}\right) - \frac{d}{dz}(Fz) =$$

ntegrando e tenendo conto che p

$$F\left(r\frac{dz}{dr} - z\right) = -\int_r^R$$

[1] *Teoria delle eliche.* Dispense litografa

Digitized by Google

)erivando rispetto al r, si ottiene:

$$\frac{dF}{dr}\cdot\frac{dz}{dr}+F\frac{d^2z}{dr^2}-\frac{dQ}{dr}-\frac{dF}{dr}\cdot\frac{z}{r}=0. \qquad (2)$$

)i tratta di risolvere questa equazione differenziale, il che arsi in più modi.

2. — Un metodo diretto, già indicato nel Bollettino Tecnico della Direzione Sperimentale dell'Aviazione, si basa sul pio stesso di partenza, cioè nel tracciare ogni elemento direzione della forza risultante sulla porzione esterna pala. Ciò rende possibile un procedimento "passo per passo„, l quale rimandiamo al citato Bollettino, ove è applicato per rafica.

Un altro metodo, indicato nelle Lezioni sulla Teoria delle e, da me tenuto al Corso per Costruttori Aeronautici del olitecnico di Torino (1), è il seguente:

Moltiplicando tutti i termini della (2) per r e trasformando tunamente, si ottiene:

$$r\frac{d}{dr}\left(F\frac{dz}{dr}\right)-z\frac{dF}{dr}=r\frac{dQ}{dr}.$$

ggiunga e si tolga $F\frac{dz}{dr}$: si ottiene:

$$r\frac{d}{dr}\left(F\frac{dz}{dr}\right)+F\frac{dz}{dr}-\left(z\frac{dF}{dr}+F\frac{dz}{dr}\right)=r\frac{dQ}{dr},$$

:

$$\frac{d}{dr}\left(rF\frac{dz}{dr}\right)-\frac{d}{dz}(Fz)=r\frac{dQ}{dr}.$$

Integrando e tenendo conto che per $r=R$, $F=0$, si ha:

$$F\left(r\frac{dz}{dr}-z\right)=-\int_r^R r\frac{dQ}{dr}\,dr.$$

---

1) *Teoria delle eliche*. Dispense litografate. Torino, Perotti, 1922.

Digitized by Google

$$I = \int_r^R rq\,dr,$$

que :

$$F\left(z - r\frac{dz}{dr}\right) = I,$$

$$r^2 F \frac{d}{dr}\left(\frac{z}{r}\right) = -I,$$

$$\frac{z}{r} = \int_r^R \frac{I}{r^2 F} + C.$$

ponamo, ad esempio, che per $r = R$ sia $z = 0$, si ha:

$$z = r\int_r^R \frac{I}{r^2 F}\,dr. \qquad (3)$$

camente necessitano due integrazioni grafiche, una per re I, l'altra per determinare $\frac{z}{r}$.

Ma il problema può risolversi anche per altra via, postazione sostanzialmente equivalente, ma formalmente

liamo il momento flettente in una sezione. Esso sarà del momento delle forze elementari q, cioè:

$$\int_r^R Q\,dr,$$

iento delle forze centrifughe elementari. Decomposte le due componenti secondo r e secondo z, ponendo il oncorso di esse nell'origine, si hanno facilmente per derivanti dall'una e dall'altra i valori:

$$-z\int_r^R f\,dr \quad \text{e} \quad r\int_r^R f\frac{z}{r}\,dr$$

ze per senso positivo dell'asse z q
nel senso di rotazione dell'elica).
ompensazione dei momenti flette
zione

$$\int_r^R Q\,dr - z\int_r^R f\,dr + r\int_r^R f\frac{z}{r}\,d$$

$$\frac{1}{r}\int_r^R Q\,dr - \frac{z}{r}\int_r^R f\,dr + \int_r^R f\frac{z}{r}$$

$\frac{z}{r} = \zeta$, derivando la precedente equ
oltre $\int_r^R Q\,dr = M''$, si ha:

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{M''}{r}\right) - \frac{d\zeta}{dr}F = 0$$

$$\frac{d\zeta}{dr} = \frac{\frac{d}{dr}\left(\frac{M''}{r}\right)}{F},$$

di:

$$\zeta = -\int_r^R \frac{\frac{d}{dr}\left(\frac{M''}{r}\right)}{F}dr -$$

$$z = -r\int_r^R \frac{d\left(\frac{M''}{r}\right)}{F}$$

può anche scriversi:

$$z = r\int_r^R \frac{M'' + rQ}{Fr^2}dr$$

Il termine Cr rappresenta (data l
si attorno ad O ed è senza impo
$C = 0$ imponendo che sia $z = 0$

Digitized by Google

sume per senso positivo dell'asse z quello per cui si passa
a z nel senso di rotazione dell'elica).
a compensazione dei momenti flettenti si traduce perciò
quazione

$$\int_r^R Q\,dr - z\int_r^R f\,dr + r\int_r^R f\frac{z}{r}\,dr = 0, \qquad (4)$$

i:

$$\frac{1}{r}\int_r^R Q\,dr - \frac{z}{r}\int_r^R f\,dr + \int_r^R f\frac{z}{r}\,dr = 0.$$

$\frac{z}{r} = \zeta$, derivando la precedente equazione rispetto ad r,
inoltre $\int_r^R Q\,dr = M''$, si ha:

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{M''}{r}\right) - \frac{d\zeta}{dr}F = 0,$$

ii:

$$\frac{d\zeta}{dr} = \frac{\frac{d}{dr}\left(\frac{M''}{r}\right)}{F},$$

ndi:

$$\zeta = -\int_r^R \frac{\frac{d}{dr}\left(\frac{M''}{r}\right)}{F}\,dr + C,$$

$$z = -r\int_r^R \frac{d\left(\frac{M''}{r}\right)}{F} + Cr, \qquad (5)$$

può anche scriversi:

$$z = r\int_r^R \frac{M'' + rQ}{Fr^2}\,dr + Cr.$$

Il termine Cr rappresenta (data la piccolezza di z) una ro-
ne attorno ad O ed è senza importanza. Si può cioè pren-
$C = O$ imponendo che sia $z = O$ per $r = R$.

Digitized by Google

ue soluzioni (3) e (5) sono identiche, com'è naturale.
, integrando per parti:

$$I = \int_r^R rq\,dr = Qr + \int_r^R Q\,dr.$$

Una soluzione approssimata dei due problemi sopra
ò ottenersi semplicemente assumendo a priori la forma
a di campanatura (ad es. rettilinea o parabolica) e
o che i momenti siano compensati in uno o due punti
ti, ad esempio alla radice della pala e a metà di essa.
a campanatura principale il calcolo dei momenti al
conduce alla relazione:

$$\int_r^R T\,dr = \int_r^R f(y_r - y)\,dr\,, \tag{6}$$

$$\int_r^R T\,dr = \int_r^R f y_r\,dr - yF.$$

adotta la forma rettilinea

$$y = \alpha r \tag{7}$$

$$\int_r^R T\,dr = \alpha \int_r^R fr\,dr - \alpha r F\,;$$

ndo per parti:

$$\int_r^R T\,dr = \alpha \int_r^R F\,dr\,,$$

$$\alpha = \frac{\int_r^R T\,dr}{\int_r^R F\,dr}. \tag{8}$$

gliamo che la (6) sia soddisfatta per $r = r_1$, essendo r_1
corrispondente alla radice della pala, basterà porre r_1
al limite inferiore dei due integrali. Se indichiamo
F_1 i valori della spinta e della forza centrifuga alla
la pala (cioè per $r = r_1$), con δ_T e δ_F le distanze dei

ri dei diagrammi t ed f dall'ordinat
si può scrivere:

$$\alpha = \frac{T_1 \delta_T}{F_1 \delta_F}.$$

e poniamo

$$y = \alpha r + \beta r^2,$$

di si ottiene:

$$\int_r^R T\,dr = \alpha \int_r^R F\,dr + \beta \int_r^R$$

pplicando la (9) a due punti r_1 ed
nte i valori di α e di β.

5. – Per quanto riguarda la campa
remo alla (4). Tenuto presente che
nazione di z non ha nessuna influ
porre (per campanatura rettilinea)

$$z = e.$$

endo nella (4) e integrando per par

$$\int_r^R Q\,dr = er \int_r^R \frac{F}{r^2}\,d$$

ri:

$$e = \frac{\int_r^R Q\,dr}{r \int_r^R \frac{F}{r^2}\,dr}.$$

Conviene applicare la (11) per $r =$
e è semplicemente la coppia $\frac{C}{n}$ c
l'elica di n pale); il denominator
erminata. Il calcolo diretto del n
forza centrifuga fornisce peraltro

$$\int_0^R f \frac{e}{r} \cdot r\,dr =$$

Digitized by Google

ntri dei diagrammi t ed f dall'ordinata condotta per $r = r_1$, si può scrivere:

$$\alpha = \frac{T_1 \delta_T}{F_1 \delta_F}. \tag{8'}$$

e poniamo

$$y = \alpha r + \beta r^2,$$

(6) si ottiene:

$$\int_r^R T dr = \alpha \int_r^R F dr + \beta \int_r^R Fr\, dr; \tag{9}$$

Applicando la (9) a due punti r_1 ed r_2 se ne deducono fante i valori di α e di β.

5. — Per quanto riguarda la campanatura secondaria, riremo alla (4). Tenuto presente che un termine del tipo Kr quazione di z non ha nessuna influenza sui momenti, baporre (per campanatura rettilinea):

$$z = e. \tag{10}$$

tuendo nella (4) e integrando per parti si ottiene facilmente:

$$\int_r^R Q\, dr = er \int_r^R \frac{F}{r^2}\, dr,$$

ui:

$$e = \frac{\int_r^R Q\, dr}{r \int_r^R \frac{F}{r^2} dr}. \tag{11}$$

Conviene applicare la (11) per $r = O$; in tal caso il numere è semplicemente la coppia $\frac{C}{n}$ competente alla pala (supo l'elica di n pale); il denominatore si presenta sotto forma terminata. Il calcolo diretto del momento flettente dovuto forza centrifuga fornisce peraltro il valore:

$$\int_0^R f \frac{e}{r} \cdot r\, dr = e F_0$$

Digitized by Google

za centrifuga per $r = O$) e quindi:

$$e = \frac{C/n}{F_0}, \tag{12}$$

imo risultato già trovato incidentalmente in altra .

oi si vuole adottare la forma parabolica:

$$z = e + cr^2 \tag{13}$$

o nella (4) si ottiene:

$$\int_r^R Q\,dr = er\int_r^R \frac{F}{r^2}\,dr - cr\int_r^R F\,dr. \tag{14}$$

niamo la (14) per $r = O$ si ottiene lo stesso risultato e quindi lo stesso valore di e dato dalla (12). Ciò non endere, perchè il momento della forza centrifuga per ende soltanto dall'eccentricità e, com'è facile verifi- nendo la decomposizione delle forze centrifughe elemen-) ed osservando che per il punto $r = O$ è nullo il delle componenti parallele a z.

rà da determinarsi il valore di c, applicando la (14) to r_2, ad esempio per $r_2 = 0{,}5$, essendo e già deter-

momenti torcenti e la loro eliminazione.

udio dei momenti torcenti per una pala d'elica può ortanza da due diversi punti di vista:

per ogni tipo di elica, ma specialmente per le eliche per le eliche metalliche a pale molto sottili, in quanto

lo della linea elastica dell'elica, " Atti del IV Congresso Inter- Navigazione aerea ,, Roma, 1928 e " L'Aerotecnica ,, 1927.

one, modificando l'orientazione delle e le caratteristiche aerodinamiche d per le eliche a passo variabile, intorno ad un asse normale momento torcente complessivo a rne la rotazione e deve essere co opportuni arresti, sia affidando il c della pala ad un meccanismo ad arr eliminazione dei momenti torcenti obiettivo: annullare il momento t in guisa da assicurare la costanza tico-aerodinamiche dell'elica; ovv torcente alla radice della pala, co di una spontanea rotazione di quest rzo necessario alla manovra nel c abili.

Il problema deve naturalmente essere omenti torcenti dovuti alle azioni ae alle forze centrifughe.

L'argomento è stato già da alcuni to (1). Ritengo tuttavia non inutile pingere alla importante conclusione e dei momenti torcenti (sia nell'u si sopra accennati) non è praticamen anto invece può farsi per i mome

1. — Il calcolo dei momenti tor namiche richiede la conoscenza le forze aerodinamiche e del valore In calcoli di questo genere, neces ecessariamente valevoli per una sol rzio dell'elica, è lecito far ricorso

(1) Greffits & Heigs, " R. & M. Aeronauti 455; Alexandroff, *La théorie tourbillon calcul des hélices propulsives aériennes*, " Navigaz. aerea ,, Roma, 1928.

Digitized by Google

sione, modificando l'orientazione delle sezioni, modifica il
e le caratteristiche aerodinamiche dell'elica;

b) per le eliche a passo variabile, nelle quali ogni pala
vole intorno ad un asse normale all'albero motore, in
o il momento torcente complessivo agente sulla pala tende
durne la rotazione e deve essere contrastato, sia dispo-
opportuni arresti, sia affidando il comando dell'orienta-
della pala ad un meccanismo ad arresto spontaneo.

L'eliminazione dei momenti torcenti può quindi avere un
e obiettivo: annullare il momento torcente per ogni se-
in guisa da assicurare la costanza delle caratteristiche
etrico-aerodinamiche dell'elica; ovvero annullare il mo-
o torcente alla radice della pala, così da eliminare il pe-
di una spontanea rotazione di questa e da rendere minimo
orzo necessario alla manovra nel caso di eliche a pale
tabili.

Il problema deve naturalmente essere impostato sullo studio
momenti torcenti dovuti alle azioni aerodinamiche e di quelli
ti alle forze centrifughe.

L'argomento è stato già da alcuni studiosi parzialmente
ato [1]. Ritengo tuttavia non inutile trattarlo nuovamente,
giungere alla importante conclusione che la completa elimi-
ne dei momenti torcenti (sia nell'uno che nell'altro dei due
sopra accennati) non è praticamente possibile, a differenza
anto invece può farsi per i momenti flettenti.

1. — Il calcolo dei momenti torcenti dovuti alle azioni
dinamiche richiede la conoscenza del centro di pressione
forze aerodinamiche e del valore di queste.

In calcoli di questo genere, necessariamente approssimati,
cessariamente valevoli per una sola condizione di funziona-
o dell'elica, è lecito far ricorso ad ipotesi semplificative.

---

[1]) Greffits & Heigs, " R. & M. Aeronautical Research Committee „, 452, 455; Alexandroff, *La théorie tourbillonnaire du Prof. N. Joukowski et lcul des hélices propulsives aériennes,* " Atti del IV Congresso Internaz. avigaz. aerea „, Roma, 1928.

Digitized by Google

no pertanto che il centro di pressione su di ogni se-
sulla parallela alla corda condotta dal baricentro della
distante da esso di $l/4$, dove l è la lunghezza della
Indichiamo inoltre con r il raggio, con $t\ dr$ e $q\ dr$ le
ementari, rispettivamente assiale e tangenziale, con $y\,(r)$
coordinate del baricentro della sezione al raggio r
essendo diretto parallelamente all'asse di rotazione e
normalmente al piano dell'asse y e dell'asse r, quest'ul-
caso di pale orientabili, coincidente con l'asse di ro-
ella pala) (²) e finalmente con α l'*angolo di calettamento*
one, cioè l'angolo della corda col piano $r\ z$.
omento torcente nella sezione r_1 sarà:

$$\int_{r_1}^{R} t\left(\frac{l}{4}\cos\alpha + z - z_1\right) dr + \int_{r_1}^{R} q\left(\frac{l}{4}\operatorname{sen}\alpha + y - y_1\right) dr. \quad (1)$$

– Il momento torcente dovuto alla forza centrifuga si
n base alle considerazioni che seguono.
na porzione di pala, compresa fra le sezioni praticate
r ed $r + dr$, ogni elemento di base $d\sigma$ e altezza dr
ate y' e z' è soggetto ad una forza centrifuga elemen-
sante per l'asse di rotazione, che ha una componente
al piano della sezione, data da $\Delta\,.\,d\sigma\,.\,dr\,.\,\omega^2 r$, dove Δ
ità del materiale costituente l'elica, ed una componente
nel piano della sezione, $\Delta\,.\,d\sigma\,.\,dr\,.\,\omega^2 z'$.
orze elementari contenute nel piano della sezione, tras-
nel baricentro, danno origine ad una forza parallela
di valore

$$\Delta\,\omega^2\,dr \int_\sigma z'\,d\sigma = \Delta\,\omega^2\,\sigma z\,dr, \quad (2)$$

sta ipotesi può in qualche caso condurre ad una sopravaluta-
nomento torcente elementare; ma ciò, come risulterà dai cal-
a in generale le conclusioni del presente studio. Del resto l'ipo-
sa è assai verosimile per sezioni simmetriche e in generale per
enze.

z sono le coordinate delle cosidette linee di campanatura prin-
condaria, cioè le due proiezioni della linea baricentrica.

l'area della sezione e z la coor
ad un momento torcente element

$$\ldots dr \int_\sigma z'(y' - y)\,d\sigma = \Delta\,\omega^2\,dr \int_\sigma (z' -$$

ità espressa dall'integrale non è
go della sezione rispetto a due as
ettivamente all'asse y e all'asse z.
e il momento torcente elementar
scriversi:

$$\Delta\,\omega^2\,m_{yz}\,dr\,.$$

Messo, il momento torcente sulla

$$M_t' = \Delta\,\omega^2 \int_{r_1}^{R} m_{yz}\,dr + \Delta\,\omega^2 \int_{r_1}^{R} \sigma$$

e notare che i due momenti M_t e
perciò il momento torcente compl
enza:

$$= \int_{r_1}^{R} \frac{1}{4}(t\cos\alpha + q\operatorname{sen}\alpha)\,dr - \Delta\,\omega^2 \int$$

$$- \int_{r_1}^{R} t(z - z_1)\,dr + \int_{r_1}^{R} q(y - y_1)\,dr -$$

Nella precedente formula si sono
ti indipendenti dalla forma del
do rigo i termini che ne dipend
e variando opportunamente la lin
tenere la compensazione dei mo

3 – La compensazione assoluta
ede che il momento torcente no
ne ad una infinitamente vicina.

(²) Ciò perchè $\int z'(y' - y)\,d\sigma = z \int (y' -$
del baricentro.

Digitized by Google

σ è l'area della sezione e z la coordinata del suo bari-
, e ad un momento torcente elementare

$$\Delta\omega^2 dr \int_\sigma z'(y'-y)\,d\sigma = \Delta\omega^2 dr \int_\sigma (z'-z)(y'-y)\,d\sigma\ (^1).\quad (3)$$

antità espressa dall'integrale non è altro che il momento
fugo della sezione rispetto a due assi baricentrici paral-
spettivamente all'asse y e all'asse z. Se indichiamo questo
$_{yz}$, il momento torcente elementare espresso dalla (3)
scriversi:

$$\Delta\omega^2 m_{yz}\,dr. \quad (3')$$

remesso, il momento torcente sulla sezione r_1 sarà:

$$M_t'' = \Delta\omega^2 \int_{r_1}^{R} m_{yz}\,dr + \Delta\omega^2 \int_{r_1}^{R} \sigma z (y-y_1)\,dr. \quad (4)$$

re notare che i due momenti M'_t e M''_t hanno sensi opposti
perciò il momento torcente complessivo è dato dalla loro
enza:

$$\int_{r_1}^{R} \frac{l}{4}(t\cos\alpha + q\,\mathrm{sen}\,\alpha)\,dr - \Delta\omega^2 \int_{r_1}^{R} m_{yz}\,dr +$$

$$\int_{r_1}^{R} t(z-z_1)\,dr + \int_{r_1}^{R} q(y-y_1)\,dr - \Delta\omega^2 \int_{r_1}^{R} \sigma z (y-y_1)\,dr. \quad (5)$$

Nella precedente formula si sono riuniti nel primo rigo i
ni indipendenti dalla forma della linea baricentrica, nel
do rigo i termini che ne dipendono e sui quali possiamo
, variando opportunamente la linea baricentrica, allo scopo
tenere la compensazione dei momenti torcenti.

3. — La compensazione assoluta, cioè per tutte le sezioni,
ede che il momento torcente non varî nel passare da una
ne ad una infinitamente vicina. Infatti, poichè il momento

---

(1) Ciò perchè $\int z(y'-y)\,d\sigma = z\int (y'-y)\,d\sigma = 0$, essendo y la coordi-
del baricentro.

Digitized by Google

nullo all'estremità della pala, esso rimane in tal caso unque.

nel passare da r ad $r - dr$, il momento torcente

$$\cos\alpha + q\,\mathrm{sen}\alpha)\,dr - \Delta\omega^2 m_{yz}\,dr + T\,dz + Q\,dy -$$

$$- \Delta\omega^2\,dy\int_r^R \sigma\,.\,z\,dr\,, \qquad (6)$$

è posto

$$T = \int_r^R t\,dr\ , \qquad Q = \int_r^R q\,dr.$$

agliando a zero, si ha l'equazione cercata.
ilita la funzione z, si può da questa equazione ricavare mmettiamo, ad es., che sia $z = \text{cost.} = e$.
a allora:

$$\cos\alpha + q\,\mathrm{sen}\alpha)\,dr - \Delta\omega^2 m_{yz}\,dr = \left(e\,\frac{G}{g}\,\omega^2 - Q\right)dy\,, \qquad (7)$$

posto $G = g\Delta\int_{r_1}^R \sigma\,dr$ il peso del tratto di pala dalla considerata alle estremità. Da cui:

$$\frac{dy}{dr} = \frac{\frac{l}{4}\,(t\cos\alpha + q\,\mathrm{sen}\alpha) - \Delta\omega^2 m_{yz}}{e\,\frac{G}{g}\,\omega^2 - Q}\,. \qquad (7')$$

sservi che $t\cos\alpha + q\,\mathrm{sen}\alpha$ non è altro che la proie- la pressione aerodinamica elementare (risultante di t e q) rmale alla corda.
nvece

$$z = e + cr\,,$$

$$\frac{dy}{dr} = \frac{\frac{l}{4}\,(t\cos\alpha + q\,\mathrm{sen}\alpha) - \Delta\omega^2 m_{yz} + Tc}{e\,\frac{G}{g}\,\omega^2 + cF - Q}\,, \qquad (7'')$$

$F = \Delta\omega^2\int_{r_1}^R \sigma r\,dr$ la forza centri zione considerata.

4 – Per vedere se le soluzioni (7′) e cete possibili, poniamo $t\cos\alpha + q\,\mathrm{sen}$ ensità dell'aria, c_z è un coefficienle esso dal coefficiente consueto di portan zio r la velocità di avanzamento.. In zionale

$$\Upsilon = \frac{v}{R\omega}$$

ne $r = \frac{\Upsilon r\omega}{R}$.

Sostituendo:

$$\frac{dy}{dr} = \frac{\frac{l^2}{8}\,c_z\rho r^2\omega^2\left(1 + \frac{r^2}{(r'R)^2}\right) - \Delta\omega}{e\,\frac{G}{g}\,\omega^2 + cF - Q}$$

alcolo approssimativo di m_{yz} si può siderazioni seguenti.
Siano $\eta\zeta$ gli assi principali d'inerzia assi ortogonali, ma non principali, ere ruotare la coppia $\eta\zeta$ per portarl , com'è noto:

$$m_{yz} = (J_\eta - J_\zeta)\,\mathrm{sen}\alpha\,c$$

Si può in pratica ammettere che l' della sezione, nel qual caso α è turalmente, data la forma delle sezio . Se si potesse supporre concentra corda, si avrebbe, posta uguale a

$$m_{yz} = \sigma\,\frac{l^2}{12}\,\mathrm{sen}\alpha\,c$$

Naturalmente relativo all'*allungamento*

Digitized by Google

do $F = \Delta\omega^2 \int_{r_1}^{R} \sigma r\, dr$ la forza centrifuga totale agente sezione considerata.

1. — Per vedere se le soluzioni (7′) e (7″) sono o no prante possibili, poniamo $t\cos\alpha + q\,\mathrm{sen}\,\alpha = \frac{1}{2}\rho c_s l w^2$, dove ρ densità dell'aria, c_s è un coefficienle di spinta, che poco isce dal coefficiente consueto di portanza (1) e $w^2 = r^2\omega^2 + v^2$ do v la velocità di avanzamento. Introdotto il rapporto onale

$$\Upsilon = \frac{v}{R\omega}$$

e $v = \frac{\Upsilon r\omega}{r/R}$.

Sostituendo:

$$\frac{dy}{dr} = \frac{\frac{l^2}{8} c_s \rho r^2 \omega^2 \left(1 + \frac{\Upsilon^2}{(r/R)^2}\right) - \Delta\omega^2 m_{yz} + Tc}{e\frac{G}{g}\omega^2 + cF - Q}.$$

lcolo approssimativo di m_{yz} si può condurre in base alle derazioni seguenti.

Siano $\eta\zeta$ gli assi principali d'inerzia della sezione; se y e z assi ortogonali, ma non principali, ed è α l'angolo di cui re ruotare la coppia $\eta\zeta$ per portarla a coincidere con y z, a, com'è noto:

$$m_{yz} = (J_\eta - J_\zeta)\,\mathrm{sen}\alpha\cos\alpha.$$

Si può in pratica ammettere che l'asse ζ sia parallelo alla a della sezione, nel qual caso α è l'angolo di calettamento. eralmente, data la forma delle sezioni, J_ζ è piccolo di fronte . Se si potesse supporre concentrata tutta la sezione sulla corda, si avrebbe, posta uguale a σ l'area:

$$m_{yz} = \sigma\frac{l^2}{12}\,\mathrm{sen}\alpha\cos\alpha.$$

(1) Naturalmente relativo all'*allungamento virtuale* della sezione.

Digitized by Google

generale si potrà introdurre un coefficiente correttivo k

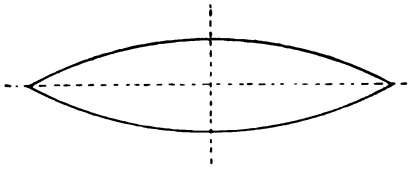
$$m_{yz} = k\sigma \frac{l^2}{12} \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha$$

on molto diverso da 1.

es. per una sezione ellittica in cui lo spessore sia 1/6 da, si trova $k = 0{,}74$.

una sezione cava (lamiera) di spessore costante, molto ostituita da due archi di cerchio come è indicato in ure con rapporto 1/6 fra spessore e corda, si trova

$$k = 1{,}02.$$



ll'area σ, si può porre $\sigma = al^2$ (a per le sezioni piene rdinaria è compreso fra 1/8 e 1/10); si ponga inoltre:

$$\frac{l}{R} = \lambda, \quad \frac{r}{R} = \xi.$$

emo:

$$\frac{R^4 \omega^2 \lambda^2 \left[\frac{1}{8} \rho c_z (\xi^2 + \gamma^2) - \frac{ka}{12} \Delta \lambda^2 \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha\right] + Tc}{e \frac{G}{g} \omega^2 + cF - Q}.$$

ad esempio, supponiamo che sia $z = 0$ per tutte le se- a priva di campanatura secondaria), ossia $e = c = 0$, atore rimangono i soli termini esprimenti il contributo enti elementari e al denominatore la sola risultante le Q.

sempio servirà ad orientare circa l'ordine di grandezza quantità. Sia:

$$= 0{,}8, \quad a = \frac{1}{8}, \quad \Delta\,(\text{legno}) = 72, \quad \lambda = 0{,}17.$$

anto ad α, supponiamo che l'elica nforme e sia γ_c il valore di γ rela

$$\operatorname{sen}\alpha \cos\alpha = \frac{\gamma_c \xi}{\gamma_c^2 + \xi^2}$$

amo $\gamma = \gamma_c = 0{,}4$ e assumiamo p

$\xi =$	0,2	0,4	0,6
$\frac{1}{8}\rho c_z(\xi^2+\gamma^2)$	0,00156	0,00250	0,004
$\frac{1}{12}\Delta\lambda^2\frac{\gamma_c\xi}{\gamma_c^2+\xi^2}$	0,00694	0,00867	0,008
$b\text{-}a$	0,00538	0,00617	0,003

Risulta da questo prospetto che la menti elementari lungo la pala è molt rifuga che per le azioni aerodinamic o, che i primi soverchiano per quasi i che si verifica in quasi tutti i casi sultato sarebbe modificato alquanto zione della pala, cioè la variabilità farebbe che aggravare la conclusio quanto sopra, cioè la grande varia mento torcente complessivo.

Osserviamo ora che, ammessa una spinta tangenziale lungo il raggio, è f one di ξ e della coppia resistente de empio, che la spinta tangenziale sia da $\xi = 0{,}2$ a $\xi = 1$; che l'elica sia ppia totale sull'albero; si avrà:

$$Q = \frac{C(1 -$$

posto $C = \rho\kappa R^5 \omega^2$, segue:

$$\frac{dy}{dr} = \frac{0{,}96\,\lambda^2 \left[\frac{1}{8} \rho c_z (\xi^2 + \gamma^2$$

$$\rho\kappa (1$$

Digitized by Google

Quanto ad α, supponiamo che l'elica sia a passo geome-
uniforme e sia γ_c il valore di γ relativo ad esso. Si ha
ra:

$$\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha = \frac{\gamma_c\,\xi}{\gamma_c^2+\xi^2}.$$

poniamo $\gamma = \gamma_c = 0{,}4$ e assumiamo per c_s il valore 0,5. Si
ene:

$\xi =$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$\frac{1}{8}\rho c_s(\xi^2+\gamma^2) =$	0,00156	0,00250	0,00416	0,00625	0,00906
$\frac{ka}{12}\Delta\lambda^2\frac{\gamma_c\xi}{\gamma_c^2+\xi^2} =$	0,00694	0,00867	0,00800	0,00694	0,00598
$b\text{-}a) =$	0,00538	0,00617	0,00384	0,00069	−0,00308.

Risulta da questo prospetto che la variabilità dei momenti
centi elementari lungo la pala è molto minore per la forza
trifuga che per le azioni aerodinamiche, e, nel caso conside-
, che i primi soverchiano per quasi tutta la pala i secondi
che si verifica in quasi tutti i casi pratici). Naturalmente
isultato sarebbe modificato alquanto introducendo la rastre-
zione della pala, cioè la variabilità di λ col raggio; ma ciò
farebbe che aggravare la conclusione che vogliamo trarre
quanto sopra, cioè la grande variabilità lungo la pala del
mento torcente complessivo.

Osserviamo ora che, ammessa una certa distribuzione della
nta tangenziale lungo il raggio, è facile calcolare Q in fun-
ne di ξ e della coppia resistente dell'elica. Ammettiamo, ad
mpio, che la spinta tangenziale sia uniformemente distribuita
$\xi = 0{,}2$ a $\xi = 1$; che l'elica sia a 2 pale e che C sia la
ppia totale sull'albero; si avrà:

$$Q = \frac{C(1-\xi)}{0{,}96\,R};$$

posto $C = \rho\kappa R^5\omega^2$, segue:

$$\frac{dy}{dr} = \frac{0{,}96\,\lambda^2\left[\frac{1}{8}\rho c_s(\xi^2+\gamma^2) - \frac{ka}{12}\Delta\lambda^2\frac{\gamma_c\xi}{\gamma_c^2+\xi^2}\right]}{\rho\kappa(1-\xi)}.$$

Digitized by Google

elle ipotesi ammesse, un valore plausibile di κ è 0,005.
icono i seguenti valori di $\frac{dy}{dr}$:

$$\xi = 0{,}2 \quad 0{,}4 \quad 0{,}6 \quad 0{,}8 \quad 1{,}0$$
$$\frac{dy}{dr} = 0{,}30 \quad 0{,}46 \quad 0{,}43 \quad 0{,}16 \quad -\infty .$$

cifre valgono già a dimostrare l'impossibilità pra-
compensazione perfetta, giacchè $\frac{dy}{dr}$ non potrebbe pra-
oltrepassare qualche centesimo. Ma l'impossibilita
ncor più manifesta se osserviamo che $\frac{0.96\,\lambda^2}{\rho\,\kappa\,(1-\xi)}$ ha va-
anno da 55 a ∞ e che perciò la quantità entro
l numeratore dovrebbe risultare dell'ordine dei deci-
mentre è differenza di quantità dell'ordine dei mille-
deriva che un errore anche piccolo nelle ipotesi si
in misura notevolissima sui risultati, togliendo ad essi
mento.
nclusione può confermarsi senza difficoltà anche am-
una campanatura secondaria.

Il secondo problema, la compensazione dei momenti
della pala, si risolve uguagliando a zero la somma
ti data dalla (5), dove per r_1 s'intenderà il valore
che compete alla radice della pala.
almente le due campanature sono già calcolate per la
one dei momenti flettenti. Siccome però la campana-
ale è sempre determinata a meno di un termine co-
ella secondaria a meno di un termine proporzionale
indichiamo con y_i e z_i i valori inizialmente calco-
scrivere

$$z = y_i + h\,, \qquad y = z_i + c\,r$$

i determinare h e c in guisa da soddisfare la (5). Si

i la 1ª parte della presente comunicazione,

chito che h senz'altro si elimina,
sempre le differenze $y - y_1$; men
a dalla formula seguente, nella qu
ità di scrittura, gli indici i alle let
entano qui i valori inizialmente a
re, e si è indicato con M_{ti} il mome
on i suddetti valori iniziali delle

$$c = \frac{M_{ti}}{\Delta\omega^2 \int_{r_1}^{R} \sigma\, r\,(y - y_1)\,dr - \int_{r_1}^{R}}$$

almente si potrebbero operare sul
rmazioni analoghe a quelle sviluppat
endo le ipotesi ivi assunte. Un'a
ipotesi porterebbe facilmente a c
ema attuale è, nella generalità dei
ile, nel senso che i valori di c ch
che molto incerti, costruttivamente

Pisa, 26 aprile 1929, VII.

Digitized by Google

subito che h senz'altro si elimina, perchè nella (5) com-
io sempre le differenze $y - y_1$; mentre la costante c viene
ssa dalla formula seguente, nella quale si sono aboliti, per
licità di scrittura, gli indici i alle lettere z ed y, che perciò
resentano qui i valori inizialmente assunti per le due cam-
ture, e si è indicato con M_{ti} il momento calcolato mediante
) con i suddetti valori iniziali delle campanature:

$$c = \frac{M_{ti}}{\Delta\omega^2 \int_{r_1}^{R} \sigma r (y - y_1)\, dr - \int_{r_1}^{R} t (r - r_1)\, dr}. \qquad (8)$$

iralmente si potrebbero operare sulla precedente formula
formazioni analoghe a quelle sviluppate al numero precedente,
ducendo le ipotesi ivi assunte. Un'analisi fatta sulla base
li ipotesi porterebbe facilmente a concludere che anche il
lema attuale è, nella generalità dei casi, praticamente in-
bile, nel senso che i valori di c che la (8) fornisce sono,
che molto incerti, costruttivamente inammissibili.

Pisa, 26 aprile 1929, VII.

Digitized by Google

Ricerche sulla resinificazione.

I.

lensazione dell'aldeide formica con l'uretano ordinario.

Nota di MICHELE GIUA e GIOVANNI RACCIU
presentata dal Socio nazion. residente Felice Garelli.

Nota precedente, uno di noi (1) ha studiato l'influenza aggruppamenti sulla resinificazione di diversi derivati ilidenacetofenone, operata dalla luce solare. Riprenquesta Nota in esame il fenomeno della resinificazione nzo organiche in relazione con la loro costituzione obiamo fermato la nostra attenzione sulla condensaaldeide formica con l'uretano ordinario, in modo da n confronto coi prodotti resinosi che si ottengono nella one della stessa aldeide con l'urea, tiourea, ecc., che, to, presentano anche interesse tecnico.

rediamo opportuno di riassumere i risultati sperimenanno condotto, in un periodo piuttosto recente, a metdenza una intima relazione fra costituzione chimica zione; sia perchè, essendo l'argomento per sè stesso olo porre in luce le conclusioni a cui si è pervenuti be troppo spazio, sia per il fatto che l'argomento è oggetto recentemente di una trattazione sistemaScheiber e K. Sändig in un volume avente per tiinstlichen Harze* (2).

" Gazz. chim. ital. „ *35*, 567 (1925).

della collez. *Chemie in Einzeldarstellungen* edita dalla " Wise Verlagsgesellschaft „ di Stuttgart (1929).

lla dotta monografia di Scheiber e S
e la reazione che forma oggetto d
stata descritta quasi contemporanea
onrad e Hock (4), i quali, nello stu
ldeide formica con l'uretano ordinari
nazione di prodotti oleosi, presero
ristallino, il dimero dell'anidroform
ebbe in base alla equazione:

$$2NH_2.CO_2C_2H_5 + 2CH_2O \longrightarrow \begin{matrix} C_2H_5O_2C{-}N{-} \\ | \\ C \end{matrix}$$

Secondo Bischoff, Conrad e Hock, i
e a 100-102° che si ottiene nella
ederebbe alla forma dimolecolare
ato monomolecolare, $CH_2 = N - CO_2$
Conrad e Hock furono condotti da
ezza molecolare, fatta col metodo
solvente l'etere.

Abbiamo ripreso lo studio della st
re in evidenza l'influenza del grupp
resinificazione, proprio in un cas
e che non appaia da altre reazioni
azioni dell'aldeide formica con l'ur
rmente, con le aniline. Facendo a
ldeide formica in soluzione acqu
ico) con l'uretano ordinario, in pre
condizioni pressochè identiche a c
ck, che non differiscono di molto
schoff, il prodotto della reazione, co
entatori, è costituito da un olio
e o all'aria o in essiccatore nel
ssire.

Facendo bollire a lungo il prod

3) " Ber. chem. Gesell. „ *36*, 39 (190
4) Ivi, *36*, 2206 (1903).

Digitized by Google

Nella dotta monografia di Scheiber e Sändig non viene presa ame la reazione che forma oggetto di questa Nota. Essa era stata descritta quasi contemporaneamente dal Bischoff (3) Conrad e Hock (4), i quali, nello studiare la condensazione ldeide formica con l'uretano ordinario, pur avendo notato rmazione di prodotti oleosi, presero solo in esame un com- cristallino, il dimero dell'anidroformaldeideuretano, che si erebbe in base alla equazione:

$$2\,NH_2.CO_2C_2H_5 + 2CH_2O \longrightarrow \begin{matrix} C_2H_5O_2C-N--CH_2 \\ | \quad\quad | \\ CH_2-N-CO_2C_2H_5 \end{matrix} + 2H_2O.$$

Secondo Bischoff, Conrad e Hock, il prodotto cristallino ile a 100-102° che si ottiene nella reazione cennata, cor- onderebbe alla forma dimolecolare dell'anidroformaldeide- ano monomolecolare, $CH_2 = N - CO_2C_2H_5$. A questa conclu- e Conrad e Hock furono condotti dalla determinazione della idezza molecolare, fatta col metodo ebullioscopico, usando e solvente l'etere.

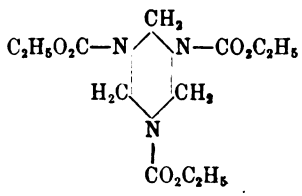
Abbiamo ripreso lo studio della stessa reazione, in vista orre in evidenza l'influenza del gruppo azometinico $-N=C<$ a resinificazione, proprio in un caso assai più semplice di llo che non appaia da altre reazioni analoghe, quali le con- sazioni dell'aldeide formica con l'urea e derivati e, più par- larmente, con le aniline. Facendo avvenire la condensazione l'aldeide formica in soluzione acquosa (formalina del com- rcio) con l'uretano ordinario, in presenza di acido cloridrico n condizioni pressochè identiche a quelle descritte da Conrad Hock, che non differiscono di molto da quelle seguite dal schoff, il prodotto della reazione, come notarono i detti spe- nentatori, è costituito da un olio che, lasciato lungamente sè o all'aria o in essiccatore nel vuoto, ha la tendenza ad essire.

Facendo bollire a lungo il prodotto oleoso della reazione

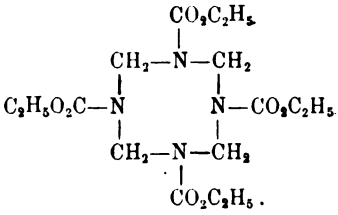
(3) Ber. chem. Gesell. „, *36*, 39 (1903).
(4) Ivi, *36*, 2206 (1903).

Digitized by Google

acetico diluito si ottiene un composto bianco, cristal-
ha un punto di fusione identico a quello dell'anidrofor-
retano di Bischoff e di Conrad e Hock. Nell'analisi di
odotto cristallino ottenemmo risultati concordanti coi
e si calcolano per l'anidroformaldeideuretano, ma la
zione del peso molecolare col metodo crioscopico dette
rispondenti alla formola $(CH_2 = N - CO_2C_2H_5)_3$. Questo
ristallino dell'anidroformaldeideuretano può essere quindi
tato, analogamente a quanto si fa per il trimero cri-
ell'aldeide formica, il triossimetilene, da una formola
agonale —



aldando invece il prodotto oleoso della reazione fra al-
nica e uretano con acido acetico glaciale ed eliminando
cido per evaporazione si ottiene una resina dura, di
lastro, solubile in benzene, che all'analisi dette valori
denti all'anidroformaldeideuretano, mentre col metodo
o si ottennero per il peso molecolare valori corrispon-
a formola $(CH_2 = N - CO_2C_2H_5)_4$. Volendo stabilire
questo composto una formola ciclica si può ad esso
quella rappresentata dallo schema seguente:



PARTE SPERIMENTALE.

9 di uretano ordinario si disciolgono in gr. 90 di for-
40 % e alla soluzione limpida e filtrata così ottenuta

ungono cc. 25 di acido cloridrico c
di condensazione s'inizia rapidame
sale a circa 80°. Dopo che la r
a all'ebollizione in apparecchio a
Anche a caldo il liquido si divi
leoso, pesante, che col raffreddame
il doppio volume di acqua e si e
dell'estratto etereo è costituito da
lido e lasciato a sè diventa sempre
Quest'olio fu disciolto in etere, filtr
mantenuto in essiccatore nel vuot
una settimana, fu analizzato.

gr. 0,1706 di sostanza dettero gr. 0,2983 di
,1721 di sost. dettero cc. 20 di N (a 12° e

		Tro
per $C_4H_7O_2N$ (101)	C %:	47
	H „:	7
	N „:	13

Per ottenere il trimero cristallino,
zione si trattano con gr. 75 di acido
cido acetico glaciale e 50 cc. di acqu
ne in apparecchio a ricadere per 4
to si aggiunge acqua fino ad int
stallizzare. Si separano così prismi
alcool fondono a 101-102°.
All'analisi:

gr. 0,2004 di sostanza dettero cc. 25 di
per $C_{12}H_{21}O_6N_3$ (303) N %:

I. Gr. 0,1087 di sostanza disciolti in
un abbassamento del punto di
II. Gr. 0,1533 di sostanza disciolti in
un abbassamento del punto di
III. Gr. 0,217 di sostanza disciolti in
un abbassamento dal punto di

Peso molecolare trovato: I
29

Digitized by Google

giungono cc. 25 di acido cloridrico conc.: agitando, la rea- di condensazione s'inizia rapidamente, mentre la tempe- a sale a circa 80°. Dopo che la reazione è terminata si lda all'ebollizione in apparecchio a ricadere per almeno re. Anche a caldo il liquido si divide in due strati, di cui oleoso, pesante, che col raffreddamento ispessisce. Si ag- ge il doppio volume di acqua e si estrae con etere. Il re- dell'estratto etereo è costituito da un olio incolore, che ddo e lasciato a sè diventa sempre più vischioso.

Quest'olio fu disciolto in etere, filtrato ed evaporato il sol- e; mantenuto in essiccatore nel vuoto su acido solforico per una settimana, fu analizzato.

Gr. 0,1706 di sostanza dettero gr. 0,2983 di CO_2 e gr. 0,1128 di H_2O; ,1721 di sost. dettero cc.20 di N (a 12° e 738 mm.)

		Trovato	Calcolato
per $C_4H_7O_2N$ (101)	C %:	47,76	47,52
	H „:	7,34	6,93
	N „:	13,52	13,86

Per ottenere il trimero cristallino, gr. 25 del prodotto della ione si trattano con gr. 75 di acido acetico diluito (gr. 25 cido acetico glaciale e 50 cc. di acqua) e si riscalda all'ebol- ne in apparecchio a ricadere per 4-5 ore. Dopo raffredda- to si aggiunge acqua fino ad intorbidamento e si lascia tallizzare. Si separano così prismi incolori, che cristallizzati l'alcool fondono a 101-102°.

All'analisi:

Gr. 0,2004 di sostanza dettero cc. 25 di N (a 15° e 734 mm.)

per $C_{12}H_{21}O_6N_3$ (303)	N %:	Trovato	14,28
		Calcolato	13,86

I. Gr. 0,1087 di sostanza disciolti in gr. 24,1632 di benzene dettero un abbassamento del punto di congelamento di 0°,075.

II. Gr. 0,1533 di sostanza disciolti in gr. 24,1632 di benzene dettero un abbassamento del punto di congelamento di 0°,105.

III. Gr. 0,217 di sostanza disciolti in gr. 24.1632 di benzene dettero un abbassamento dal punto di congelamento di 0°,145.

	I	II	III
Peso molecolare trovato:	299	302	309

Digitized by Google

sostanza è solubile in alcool, etere, benzene, cloroformio e, pochissimo solubile in etere di petrolio.

caldando parti eguali del prodotto oleoso della reazione do acetico in bagno di sabbia fino ad evaporazione com- ll'acido, il residuo è costituito da una massa colorata -chiaro, che col raffreddamento solidifica.

analisi:

1940 di sostanza dettero gr. 0,3401 di CO_2 e gr. 0,1108 di H_2O; di sostanza dettero cc. 15,3 di N (a 14° e 739 mm.).

		Trovato	Calcolato
	C %:	47,79	47,52
$C_{16}H_{28}O_8N_4$ (404)	H „ :	6,34	6,93
	N „ :	13,99	13,86

Gr. 0,2164 di sostanza disciolti in gr. 23,4903 di benzene dettero un abbassamento del punto di congelamento di 0°,11.

Gr. 0,2881 di sostanza disciolti in gr. 23,4903 di benzene dettero un abbassamento del punto di congelamento di 0°,14.

	I	II
Peso molecolare trovato:	418	438.

rodotto resinoso è solubile nei comuni solventi organici 'etere di petrolio.

ino — Laboratorio di Chimica organica
ella R. Scuola d'Ingegneria.

---

a fauna pliocenica di Masserano-Co

Nota della Dott.ssa ROSINA ZUFFAR
presentata dal Socio nazion. residente C

o studio e l'ordinamento della " ...nda „, ricca di parecchie collez ...o piemontese, e anche di altre r ...olarmente, ponendone sempre m ...a buona conservazione dei foss ...ente preziosi, perchè rari o n ...ezionali cure dedicate dal colto ...a scelta intelligente delle forme ... studiate.

Delle Collezioni che meritano uno s ...ssere menzionate, fa parte della ... del giacimento pliocenico (*piacenz* ...ab rimasti indeterminati, attendeva ... La fauna di Masserano è da mol ... opera fondamentale Bellardi-Sac ... e illustrata la maggior parte d ... E non sarebbe il caso di ripar ... non permettesse di aggiungere ... elenco di quelle riscontrate ...data, nonchè di integrarlo coll'a ... fossili non appartenenti alla cla ... studio critico d'interpretazione ...steropodo, del gen. *Chenopus*, ben ...

(1) Bellardi L. e Sacco F., *I Mollusc* ... XX parti. Torino, 1872-1904.

Digitized by Google

a fauna pliocenica di Masserano-Cossato (Biellese).

Nota della Dott.ssa ROSINA ZUFFARDI-COMERCI
presentata dal Socio nazion. residente C. F. Parona.

---

o studio e l'ordinamento della " *raccolta paleontologica* *rasenda* „, ricca di parecchie collezioni, specialmente del oico piemontese, e anche di altre regioni italiane, proce- regolarmente, ponendone sempre meglio in evidenza la ric- a, la buona conservazione dei fossili — molti dei quali olarmente preziosi, perchè rari o non ancora descritti — eccezionali cure dedicate dal colto e benemerito raccogli- alla scelta intelligente delle forme degne di essere conser- e studiate.

Delle Collezioni che meritano uno studio particolareggiato essere menzionate, fa parte della " raccolta „ quella dei i del giacimento pliocenico (*piacenziano*) di Masserano che, do rimasti indeterminati, attendevano l'esame del paleon- o. La fauna di Masserano è da molti anni conosciuta: nella de opera fondamentale Bellardi-Sacco (1), risulta già deter- ta e illustrata la maggior parte dei molluschi che la costi- o. E non sarebbe il caso di riparlarne, se il materiale in e non permettesse di aggiungere buon numero di specie al ungo elenco di quelle riscontrate nello spoglio dell'opera icordata, nonchè di integrarlo coll'aggiungervi nomi di pochi fossili non appartenenti alla classe dei molluschi, e un e studio critico d'interpretazione sopra una notevole forma asteropodo, del gen. *Chenopus*, ben rappresentato nella Col- one.

---

(1) Bellardi L. e Sacco F., *I Molluschi del Piemonte e della Liguria*, XX parti. Torino, 1872-1904.

Digitized by Google

mi inoltre utile far conoscere, nel suo insieme, questa
he certamente è fra le più ricche dei lembi pliocenici
i piemontesi e lombardi, e che presenta una composi-
bastanza diversa da quella propria dei giacimenti —
hi di fossili — finemente argillosi; caratteristiche a
iguardo le faune del Ponte di S. Quirico (M. Fenera) in
ia e di Taino (Angera, Lago Maggiore) (1). Tali diffe-
no evidentemente in rapporto con la natura del sedi-
ossilifero di Masserano, sabbioso, micaceo, scarsamente
; senza per altro presentare il carattere in generale
(tipico quello noto del Ponte dei Preti) dei depositi
i qua e là al margine dell'apparato morenico frontale
o che dalle morene sono coperte (2). Né è da trascurare
differenza faunistica, che, mentre le argille fossilifere
he contengono numerosissimi foraminiferi, questi altri
eno schiettamente sabbiosi ne sono, invece, quasi affatto
el caso particolare del giacimento di Masserano si può
ora che esso va contraddistinto con l'abbondanza dei
lus e di valve numerose ed eccezionalmente grandi del
lus bimaculatus Poli, sede più frequente delle coloniette
zoi. Così, si può segnalare, perchè specie piuttosto rara,
um subfasciatum Sacc., forma miocenica.

lembo pliocenico che offre, come il deposito del ponte
entino (Po), notevoli affinità di fauna con questo di
no è quello di Maggiora (Borgomanero), poco al di là
sia, nell'alto novarese, anche per il fatto del presen-
esso quella forma di *Chenopus* della quale è accennato
to. Dà motivo a questa osservazione l'esame di una pic-
ezione di fossili, pure del Museo Rovasenda.

RONA C. F., *Esame comparativo della fauna dei vari lembi pliocerdi*, " Rend. R. Ist. Lomb. „, 1883; PARONA C. F., *Valsesia e Lago scrizione geologica.* " Atti Soc. It. Sc. Nat. „, XXIX, 1886.

centemente il Museo Geologico torinese ebbe in dono un grosso fossilifero di arenaria pliocenica trovata a Mazzè (Canavese), nei na galleria (presa d'acqua per energia elettrica), a circa 60 o o la sommità della collina.

remesse queste osservazioni, presen
componenti la fauna di Masserano
ate nell'opera Bellardi e Sacco
sono 80 quelle aggiunte in base a
nda (1).

s concavus Bronn.	Niotha
	Hima b
rularius Lmk.	» p
morphus Br.	» s
ina imbricata (Br.)	» a
ia craticulata (L.)	Amyda
Doderleini d'Anc.	»
a affine Desh.	Latirus
chetus clavatus (Br.)	*Cancill
fusus virgineus Grat.	Uromit
marginata (Mart.)	Cypra
polygonum (Br.)	Semica
oma turricula Br.	Tuberc
intermedia (Brn.)	(F
dimidiata (Br.)	*Eudoli
Bonnanii Bell.	Malea
hyrina incrassata (Duj.)	Ficula
rina rustica (Br.)	»
interrupta (Br.)	Natica
oma cataphracta (Br.)	Naticin
iella emarginata (Donov.)	Tecton
? ligustica (Bell.)	Neveri
ina histria (Jan.)	*Crypto
elegans (Donov.)	*Adisco
anceps (Eichw.)	*Tereb
turritelloides Bell.	Fusco
oma hispidula (Jan.)	Hirto
submarginata (Bon.)	Linct
turgida (Forb.)	Subul
attenuata (Mont.)	Myur
megastoma (Brugn.)	*
otoma intorta (Br.)	Subu
mutabilis (L.)	*Pyrg
ina clathrata (Born.)	Rho
Canthrainii (Bell.)	Niso

1 Le specie segnate con l'asterisco sono
appartenenti alla fauna di Masserano.

Digitized by Google

remesse queste osservazioni, presento l'elenco generale dei componenti la fauna di Masserano, notando che le specie dicate nell'opera Bellardi e Sacco sono in numero di 188 sono 80 quelle aggiunte in base allo studio della Collez. enda (1).

is concavus Bronn.
torularius Lmk.
polymorphus Br.
brina imbricata (Br.)
ania craticulata (L.)
Doderleini d'Anc.
isia affine Desh.
ochetus clavatus (Br.)
iofusus virgineus Grat.
marginata (Mart.)
polygonum (Br.)
otoma turricula Br.
la intermedia (Brn.)
dimidiata (Br.)
ta Bonnanii Bell.
tosyrina incrassata (Duj.)
tula rustica (Br.)
interrupta (Br.)
ytoma cataphracta (Br.)
rdiella emarginata (Donov.)
? ligustica (Bell.)
oma histria (Jan.)
elegans (Donov.)
s anceps (Eichw.)
turritelloides Bell.
itoma hispidula (Jan.)
submarginata (Bon.)
turgida (Forb.)
attenuata (Mont.)
megastoma (Brugn.)
dotoma intorta (Br.)
a mutabilis (L.)
ha clathrata (Born.)
Canthrainii (Bell.)
Niotha scalaris (Bors.)
Hima bugellensis (Bell.)
" planicostata (Bell.)
" serraticosta (Bronn.)
" asperata (Cocc.)
Amyda semistriata (Br.)
" Chiereghinii (Bell.)
Latirus bugellensis Bell.
*Cancilla planicostata (Bell.)
Uromitra plicatula (Br.)
Cypraecassis marginata (De-Serr.)
Semicassis levigata (Defr.)
Tuberculodolium stephaniophorum (Font.)
*Eudolium subfasciatum Sacc.
Malea orbiculata (Br.)
Ficula geometra (Bors.)
" reticulata Lk.
Natica epiglottina Lk.
Naticina catena Da-Costa
Tectonatica textula (Bon.)
Neverita Josephinia Risso
*Cryptostoma striatum (De Serr.)
*Adiscoacrilla Coppii (De-Boury)
*Terebra acuminata (Bors.)
Fuscoscala Turtonis (Turt.)
Hirtoscala elegans (Risso)
Linctoscala frondicula (Wood W.).
Subula fuscata (Br.)
Myurella pliocenica (Font.)
* " reticularis (Pecch.).
Subularia subulata (Don.)
*Pyrgolidium internodulum (Wood W.)
Rhombostoma striata Segu.
Niso terebellum (Chemn.).

---

1) Le specie segnate con l'asterisco sono citate qui, per la prima volta, appartenenti alla fauna di Masserano.

Digitized by Google

stomia conoidea (Br.)
dostomia plicata (Mont.)
ostomia submicaelis Sacc.
mia fusulata Sacc.
? bugellensis Sacc.
Ionterosatoi Sacc.
na interstinta (Mont.)
fenestrata (Forb.)
tzia Campanellae (Phil.)
lla lactea (L.)
postacuticostata ? Sacc.
bonilla densecostata (Phil.)
lis rufa (Phil.)
ulella auriculata (Mén.)
n simplex Brn.
rus antediluvianus (Brug.)
nus pelagicus (Br.)
striatulus (Br.)
bitorosus (Font.)
nus? virginalis (Br.)
s coronatus (Defr.)
s uttingerianus (Risso)
pespelecani (L.)
peraraneosus Sacc.
evis (Don.)
piscatoria (Gmel.)
hirta (Br.)
cancellata (L.)
varicosa (Br.)
m vulgatum Brug.
varicosum Br.
crenatum Br.
reticulatum (Da-Costa)
exiguum (Montrs.)
spina (Partsch.)
rus perversus (L.)
ineolata Micht.
ia sulzeriana (Risso)
reticulatus (Mont.)
pusilla (Br.)
decussata (Mont.)
a tricarinata (Br.)
r vermicularis (Br.)
tornatus (Br.)
? Strobelianus (Cocc.)
s Deshayesi (May.)

*Tenagodes anguinus (L.)
Torculoidella subvaricosa Sacc.
Petaloconcus intortus (Lk.)
*Xenophora crispa (Koenig.)
*Calyptraea chinensis (L.)
Crepidula gibbosa Defr.
Janacus crepidulus (L.)
*Capulus hungaricus (L.)
Brocchia laevis Brn.
Smaragdia viridis (L.)
* „ virgata (Micht.)
Steganomphalus pullus (L.)
*Bolma rugosa (L.)
Oxystele patula (Br.)
Gibbula magus (L.)
Forskalia fanulum (Gmel.)
*Magulus ardens (V. Salis)
Ampullotrochus granulatus (Born.)
„ ? cingulatus (Br.)
*Retusa decussata (Bon.)
Scaphander lignarius L.
Jujubinus striatus (L.)
Strigosella strigosa (Gmel.)
Actaeon tornatilis (L.)
„ semistriatus (Fèr.)
Actaeonidea achatina (Bon.)
Volvula acuminata (Brug.)
Roxania utriculus (Br.)
*Tinostoma Woodi (Hörn.)
Bulla subampulla D'Orb.
Haminea hydatis (L.)
Bullinella cylindracea (Penn.)
Cylichnina umbilicata (Montg.)
„ pliocrassa Sacc.
Dentalium sexangulum Schrit.
*Antale novemcostatum Lmk.
„ ? dentale (L.)
*Gadila gadus (Montg.)
*Ostrea edulis (L.)
*Pycnodonta cochlear (Poli)
Anomia ephippium L.
*Monia striata (Br.)
Aequipecten opercularis (L.)
Lissochlamys excisa (Brn.)
Flabellipecten flabelliformis (Br.)
„ nigromagnus Sacc.

pecten Bosniasckii (De St. et Pant.)
jacobeus (L.)
„ planomedius Sacc.
pauicostata (Sow.)
inflatum (Chemn.)
„ hians (Gmel.)
hirundo (L.)
pectinata L.
adriatica Lmk.
„ mytiloides Brn.
phaseolina Phil.
Noe L.
modioloides (Cantr.)
mytiloides (Br.)
diluvii (Lk.)
bimaculata (Poli)
„ pilosa (L.)
„ insubrica (Br.)
nucleus (L.)
„ placentina Lk.
Bonellii (Bell.)
intermedia (Br.)
antiquatus (L.)
aculeatum L.
„ echinatum L.
„ erinaceum Lk.
„ paucicostatum Sow.
multicostatum (Br.)
hians (Br.)
papillosum (Poli)
norvegicum Swains
„ cyprium (Br.)
striatulum (Br.)
gryphoides (Gualt.) L.
cor (L.)
chione (L.)
„ pedemontana (Lk. et Ag.)
rudis (Poli)
Brocchii (Desh.)
multilamella (Lk.)
„ alternans (Bon.)
gallina (L.)
plicatus (Gmel.)
ovata (Pennt.)
scalaris (Br.)

Gouldia
Dosinia
Callisto
Psamm
Solenoc
Azor ar
*Ensicul
Spisula
Lutrari
Corbula
* „
Glycim
Gastro
Lucina
Megax
„
„
Dentil
Myrte
Jagon
Lorip
Tellin
*Tellin
Moer
Maco
Peroi
Ouda
Arco
*
Synd
*
Abra
Thra
Stir
*Te
*Li
*A
*Hi
*S
*P

Digitized by Google

ellipecten Bosniaskii (De St. et Pant.)
en jacobeus (L.)
planomedius Sacc.
ula paucicostata (Sow.)
tellum inflatum (Chemn.)
„ hians (Gmel.)
ula hirundo (L.)
a pectinata L.
iola adriatica Lmk.
„ mytiloides Brn.
iolula phaseolina Phil.
a Noe L.
batia modioloides (Cantr.)
lania mytiloides (Br.)
dara diluvii (Lk.)
naea bimaculata (Poli)
„ pilosa (L.)
„ insubrica (Br.)
ula nucleus (L.)
„ placentina Lk.
lina Bonellii (Bell.)
ns intermedia (Br.)
inobolus antiquatus (L.)
dium aculeatum L.
„ echinatum L.
„ crinaceum Lk.
„ paucicostatum Sow.
elycardium multicostatum (Br.)
gicardium hians (Br.)
pillicardium papillosum (Poli)
evicardium norvegicum Swains
„ cyprium (Br.)
mocardium striatulum (Br.)
ama gryphoides (Gualt.) L.
cardia cor (L.)
llista chione (L.)
„ pedemontana (Lk. et Ag.)
tar rudis (Poli)
niantis Brocchii (Desh.)
ntricola multilamella (Lk.)
„ alternans (Bon.)
amelaea gallina (L.)
rcomphalus plicatus (Gmel.)
moclea ovata (Pennt.)
ausinella scalaris (Br.)

Gouldia minima (Montg.)
Dosinia lupinus (L.)
Callistotapes vetulus (Bast.)
Psammobia färoënsis (Chemntz.)
Solenocurtus candidus (Ren.)
Azor antiquatus (Pultn.)
*Ensiculus cultellus (L.)
Spisula subtruncata (Da Costa)
Lutraria lutraria (L.)
Corbula gibba Olivi.
* „ revoluta (Br.)
Glycimeris Faujasi (Mén.)
Gastrochaena dubia (Pennt.)
Lucina fragilis (Phil.)
Megaxinus ellipticus (Bors.)
„ transversus (Brn.)
„ bellardianus (Mayr.)
Dentilucina orbicularis (Desh.)
„ borealis (L.)
„ Meneghinii (Desh. et Pant.)
Myrtea spinifera (Montg.)
Jagonia reticulata (Poli)
Loripes lacteus (L.)
Tellina distorta Poli
*Tellinula incarnata (L.)
Moerella donacina (L.)
Macomopsis elliptica (Br.)
Peronaea planata (L.)
Oudardia compressa (Br.)
Arcopagia corbis (Brn)
* „ telata (Bon.)
Syndesmia alba (Wood W.)
* „ longicollus (Sc.)
Abra stricta (Br.)
Thracia pubescens (Pultn.)
„ papiracea (Poli)
„ convexa? (Wood W.)
Stirpulina bacillum (Br.)

*Terebratula ampulla (Br.)

*Lichenopora mediterranea Bl.
*Adeona Heckli Rss.
*Hippaliosina clavula Mnf.
*Schizotheca stellata Seg.
*Peristomella coccinea Abild.

Digitized by Google

chiella sanguinea Norm.
androsaces Micht.
Dumerilii Aud.
a canariensis Bk.
a Lacroixii Cip.
lliptica Rss.
oncatenata Rss.
guina (L.)
cia dilatans John.
cornea (L.)
p.

*Cladocora Michelottii E. H.
*Cliona celata Top.
*Polystomella striato-punctata Fichtel et Moll.
*Polystomella crispa (L.) (1)
*Amphistegina Lessoni d'Orb.
*Polymorphina gibba d'Orb.
*Robulina calcar (L.)
*Adelosina Duthiersi Sclumb.
*Quinqueloculina oblonga d'Orb.

rvazioni sul *Chenopus peraraneosus* Sacco.

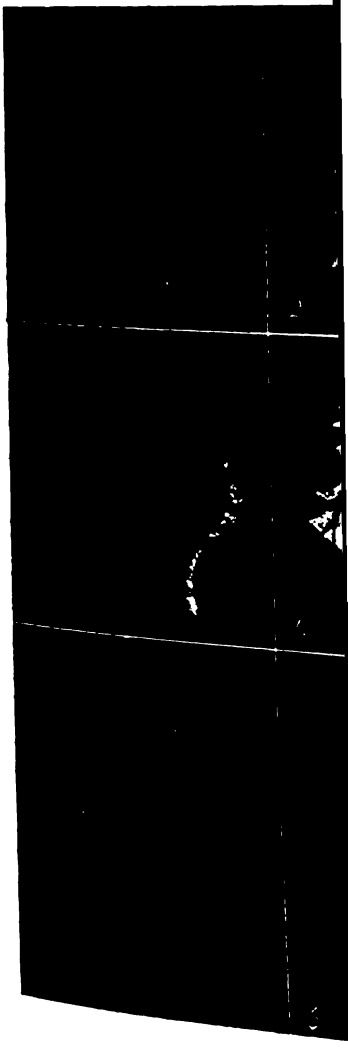
ame di numerosi esemplari di *Ch. pespelecani*, *Ch. Ut-us* Risso e *Ch. Uttingerianus* var. *peraraneosa* Sacc. mi di tornare su un argomento già ampiamente trattato Vinassa, per quanto riguarda affinità e differenze tra pecie (2), per segnalare qualche particolare di notevole o, in rapporto anche al valore di specie o di varietà uire alla forma che il Prof. Sacco distinse col nome neosa (3). Osservo innanzi tutto che *Chenopus Uttin-* *Ch. pespelecani*, *Ch. Uttingerianus* var. *peraraneosa*, con ive loro caratteristiche distintive, coesistono nello stesso to piacenziano di Masserano; ciò che non si accorda rmazione del Vinassa, il quale ritiene il *Ch. Uttinge-* pecie di mare profondo, e il *Ch. pespelecani* invece di sta il fatto che, nella fauna di Masserano, parecchie cie, particolarmente significative, danno impronta di oranea.

vo alla cortesia e competenza della collega Sig.na Dott. Anna la determinazione dei Foraminiferi.

TASSA DE REGNY P. E., *Il Chenopus Uttingerianus* Risso *e il Che-elecani* L. *del pliocene italiano.* " Boll. Soc. Malacologica ital. „ agg. 21-44, 1896.

co F., *I Molluschi terziarii del Piemonte e della Liguria*, parte XIV, av. II, fig. 23, 1893.

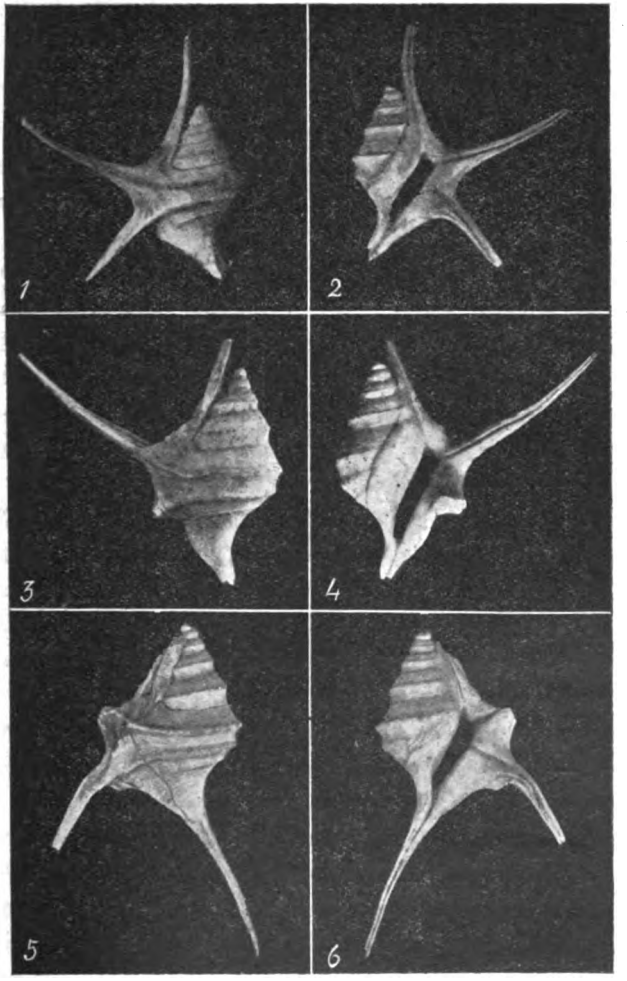
a forma *peraraneosa*, negli esemp
enta con caratteri più differen
si e nella figura data dal Prof



e opinioni del Prof. Vinassa sul c
specie e sulla problematica utilità
ra delle specie e delle varietà, io
rietà debba essere conservata n

Digitized by Google

La forma *peraraneosa*, negli esemplari di Masserano (figg. 3 e 4), resenta con caratteri più differenziati di quanto appaia nella nosi e nella figura data dal Prof. Sacco. Pur condividendo



opinioni del Prof. Vinassa sul concetto giustamente ampio specie e sulla problematica utilità della moltiplicazione eccesa delle specie e delle varietà, io ritengo che la forma *peraneosa* debba essere conservata non solo, ma portata anzi al

Digitized by Google

specie. Mi induce a questo modo di vedere lo studio numero di individui conservati nella Collezione Rova- rovenienti dai due giacimenti d'identica facies litologica tologica di Masserano e Maggiora. In questi esemplari, a lunghezza delle *dita*, la quale, anche in esemplari con integre, giunge a 30 mm.; il ridursi in estensione del- terdigitale (che è massima nel *Ch. pespelecani*, media *Uttingerianus*, minima nella forma *peraraneosa*); la forma esili, leggermente arcuate ed acuminate a guisa di spi- e dimensioni degli esemplari quasi costantemente minori to sempre più delicato; sono tutte prerogative che val- ne caratteri differenziali per questa forma in confronto ne specie, sia nei loro rappresentanti fossili come nei uali sono ad esempio figurati nella Monografia del Rous-). I caratteri dell'angolo apicale e dell'accrescimento per quanto in diminuite proporzioni, seguono sufficien- quelli del *Ch. Uttingerianus*, nei limiti di variabilità esti caratteri debbonsi concedere (da 16 a 20 mm. di contano 7 anfratti); è invece ben definita la differenza to riguarda la prima carena dell'ultimo anfratto: essa o continuo e rugoso, con la quasi scomparsa dei nodi, ili, invece, nel *Ch. pespelecani* e rintracciabili ancora *Uttingerianus*. Le dita sono tutte e quattro assai lunghe ali, in nessun esemplare completamente conservate nella ezza totale — evidentemente in causa della loro grande —; esse irradiano dall'espansione labiale con angolo io; la prima, diretta verso l'apice, supera l'altezza a e la sovrasta, incurvata verso il fianco posteriore. lita sono percorse interamente dal canale boccale.

derando che i caratteri differenziali tra la forma *pe-* e le due specie considerate sono più notevoli che non ze tra le due specie stesse, mi sembra di poter con- e al *Ch. peraraneosus* Sacco possa attribuirsi il valore a sè.

guoy, Dautzenberg, Dollfus, *Mollusques marins du Roussillon. steropodes*, Tav. 23. Paris, 1886-87.

queste osservazioni e considerazi- – riguardo alla forma del pl dal Dr. Cerulli-Irelli al *Ch. Utti* la complesso la forma descritta, chevoli affinità col più piccolo *Ch.* Peyrot (2) (tipo del nuovo sottogener- dell'Aquitaniano, così da lascia- pliocenico *Ch. peraraneosus* ne s Il *Ch. peraraneosus* Sacco si trova. iche di quelli di Masserano (figg quanto a caratteri leggermente att (figg. 1 e 2), Rocca d'Arazzo (As esemplari esaminati, provenienti dalle

1 Cerulli-Irelli S., *Fauna malacologica* „ „, XVII, pag. 274, Tav. XXVI, figg. 26-
2 M. Cossmann et A. Peyrot, *Conchologi* de la Soc. Linn. de Bordeaux „, LXXI 46, tav. VIII, figg. 20-21, 1924.

Digitized by Google

Queste osservazioni e considerazioni valgono anche — mi bra — riguardo alla forma del pliocene di M. Mario attri- a dal Dr. Cerulli-Irelli al *Ch. Uttingerianus* (1).

In complesso la forma descritta, e qui figurata, presenta archevoli affinità col più piccolo *Chenopus mirandus* Cossmann Peyrot (2) (tipo del nuovo sottogenere *Triacantium* degli stessi ori) dell'Aquitaniano, così da lasciar pensare alla possibilità, il pliocenico *Ch. peraraneosus* ne sia un derivato evolutivo.

Il *Ch. peraraneosus* Sacco si trova, con le medesime carat- istiche di quelli di Masserano (figg. 3 e 4) e di Maggiora, quanto a caratteri leggermente attenuati, ad Albenga (Li- ia) (figg. 1 e 2), Rocca d'Arazzo (Astigiano) (figg. 5 e 6). Gli mplari esaminati, provenienti dalle varie località, sono 18.

---

(1) Cerulli-Irelli S., *Fauna malacologica mariana.* " Palaeontographia ica „, XVII, pag. 274, Tav. XXVI, figg. 26-28, 1911.

(2) M. Cossmann et A. Peyrot, *Conchologie néogénique de l'Aquitaine* ctes de la Soc. Linn. de Bordeaux „, LXXIV-LXXV), Tom. IV, livr. II, . 346, tav. VIII, figg. 20-21, 1924.

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 16 Giugno 1929 (VII)

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. C. F. PARONA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

presenti:
a Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali:
ANO, GRASSI, PANETTI, SACCO, POCHETTINO e il Segre-
SSI;
a Classe di Scienze morali, storiche e filologiche:
FFINI, BRONDI, EINAUDI, VIDARI, JANNACCONE e il Se-
AGGI.
o l'assenza i Soci: MATTIROLO, VALLAURI, STAMPINI

sidente si onora di comunicare all'Accademia che è
provazione Reale alla nomina di S. A. R. il Duca
Socio nazionale residente e che il relativo diploma
esti giorni consegnato a S. A.
sidente comunica quindi un telegramma di S. E. Bo-
o in risposta al telegramma inviatogli dall'Accademia
e del suo 91° genetliaco, ed i telegrammi di ringra-
el Dott. Mons. GAMBARO e Prof. JEMOLO, ai quali fu
l'assegnazione del Premio Gautieri.

Il Presidente invita il Tesoriere ad
consuntivo 1928-29. Il Socio PA
straordinarie che furono fatte nel
ono affrontare in grazia del fondo
dal Ministero e dal Municipio per
NI e lo ringrazia.
Il Bilancio consuntivo viene in seg
discussione.
Il Tesoriere legge poi il Bilancio p
ne pure approvato dopo alcune osser
FFINI sugli assegni al Tesoriere e
ciono il Tesoriere e il Presidente.
Il Tesoriere infine dà relazione dei
demici, bilanci che si presentano co
dizioni.
Accademia, associandosi al Presiden
Tesoriere.
Il verbale è letto ed approvato

Digitized by Google

Il Presidente invita il Tesoriere ad esporre i dati del Bi-
io consuntivo 1928-29. Il Socio PANETTI premette che le
e straordinarie che furono fatte nel corso dell'esercizio si
rono affrontare in grazia del fondo pure straordinario con-
o dal Ministero e dal Municipio per i buoni uffici del Socio
FINI e lo ringrazia.

Il Bilancio consuntivo viene in seguito letto ed approvato
za discussione.

Il Tesoriere legge poi il Bilancio preventivo 1929, il quale
ıe pure approvato dopo alcune osservazioni dei Soci EINAUDI
UFFINI sugli assegni al Tesoriere ed ai Segretari, cui ri-
ndono il Tesoriere e il Presidente.

Il Tesoriere infine dà relazione dei Bilanci dei vari Premi
ademici, bilanci che si presentano complessivamente in buone
dizioni.

ccademia, associandosi al Presidente, tributa un vivo plauso
Tesoriere.

Il verbale è letto ed approvato seduta stante.

Gli Accademici Segretari:
EMILIO REPOSSI
ADOLFO FAGGI

Digitized by Google

CLASSE
DI
NZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 23 Giugno 1929 (VII)

PRESIDENZA DEL PROF. COMM. C. F. PARONA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

presenti i Soci: PEANO, MATTIROLO, GRASSI, SOMIGLIANA, PONZIO, HERLITZKA, POCHETTINO, BOGGIO, GARELLI, VAL- Segretario REPOSSI.

no la loro assenza i Soci: D'OVIDIO e MAJORANA.

bale dell'adunanza precedente è letto ed approvato rvazioni.

io HERLITZKA presenta in omaggio all'Accademia il lla Serie II delle *Ricerche sperimentali*, pubblicate dal o di Fisiologia della R. Università di Torino sotto la ne.

io PANETTI presenta pure in omaggio all'Accademia uscolo dal titolo: *La navigazione aerea come mezzo di* e il Socio MATTIROLO un opuscolo di D. BOIS.

io PEANO presenta, per l'inserzione negli *Atti*, una dott.ssa Maria CIBRARIO, dal titolo: *Proposizioni uni- articolari e definizione del limite*; ed il Socio GARELLI

altra Nota dei dott. Michele GIU *: L'influenza dei sostituenti sull* *ti ciclici.*

Il Segretario REPOSSI presenta, pe a nome del Socio PONZIO, una BENEDETTI, dal titolo: *Studio crista* *in Val d'Ala (Piemonte)*; ed un *dio mineralogico dei terreni agrari d* mente il contenuto.

Il Presidente comunica che sono p zione, una Nota del Socio MAJORAN *ne dissimmetrica di energia raggiante* ed una Nota del Socio corrisp. COLOMB *ni litologiche e mineralogiche sul giacin* *ella)*. Entrambe compariranno negli

Il Presidente comunica in seguito MAJORANA, il quale, riconoscendo di n impegni prender parte regolarmente ai prega di volerlo passare alla categoria residenti; ciò che, a termine dello Sta La Classe di Scienze fisiche può qu posto di Socio nazionale residente.

Il Segretario riassume brevemente *International de Coopération intellectuel* manda il parere dell'Accademia circa ità di creare a Torino e in Italia d intellettuale. Il Presidente mette la ci Accademici e incarica il Socio PEAN dei Soci e di riferirne alla Presiden spondere all'invito ricevuto.

Il Presidente infine, constatand sentato lavori da pubblicare nelle pone che si proceda alla pubblica

Digitized by Google

ltra Nota dei dott. Michele GIUA e Giovanni RACCIU, dal
o: *L'influenza dei sostituenti sulla stabilità di alcuni com-
ciclici.*

Il Segretario REPOSSI presenta, per l'inserzione negli *Atti*,
ne a nome del Socio PONZIO, una Nota della dott.ssa Elsa
ENEDETTI, dal titolo: *Studio cristallografico dell'epidoto del
sset in Val d'Ala (Piemonte)*; ed una sua Nota dal titolo:
dio mineralogico dei terreni agrari del Vercellese, e ne illustra
vemente il contenuto.

Il Presidente comunica che sono pervenute, per la pubbli-
one, una Nota del Socio MAJORANA, dal titolo: *Attenua-
ne dissimmetrica di energia raggiante in un mezzo assorbente*;
una Nota del Socio corrisp. COLOMBA, dal titolo: *Osserva-
ni litologiche e mineralogiche sul giacimento di Castiglione (Tra-
sella).* Entrambe compariranno negli *Atti*.

Il Presidente comunica in seguito una lettera del Socio
JORANA, il quale, riconoscendo di non potere per i propri
pegni prender parte regolarmente ai lavori dell'Accademia,
ega di volerlo passare alla categoria dei Soci nazionali non
sidenti; ciò che, a termine dello Statuto, viene fatto.

La Classe di Scienze fisiche può quindi disporre di un nuovo
sto di Socio nazionale residente.

Il Segretario riassume brevemente una circolare dell'*Institut
ternational de Coopération intellectuelle,* nella quale questo do-
anda il parere dell'Accademia circa la possibilità e l'opportu-
tà di creare a Torino e in Italia dei centri di cooperazione
tellettuale. Il Presidente mette la circolare a disposizione degli
ccademici e incarica il Socio PEANO di raccogliere i pareri
ei Soci e di riferirne alla Presidenza, perchè questa possa ri-
pondere all'invito ricevuto.

Il Presidente infine, constatando che nessun Socio ha pre-
entato lavori da pubblicare nelle *Memorie* dell'Accademia, pro-
one che si proceda alla pubblicazione nelle *Memorie* stesse

Digitized by Google

ed ultima parte della " *Flora Sardoa* „ *di M. A. Plazza* *strata dal Prof.* A. Terracciano, ora defunto; della a, le prime due parti furon già pubblicate nelle nostre a relazione favorevole alla pubblicazione essendo già ovata, l'Accademia accetta senz'altro la proposta del

sente verbale è letto e approvato seduta stante.

LETTU

posizioni universali e particol

Nota della Dott.ssa MA
presentata dal Socio nazionale

Varie proposizioni di matemati
contengono una successione
colari. Scambiando le affermazi
e mutando l'ordine loro, si mut
Per esaminare queste questioni s
gica matematica.

Notazioni di lo

Se a e b sono delle classi, $a \supset b$
ale: " ogni a è b „. Esempio: "
rettangolo „; " multiplo di 6
$\supset b$ si può anche leggere: " la
b .. ossia b contiene a. Il segn
ità della parola *contiene*.
Il segno $\supset$, con questo valore, si
Abel. Usato nel *Formulario Mat*
universale fra i cultori della logi
$a \cap b$ indica la classe comune agli
, ed ha alcune proprietà del seg
metica, ma non si può confondere
remo semplicemente $a\,b$, quando
pio:

rettangolo $\cap$ rombo = q
(multiplo di 2) $\cap$ (multiplo di 3)

In queste proposizioni si trova il
più generale di quello aritmetic

Digitized by Google

LETTURE

posizioni universali e particolari, e definizione di limite.

Nota della Dott.ssa MARIA CIBRARIO
presentata dal Socio nazionale residente G. Peano.

Varie proposizioni di matematica, fra cui la definizione di e, contengono una successione di affermazioni universali e colari. Scambiando le affermazioni universali colle partico- e mutando l'ordine loro, si muta il valore delle proposi-. Per esaminare queste questioni sono molto utili le notazioni gica matematica.

Notazioni di logica.

Se a e b sono delle classi, $a \supset b$ indica la proposizione uni-ale: " ogni a è b ". Esempio: " uomo $\supset$ mortale " ; " qua- $\supset$ rettangolo " ; " multiplo di 6 $\supset$ multiplo di 2 ".

$a \supset b$ si può anche leggere: " la classe a è contenuta nella e b ", ossia b contiene a. Il segno $\supset$ è appunto l'iniziale rtita della parola *contiene*.

Il segno $\supset$, con questo valore, si trova in GERGONNE, 1816, n ABEL. Usato nel *Formulario Matematico*, è divenuto di uso i universale fra i cultori della logica matematica.

$a \cap b$ indica la classe comune agli a e ai b. Il segno $\cap$ si e e, ed ha alcune proprietà del segno $\times$ (moltiplicato) del-tmetica, ma non si può confondere con esso. Invece di $a \cap b$ reremo semplicemente $a\,b$, quando non ci sia equivoco. mpio:

$$\text{rettangolo} \cap \text{rombo} = \text{quadrato};$$

$$(\text{multiplo di } 2) \cap (\text{multiplo di } 3) = (\text{multiplo di } 6).$$

In queste proposizioni si trova il segno $=$ col significato co, più generale di quello aritmetico.

Digitized by Google

indica la proposizione " esistono degli a „, o " la classe a lla „. Quindi $\exists\,(a \frown b)$ vale " esistono degli a che sono b „; rime la proposizione particolare: " qualche a è b „.

$\imath$ indica la proposizione singolare: " x è un a „. Il è l'iniziale della parola greca *ἐστί*. Esempio:

$$6 \in (\text{multiplo di } 3).$$

gni $\supset$, $\exists$, $\in$ rappresentano le proposizioni universale, re, singolare, secondo Aristotele: *καθόλου, ἐν μέρει, στον*.

p_x è una proposizione contenente la variabile x, cioè dizione in x (p. es. un'equazione), allora $x \ni p_x$ indica la egli x che soddisfano la condizione p_x.

uogo di:

$$(x \ni p_x) \supset (x \ni q_x)$$

oluzione della condizione p_x è pure soluzione della con- q_x „, si scrive:

$$p_x \cdot \supset_x \cdot q_x,$$

si deduce, per ogni x, q_x „.

e l'ipotesi p_x e la tesi q_x non contengono altra lettera , oltre la x, si può sottintendere l'indice x al segno $\supset$, re:

$$p_x \cdot \supset \cdot q_x$$

i deduce q „.

unti separano l'ipotesi dal segno di deduzione, e questo i; e fanno ufficio equivalente a quello delle parentesi. zione dei punti, più comoda, è dovuta a Leibniz. I punti : ∴ equivalgono alle parentesi ripetute.

segno $\ni$ una deduzione si trasforma in proposizione le tra classi.

rderò ancora che:

$$x \ni (x \in a) = a$$

ne soddisfano alla condizione $x \in a$, formano la classe a „. ga l'origine del segno $\ni$ dal segno $\in$ rovesciato, perchè perazioni sono inverse.

Nell'espressione " $x \ni (p_x)$ „, " gli ... p_x..., la lettera x è *apparente*, c se cambiamo il nome della varia apparenti le lettere che figurano nzione.

Nell'enunciato completo di un teore renti.

Proposizioni congiunte alla defi

Sia x una successione di quantità rea

$$\lim x = a \,.=.\, \lim \text{mod}\,(x -$$

remo limitarci a considerare il limit quantità positive o nulle.

In alcune questioni seguenti, convi come una quantità. Perciò introdur

$$Q = \text{quantità (positiva)},$$
$$Q_0^{\infty} = Q, \text{ compreso lo zero}$$
$$N_0 = \text{numero naturale, con}$$

Supponiamo che x sia una successi so 0, 1, 2..., cioè $x_0, x_1, x_2 \ldots$ sono rmulario:

$$x \in Q_0^{\infty} \,\mathrm{F}\, N_0$$

è un Q_0^{∞} funzione degli N_0 „.

Per definire la proposizione $\lim x$ variabili m, n, h e dire che nell'ipot gurerà la tesi: $x_{m+n} < h$.

Ognuna delle lettere m, n, h può ffermazione universale o particolare, le a dire da una delle due parole vranno otto accoppiamenti delle lett le lettere m, n, h si possono permut egliemmo le lettere in modo che i

Digitized by Google

Nell'espressione " $x \ni (p_x)$ „, " gli x che soddisfano la con- e p_x „, la lettera x è *apparente,* cioè quell'espressione non se cambiamo il nome della variabile x in y. Parimenti, apparenti le lettere che figurano come indici al segno di ione.

Nell'enunciato completo di un teorema, tutte le lettere sono enti.

Proposizioni congiunte alla definizione di limite.

Sia x una successione di quantità reali. In virtù dell'identità:

$$\lim x = a \,.=.\, \lim \operatorname{mod}(x - a) = 0,$$

emo limitarci a considerare il limite 0 di una successione uantità positive o nulle.

In alcune questioni seguenti, conviene anche considerare come una quantità. Perciò introdurremo i simboli:

Q = quantità (positiva),
Q_0^∞ = Q, compreso lo zero e l'infinito,
N_0 = numero naturale, compreso lo zero.

Supponiamo che x sia una successione di Q_0^∞, i cui indici o 0, 1, 2..., cioè $x_0, x_1, x_2 \ldots$ sono Q_0^∞. Nei simboli del mulario:

$$x \in Q_0^\infty \mathrm{F}\, N_0$$

è un Q_0^∞ funzione degli N_0 „.

Per definire la proposizione $\lim x = 0$, occorre introdurre variabili m, n, h e dire che nell'ipotesi: $m \in N_0 \,.\, n \in N_0 \,.\, h \in Q$, uirà la tesi: $x_{m+n} < h$.

Ognuna delle lettere m, n, h può essere accompagnata dal- fermazione universale o particolare, cioè da uno dei segni $\supset, \exists$, e a dire da una delle due parole *ogni* e *qualche*, così che si anno otto accoppiamenti delle lettere m, n, h coi segni $\supset \exists$. lettere m, n, h si possono permutare in 6 modi; ma siccome gliemmo le lettere in modo che ipotesi e tesi fossero sim-

Digitized by Google

in m ed n, potremo sempre supporre che la lettera m la n; avremo così a considerare solo tre permutazioni m, h, n; h, m, n. Si presentano così 24 proposizioni. te proposizioni abbiano vario significato, fu osservato autori. Vedasi ad esempio:

EANO, *Sulla definizione di limite,* " Atti della R. Accalle Scienze di Torino „, 1913;

SSINA, *Sul concetto di limite,* " Rendiconti della R. Ac- dei Lincei „, 1928.

presente lavoro ci proponiamo appunto di studiare le oni differenti, così ottenute.

idero dapprima la permutazione degli indici m, n, h.

) $\supset_m \supset_n \supset_h$. Così indico la disposizione: universale in m, e in n, universale in h. In disteso:

$$m \in N_0 . \supset_m . \therefore . n \in N_0 . \supset_n : h \in Q . \supset_h . x_{m+n} < h ,$$

i m, si ha che per ogni n, ne risulta che per ogni h i deduce la tesi „. Ma la proposizione:

$$h \in Q . \supset_h . x_{m+n} < h$$

minore di ogni quantità prefissata h (tanto piccola vuole) „ significa: $x_{m+n} = 0$. Quindi la proposizione a:

$$m, n \in N_0 . \supset_{m,n} . x_{m+n} = 0 ,$$

ue siano m ed n, sempre $x_{m+n} = 0$ „, ossia tutti i ter- a successione sono nulli.

) $\exists_m \supset_n \supset_h$ " per qualche m si ha che per ogni n e per sulta la tesi „, per quanto si è detto in (1) vale:

$$\exists N_0 \cap m \ni [n \in N_0 . \supset_n . x_{m+n} = 0]$$

determinare un indice m, dal quale in poi tutti i valori zione sono nulli „.

ando Vx il valore intero di x (o Ex di altri autori), io è dato dalla funzione $V(5x)$, ove ad x attribuiamo , 2 ... Essa assume i valori 5, 2, 1, 1, 1, 0, 0, 0 ...

una nota:

G. PEANO, *Sugli ordini degli inf*
... 16-VI-1910, l'Autore fa corris
un nuovo ente, che chiama " fine

$\text{fine } x > \text{fine } y . = \exists N_0 \cap m \ni (n \in$
$. = . \quad „$
$. < . \quad „$

Si definiscono le operazioni algebri

$$\text{fine } x + \text{fine } y = \text{fine } (x$$
$$\text{fine } x \times \text{fine } y = \text{fine } (x$$

ni delle successioni non soddisfa ede. Con questa convenzione, la propo

$$0 = \text{fine } x.$$

Esiste una regola di logica, che dir

A. Da una proposizione universale s Nel nostro caso, da $\supset_m$ si deduce $\exists$

(3) $\supset_m \exists_n \supset_h$ " per ogni m e per la tesi „. Per quanto si è detto in

$$m \in N_0 . \supset_m . \exists N_0 \cap n \ni [x_{..}$$

Comunque sia l'indice m si può essivo $m+n$, tale che il valore c ...

Per esempio la funzione $x - (V\sqrt{x}$ 0, 1, 2 ..., costituisce una successi

$$0, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 3, 4$$

soddisfa alla condizione (3).

Dalla proposizione (2) si deduce l regola di logica (che però non st scolastica).

Digitized by Google

1 una nota:

G. Peano, *Sugli ordini degli infiniti*, " R. Accademia dei „, 16-VI-1910, l'Autore fa corrispondere ad ogni succes-*x* un nuovo ente, che chiama " fine x „, e che definisce così:

ne $x >$ fine y . $= \exists N_0 \cap m \ni (n \in N \,.\, \supset_n \,.\, x_{m+n} > y_{m+n})$

„ $=$ „ „ „ $=$ „

„ $<$ „ „ „ $<$ „

Si definiscono le operazioni algebriche:

$$\text{fine } x + \text{fine } y = \text{fine } (x + y),$$
$$\text{fine } x \times \text{fine } y = \text{fine } (x \times y), \text{ ecc.}$$

I fini delle successioni non soddisfano al postulato di Ar-ede. Con questa convenzione, la proposizione (2) si riduce a:

$$0 = \text{fine } x.$$

Esiste una regola di logica, che dirò *A*:

A. Da una proposizione universale si deduce la particolare. Nel nostro caso, da $\supset_m$ si deduce $\exists_m$, e quindi (1) $\supset$ (2).

(3) $\supset_m \exists_n \supset_h$ " per ogni m e per qualche n e per ogni h la tesi „. Per quanto si è detto in (1) vale:

$$m \in N_0 \,.\, \supset_m \,.\, \exists N_0 \cap n \ni [x_{m+n} = 0].$$

" Comunque sia l'indice m si può determinare un indice essivo $m + n$, tale che il valore corrispondente di x sia „.

Per esempio la funzione $x - (\sqrt{x})^2$, ove x assume i va-0, 1, 2 . . . , costituisce una successione

$$0, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 3, 4, 0, 1 \ldots,$$

soddisfa alla condizione (3).

Dalla proposizione (2) si deduce la (3) conformemente ad regola di logica (che però non sta scritta nei trattati di ca scolastica).

Digitized by Google

. Dalla proposizione particolare-universale segue la pro-
e universale-particolare.
nostro caso, da $\exists_m \mathfrak{I}_n$ segue $\mathfrak{I}_n \exists_m$, e permutando m
causa della loro simmetria, si ha $\mathfrak{I}_m \exists_n$.
ndico con Fine x la classe dei valori di fine z, ove z è
essione estratta dalla x, cioè composta di alcuni ter-
x, allora la proposizione (3) si può esprimere:

$$0 \in \text{Fine } x.$$

classe Fine $[x - (\sqrt{x})^2]$ è costituita da tutti gli N_0.

) $\exists_m \exists_n \mathfrak{I}_h$ " per qualche m e per qualche n e per
ale la tesi „ significa:

$$\exists N_0 \cap m \ni [\exists N_0 \cap n \ni (x_{m+n} = 0)],$$

lche termine della successione x è nullo.
ndico con $x(N_0)$ l'insieme, o classe, dei valori assunti
variare dell'indice nel campo N_0, la proposizione (4)
a:

$$0 \in x(N_0),$$

o dei valori assunti da x „.
a (3) si deduce la (4) colla regola A.
sumendo: (1) $\mathfrak{I}$ (2) $\mathfrak{I}$ (3) $\mathfrak{I}$ (4).

) $\mathfrak{I}_m \mathfrak{I}_n \exists_h$ " per ogni m e per ogni n e per qualche h
esi „, e in disteso:

$$m \in N_0 . \mathfrak{I}_m : n \in N_0 . \mathfrak{I}_n . \exists Q \cap h \ni (x_{m+n} < h).$$

la proposizione $\exists Q \cap h \ni (x_{m+n} < h)$ significa che x_{m+n}
Dunque la proposizione (5) significa " ogni termine è

) $\exists_m \mathfrak{I}_n \exists_h$ significa " da un certo posto in poi, tutti
sono finiti „.

) $\mathfrak{I}_m \exists_n \exists_h$ significa: " da ogni posto in poi la succes-
valori finiti „.

) $\exists_m \exists_n \exists_h$ significa: " la suc

la regola A si ha:

(1) $\mathfrak{I}$ (5), (2) $\mathfrak{I}$ (6), (3) $\mathfrak{I}$ (7)

le regole A e B si ha:

(5) $\mathfrak{I}$ (6) $\mathfrak{I}$ (7) $\mathfrak{I}$ (8

onsidero ora la permutazione degl

(9) $\mathfrak{I}_m \mathfrak{I}_h \mathfrak{I}_n$ vale la (1) $\mathfrak{I}_m \mathfrak{I}_n \mathfrak{I}_h$

C. Due affermazioni universali suc

(10) $\exists_m \mathfrak{I}_h \mathfrak{I}_n$ vale la (2) $\exists_m \mathfrak{I}_n$
$\mathfrak{I}_h \mathfrak{I}_n$ in $\mathfrak{I}_n \mathfrak{I}_h$, colla regola C.

(11) $\mathfrak{I}_m \exists_h \mathfrak{I}_n$ " per ogni m e per
la tesi „ e in disteso:

$$m \in N_0 . \mathfrak{I}_m . \exists Q \cap h \ni [n \in N_0 .$$

ica " comunque si prenda m si può
di ogni valore di x_{m+n}, ossia "
ri di x da ogni m in poi, è finito „
Se, come si è supposto, x è una s
di N_0, questa proposizione dice che
i valori di x è finito, l'$x(N_0) \in Q_0$
che x sia funzione di tutti i nume
sta proposizione (11) può essere ve
mite superiore dei valori di x. Per
$z \in Q$, soddisfa alla condizione (11)
suoi valori è ∞.
Colla regola A si ha (1) $\mathfrak{I}$ (11),
) (5).

(12) $\exists_m \exists_h \mathfrak{I}_n$ significa: " da
periore dei valori di x è finito „.

Digitized by Google

(8) $\exists_m \exists_n \exists_h$ significa: " la successione ha dei valori

er la regola *A* si ha:

$$(1) \supset (5), \quad (2) \supset (6), \quad (3) \supset (7), \quad (4) \supset (8),$$

le regole *A* e *B* si ha:

$$(5) \supset (6) \supset (7) \supset (8).$$

Considero ora la permutazione degli indici *m*, *h*, *n*:

(9) $\supset_m \supset_h \supset_n$ vale la (1) $\supset_m \supset_n \supset_h$, in virtù di una regola gica:

C. Due affermazioni universali successive si possono com- are.

(10) $\exists_m \supset_h \supset_n$ vale la (2) $\exists_m \supset_n \supset_h$, perchè basta com- are $\supset_h \supset_n$ in $\supset_n \supset_h$, colla regola *C*.

(11) $\supset_m \exists_h \supset_n$ " per ogni *m* e per qualche *h* e per ogni *n* la tesi " e in disteso:

$$m \in N_0 . \supset_m . \exists Q \frown h \ni [n \in N_0 . \supset_n . x_{m+n} < h]$$

ifica " comunque si prenda *m* si può determinare un *h* mag- e di ogni valore di x_{m+n} ", ossia " il limite superiore dei ri di *x* da ogni *m* in poi, è finito ".

Se, come si è supposto, *x* è una successione, cioè funzione i N_0, questa proposizione dice che il limite superiore di i i valori di *x* è finito, $l'x(N_0) \in Q_0$. Ma se supponiamo in- e che *x* sia funzione di tutti i numeri positivi, cioè $x \in Q\,F\,Q$, sta proposizione (11) può essere vera, senza che sia finito mite superiore dei valori di *x*. Per esempio la funzione $1/x$, $x \in Q$, soddisfa alla condizione (11), ma il limite superiore suoi valori è ∞.

Colla regola *A* si ha (1) $\supset$ (11), e colla regola *B* si ha) $\supset$ (5).

(12) $\exists_m \exists_h \supset_n$ significa: " da un certo *m* in poi, il limite eriore dei valori di *x* è finito ".

Digitized by Google

a regola A si ha: (2) = (10) ⊃ (12), (11) ⊃ (12), e per
a B si ha: (12) ⊃ (6).

13) $\supset_m \supset_h \exists_n$ " per ogni m e per ogni h e per qualche n
tesi „ e per disteso:

$$m \in N_0 . \supset_m : h \in Q . \supset_h . \exists N_0 \cap n \ni [x_{m+n} < h].$$

proposizione $\exists N_0 \cap n \ni [x_{m+n} < h]$ significa: " qualche va-
dal posto m in poi, è minore di h „, cioè $l_1 x (m + N_0) < h$,
te inferiore dei valori di x da m in poi, è minore di h „.
e ciò avviene per ogni h, cioè $\supset_h \exists_n$, segue: " il limite
dei valori di x, da m in poi, è zero „. E infine $\supset_m \supset_h \exists_n$

$$m \in N_0 . \supset_m . l_1 x (m + N_0) = 0 ,$$

si esprime nel Formulario con:

$$0 \in \mathrm{Lm}\, x$$

appartiene alla classe limite degli x_n.
x è una successione di numeri reali, e a un numero
definisce:

$$a \in \mathrm{Lm}\, x . = . 0 \in \mathrm{Lm\ mod}\, (x - a).$$

classe $\mathrm{Lm}\, x$ è la classe formata dai limiti di tutte le
ni che si possono estrarre da x ed aventi limite.
tre una successione può mancare di limite, esiste sempre
limite, includendovi anche l'∞. La classe limite si
CAUCHY (V. *Formulario*, tomo V, pagg. 215, 222 e 224).
a di classe limite andò quasi in disuso nei trattati di

i due elementi $\max \mathrm{Lm}\, x$ (massimo della classe limite)
$\mathrm{m}\, x$ (minimo della classe limite) con nomi diversi e
lirettamente furono considerati da DINI (a. 1878) e da
ori.

a classe limite vedasi:
. SANNIA, *I limiti di una funzione in un punto limite*
ampo, " Mem. Acc. di Torino „, 25 aprile 1915.
la regola di logica B si ha (3) ⊃ (13).

(14) $\exists_m \supset_h \exists_n$, per quanto si è
13), significa:

$$\exists N_0 \cap m \ni [l_1 x (m + N$$

ste un indice m tale che il limite
e in poi, è zero „.
Per la regola A: (2) = (10) ⊃ (14)
la B: (4) ⊃ (14).

(15) $\supset_m \exists_h \exists_n$ è identica alla (7)

D. Due proposizioni particolar
mutare.

(16) $\exists_n \exists_h \exists_n$ è identica alla (8)

Considero ora la permutazione deg

(17) $\supset_h \supset_m \supset_n$ è identica alla (1)

(18) $\exists_h \supset_m \supset_n$ significa: " esiste
ore di ogni valore della data suc
e superiore dei valori di x è finito

$$l' x (N_0) \in Q_0 , \text{ ossia } \infty \text{ n}$$

Colla regola B, (18) ⊃ 11; colla A

(19) $\supset_h \exists_m \supset_n$ " per ogni h e pe
e la tesi „ e per disteso:

$$h \in Q . \supset_h . \exists N_0 \cap m \ni [n \in N_0 .$$

Questa è la definizione del limite

$$\lim x = 0 .$$

Per la regola di logica B si ha
(2) ⊃ (19); e (19)
(20) $\exists_h \exists_m \supset_n$ vale la (12) pe
(21) $\supset_h \supset_m \exists_n$ vale la (13) pe

Digitized by Google

(14) $\exists_m \supset_h \exists_n$, per quanto si è visto nella spiegazione (13), significa:

$$\exists N_0 \cap m \ni [l_1 x (m + N_0) = 0]$$

ste un indice m tale che il limite inferiore dei valori di x, n in poi, è zero „.

Per la regola A: (2) = (10) $\supset$ (14), (13) $\supset$ (14); e per la la B: (4) $\supset$ (14).

(15) $\supset_m \exists_h \exists_n$ è identica alla (7) per la regola di logica:

D. Due proposizioni particolari successive si possono mutare.

(16) $\exists_m \exists_h \exists_n$ è identica alla (8), per la stessa regola *D.*

Considero ora la permutazione degli indici h, m, n.

(17) $\supset_h \supset_m \supset_n$ è identica alla (1), per la regola *C.*

(18) $\exists_h \supset_m \supset_n$ significa: " esiste una quantità positiva h ggiore di ogni valore della data successione x_n, cioè: " il te superiore dei valori di x è finito „:

$$l' x (N_0) \in Q_0, \quad \text{ossia} \quad \infty \text{ non } l' x (N_0).$$

Colla regola B, (18) $\supset$ 11; colla A, (1) = (17) $\supset$ (18).

(19) $\supset_h \exists_m \supset_n$ " per ogni h e per qualche m e per ogni n e la tesi „ e per disteso:

$$h \in Q . \supset_h . \exists N_0 \cap m \ni [n \in N_0 . \supset_n . x_{m+n} < h].$$

Questa è la definizione del limite e si scrive:

$$\lim x = 0.$$

Per la regola di logica B si ha:

$$(2) \supset (19); \quad \text{e} \quad (19) \supset (13).$$

(20) $\exists_h \exists_m \supset_n$ vale la (12) per la regola *D.*

(21) $\supset_h \supset_m \exists_n$ vale la (13) per la regola *C.*

Digitized by Google

2) $\exists_h \supset_m \exists_n$ " per qualche h e per ogni m e per vale la tesi „ e per disteso:

$$\in Q \cdot h \ni \{m \in N_0 \cdot \supset_m \cdot \exists N_0 \cdot n \ni [x_{m+n} < h]\}.$$

roposizione $\exists N_0 \cdot n \ni (x_{m+n} < h)$ significa che il limite dei valori di x da m in poi è minore di h, e quindi cioè $l_1 x (m + N_0) \in Q_0$, e poichè ciò avviene per ogni m, ricordando quanto si è detto nella spiegazione , risulta che la classe limite della successione x con- che elemento finito, cioè la proposizione (22) signi- $\cdot \cdot \operatorname{Lm} x$, o anche ∞ non $= \lim x$.

a regola A si ha: (13) = (21) $\supset$ (22), e per la regola B: = (7).

) $\supset_h \exists_m \exists_n$ significa:

$$h \in Q \cdot \supset_h \cdot l_1 x (N_0) < h,$$

$$l_1 x (N_0) = 0.$$

, per la regola B: (14) $\supset$ (23).

) $\exists_h \exists_m \exists_n$ vale la (8) per la regola D.

esaminammo le 24 proposizioni che contengono gli enti della definizione di limite, ma che ne differiscono e delle proposizioni universali e particolari.

ueste passano numerose relazioni, che si deducono e di logica A, B, C, D, viste a proposito delle pro- 2), (3), (9) e (15).

proposizioni considerate, oltre la definizione di limite, oli quelle che contengono fine, la classe Fine, e la ite.

isto, per la regola C, che due affermazioni universali si possono commutare e ridurre anche ad una sola, segno $\supset$ gli indici delle due affermazioni. Lo stesso due affermazioni particolari successive, per la re- a una affermazione universale non si può commutare olare; sussiste solo la regola B.

rò "grado logico „ di una prop $\supset$, $\exists$ il numero minimo di questi successioni dei segni $\supset$, $\exists$.

la matematica vi sono poche prop

$$2 + 3 = 5.$$

maggior parte delle proposizioni è solo segno $\supset$.

La definizione del limite di una (19), di terzo grado logico. La d l_1) data dalla (23) è di secondo

Notizie storich

EUCLIDE, libro V, definizione 4, lib e b sono grandezze omogenee, e rale m, tale che $ma > b$ „; in sim

$$a, b \in Q \cdot a < b \cdot \supset \cdot \exists N \cdot$$

posizione di secondo grado logico; . Euclide dimostra proposizioni re mi, ecc. In sostanza si usa il pr limite superiore dei poligoni inscr poligoni circoscritti.

ARCHIMEDE, *Della sfera e del cili* ta la proposizione precedente, or ato di Archimede „, e la ripete lle linee spirali „; e se ne serve dro, del cono, della sfera, ecc.

La definizione di derivata esige one. Questa idea è chiara in Newt matici di quel tempo; tutte le for definizione spesso si riduceva a esime, evanescenti, ecc.

NEWTON, *Philosophiae naturalis* rimus, scholium, parlando del rap enti, dice:

Digitized by Google

Dirò "grado logico„ di una proposizione contenente più
i $\supset$, $\exists$ il numero minimo di questi segni, cioè il numero
e successioni dei segni $\supset$, $\exists$.

In matematica vi sono poche proposizioni di grado zero:

$$2 + 3 = 5.$$

maggior parte delle proposizioni è di grado uno, e contiene
solo segno $\supset$.

La definizione del limite di una funzione è la proposi-
e (19), di terzo grado logico. La definizione del limite infe-
e (l_1) data dalla (23) è di secondo grado logico.

Notizie storiche.

EUCLIDE, libro V, definizione 4, liberamente tradotto, dice:
e a e b sono grandezze omogenee, e $a < b$, esiste un numero
urale m, tale che $ma > b$„; in simboli:

$$a,\ b \in \mathrm{Q} \,.\, a < b \,.\supset.\, \exists\, \mathrm{N} \,.\, m \ni (ma > b),$$

posizione di secondo grado logico; basandosi su questo prin-
io, Euclide dimostra proposizioni relative all'area del circolo,
olumi, ecc. In sostanza si usa il principio: l'area del cerchio
l limite superiore dei poligoni inscritti, ed il limite inferiore
poligoni circoscritti.

ARCHIMEDE, *Della sfera e del cilindro,* libro I, postulato 5,
orta la proposizione precedente, ora nota col nome di "po-
lato di Archimede„, e la ripete nella prefazione al libro
elle linee spirali„; e se ne serve per trovare l'area del ci-
dro, del cono, della sfera, ecc.

La definizione di derivata esige il limite (lim) di una fun-
ne. Questa idea è chiara in Newton, Leibniz, Eulero, e ma-
natici di quel tempo; tutte le formule erano esatte, ma la
o definizione spesso si riduceva a sinonimi: quantità infini-
sime, evanescenti, ecc.

NEWTON, *Philosophiae naturalis principia mathematica,* liber
imus, scholium, parlando del rapporto di quantità evane-
enti, dice:

Digitized by Google

ectio est quod quantitatum evanescentium nulla sit oportio; quippe quae, antequam evanuerunt, non est bi evanuerunt, nulla est „.

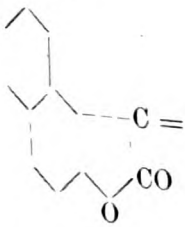
one libera: " Alla definizione di tangente ad una curva, giungente due punti coincidenti, si può fare l'obbie- ima che i due punti coincidano, quella retta non è ngente; e quando i due punti coincidono, quella retta iù „.

ndo il citato articolo del prof. Peano, la prima enun- lella definizione di limite colle tre variabili apparenti, -particolare-universale, rimonta a circa il 1870. Ivi riportate molte altre definizioni precedenti e seguenti.

Influenza dei sostitu sulla stabilità di alcuni com

Nota di MICHELE GIUA e GIOVAN
presentata dal Socio nazion. residente

Il 4, 5—benzocumarandione, otten no di noi (1) e in seguito studiato da ide (4) e Saftien (5), a causa del s all'acido 2-ossi-1-naftilgliossilico, si p lo della stabilità o meno del nucleo alcuni sostituenti. Giua e De Fran 5-benzocumarandione, per azione opprima un monofenilidrazone al qua ente costituzione:



Tale formola viene confermata idrazone cennato, ottenuto per azi

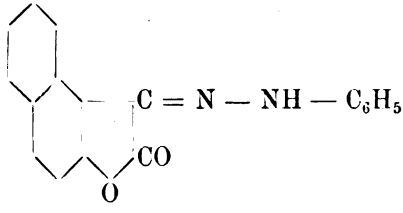
(1) GIUA, " Gazz. chim. ital. „, 47, I (19 (1924).
(2) " Helv. Chim. Acta „, 4, 394 (1921).
(3) " Ber. chem. Gesell. „, 54, 715 (192
(4) " Ber. chem. Gesell. „, 54, 1213 (19
(5) " Ber. chem. Gesell. „, 58, 1958 (19

Digitized by Google

Influenza dei sostituenti sulla stabilità di alcuni composti ciclici.

Nota di MICHELE GIUA e GIOVANNI RACCIU
presentata dal Socio nazion. residente Felice Garelli.

Il 4, 5—benzocumarandione, ottenuto per la prima volta uno di noi (1) e in seguito studiato da Staudinger (2), Fries (3), llé (4) e Saftien (5), a causa del suo carattere di lattone l'acido 2-ossi-1-naftilgliossilico, si presta assai bene per lo dio della stabilità o meno del nucleo cumarandionico rispetto alcuni sostituenti. Giua e De Francisci hanno trovato che 4, 5-benzocumarandione, per azione della fenilidrazina, forma oprima un monofenilidrazone al quale si deve attribuire la guente costituzione:

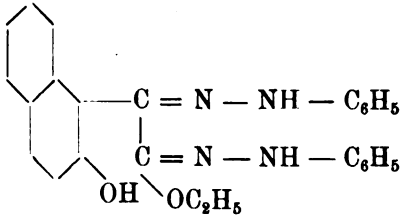


Tale formola viene confermata dalla identità del monofelidrazone cennato, ottenuto per azione diretta della fenilidra-

(1) Giua, " Gazz. chim. ital. „, 47, I (1927); Giua e De Francisci, *54*, 10 (1924).
(2) " Helv. Chim. Acta „, *4*, 394 (1921).
(3) " Ber. chem. Gesell. „, *54*, 715 (1921).
(4) " Ber. chem. Gesell. „, *54*, 1213 (1921).
(5) " Ber. chem. Gesell. „, *58*, 1958 (1925).

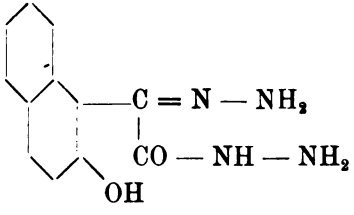
Digitized by Google

ul 4, 5-benzocumarandione, col composto preparato per
ia da M. Passerini (6). Con un eccesso di fenilidrazina
'apertura dell'anello pentagonale e dalla soluzione alcoo-
ottiene un composto i cui dati analitici coincidono con
ula seguente:



questa Nota si prende in esame il comportamento dello
benzocumarandione verso l'idrazina. Per azione di un
di idrazina sulla soluzione alcoolica del benzocumaran-
i ottiene l'idrazone-idrazide dell'acido 2-ossi-1-naftilglios-
della formula:

(I)

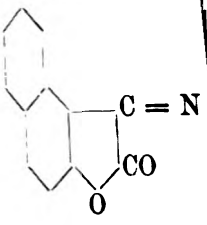


attando il benzocumarandione con una molecola di idrato
zina non si riesce ad ottenere il 3-monoidrazone allo
uro, per quanto si abbia indizio della formazione di un
o di condensazione. Allo stato di acetilderivato si ottiene
facilmente dal composto precedente per azione dell'ani-
cetica che insieme alla reazione acetilante verso l'ag-
mento idrazinico in posizione 3 elimina il residuo idrazi-
ciclizza in seguito a derivato del cumarandione. I dati
i per il prodotto che si forma per azione dell'anidride ace-

Gazz. chim. ital. „, *54*, 189 (1924).

sull'idrazone-idrazide del 4,5-
composto della formola:

(II)



Questa reazione trova riscon
nilanilide dell'acido 2-ossi-1-naf
nte dal Saftien.

PARTE SPERIM

Gr. 5 di 4, 5-benzocumarandio
nico, si disciolgono in 250 c. c. d
nuta si aggiungono gr. 6 di idr
zione s'inizia subito con svilupp
ta la separazione di un'abbondant
ccolta e seccata all'aria, pesa gr. 3
si ottengono lamelle bianche arge
n decomposizione.

All'analisi:

Gr. 0,2713 di sostanza dettero gr. 0,58
Gr. 0,1546 di sostanza dettero c. c. 31,

Trov

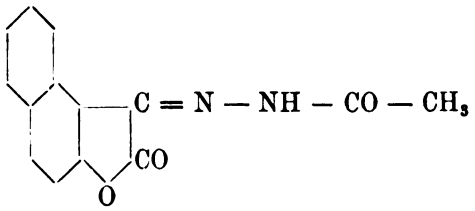
per $C_{12}H_{12}O_2N_4$ C %
H „
N „

La sostanza, che corrisponde all
comuni solventi organici, tranne l'e
olforico concentrato dà una intensa

Trattando gr. 1,5 di idrazone-i
ride acetica per debole riscaldame
alla, che cristallizzata dall'acido

Digitized by Google

a sull'idrazone-idrazide del 4,5-benzocumarandione concordano un composto della formola:

(II) 

Questa reazione trova riscontro nel comportamento del-nilanilide dell'acido 2-ossi-1-naftilgliossilico, chiarito recen-mente dal Saftien.

Parte sperimentale.

Gr. 5 di 4, 5-benzocumarandione, cristallizzato dall'acido cetico, si disciolgono in 250 c. c. di alcool e alla soluzione così ttenuta si aggiungono gr. 6 di idrato di idrazina al 50 %. La azione s'inizia subito con sviluppo di calore e dopo poco si ota la separazione di un'abbondante sostanza biancastra, che, accolta e seccata all'aria, pesa gr. 3,8. Si cristallizza dall'alcool si ottengono lamelle bianche argentee che fondono a 195-196° on decomposizione.

All'analisi:

Gr. 0,2713 di sostanza dettero gr. 0,5865 di CO_2 e gr. 0,1075 di H_2O.
Gr. 0,1546 di sostanza dettero c. c. 31,2 di N (a 22° e 750 mm.).

		Trovato	Calcolato
per $C_{12}H_{12}O_2N_4$	C %	58,96	59,01
	H "	4,43	4,96
	N "	23,02	22,90

La sostanza, che corrisponde alla formula (I), è solubile nei comuni solventi organici, tranne l'etere di petrolio. Con acido solforico concentrato dà una intensa colorazione violetta.

Trattando gr. 1,5 di idrazone-idrazide con 15 c. c. di anidride acetica per debole riscaldamento si separa una sostanza gialla, che cristallizzata dall'acido acetico fonde a 244°.

Digitized by Google

'analisi :

0,1049 di sostanza dettero gr. 0,2539 di CO_2 e gr. 0,0424 di H_2O.
0,1040 di sostanza dettero c. c. 10,4 di N (a 12° e 732 mm.).

		Trovato	Calcolato
	C %	66,01	66,10
per $C_{14}H_{10}O_2N_2$	H "	4,49	3,93
	N "	11,6	11,02

sostanza è solubile nei comuni solventi organici; poco in etere di petrolio; con acido solforico conc. dà una colorazione rosso-vinosa.

Torino, Laboratorio di Chimica organica
della R. Scuola d'Ingegneria.

Studio mineralogico dei terreni a

Nota del Socio nazion. resid. E

Dalla Stazione Sperimentale di R
rono comunicati per lo studio nume
rari provenienti dalle varie parti del
lla regione compresa tra le falde d
mi Dora Baltea, Po e Sesia.

I campioni furono prelevati alla
rono trasmessi già preventivament
ialoso e sabbioso grossolano e dei fr

Scopo precipuo del lavoro la det
ei componenti sabbiosi del terreno,
ltura, sia in riguardo al loro stato d
mente legato ad alcuni dei caratter
anti del terreno agrario.

Data l'indole del lavoro ed i suoi
ativi, per i quali la determinazione
mponenti rari od eccezionali del te
pprezzabile, le ricerche si poterono
to relativamente modesto, lontane
a uno studio completo dei singoli m
mo quindi procedere con una certa

Di ciascun campione, sopra
0-20 gr.), fu operata innanzitutto u
llontanarne la parte colloidale arg
ristallino che per la sua estrema f
determinazione microscopica fatta co
Parte dello scheletro sabbioso così

Digitized by Google

Studio mineralogico dei terreni agrari del Vercellese.

Nota del Socio nazion. resid. EMILIO REPOSSI

Dalla Stazione Sperimentale di Risicoltura di Vercelli mi rono comunicati per lo studio numerosi campioni di terreni rari provenienti dalle varie parti del territorio vercellese, ossia lla regione compresa tra le falde della zona montuosa ed i mi Dora Baltea, Po e Sesia.

I campioni furono prelevati alla superficie del terreno e mi rono trasmessi già preventivamente spogli dello scheletro iaioso e sabbioso grossolano e dei frustoli vegetali più visibili.

Scopo precipuo del lavoro la determinazione mineralogica ei componenti sabbiosi del terreno, sia in riguardo alla loro atura, sia in riguardo al loro stato di conservazione, ch'è stret-mente legato ad alcuni dei caratteri praticamente più impor-nti del terreno agrario.

Data l'indole del lavoro ed i suoi scopi essenzialmente appli-ativi, per i quali la determinazione della maggior parte dei omponenti rari od eccezionali del terreno non ha importanza pprezzabile, le ricerche si poterono mantenere entro un àm-ito relativamente modesto, lontane dalle minuziosità richieste a uno studio completo dei singoli materiali alluvionali, e pote-ono quindi procedere con una certa speditezza.

Di ciascun campione, sopra una quantità determinata 10-20 gr.), fu operata innanzitutto una prudente levigazione per llontanarne la parte colloidale argillosa e tutto il pulviscolo ristallino che per la sua estrema finezza non si presta ad una eterminazione microscopica fatta con gli ordinari ingrandimenti. Parte dello scheletro sabbioso così ottenuto (e pesato) venne

Digitized by Google

sta ad un rapido trattamento con acido cloridrico molto prima a freddo e poi a caldo, ottenendone così sia una na lavatura, necessaria per le determinazioni ottiche, sia atazione rapida della eventuale presenza di carbonati.

nto il residuo non lavato come quello lavato furono tacciati con una reticella metallica di 440 maglie per cm^2. e più grossolana fu volta per volta esaminata con una inoculare ($\times$ 20) per la determinazione ad occhio dei enti più sicuramente riconoscibili, ed anche per separd esaminarne con tutte le risorse della tecnica minerai componenti di dubbia o difficile determinazione. La tacciata, formata da granuli di dimensioni opportune per ta determinazione al microscopio, fu invece divisa ultete in due porzioni mediante bromoformio ($d = 2,9$), ottecosì da una parte la concentrazione di tutti i minerali (quarzo, calcedonio, felspati, calcite, dolomite, ecc.) e a i così detti minerali pesanti. Quest'ultima separazione, a agli ordinari metodi di concentrazione dei minerali perchè più delicata e perfetta, rende non solo più rapida rminazione dei singoli componenti, ma permette anche satto apprezzamento della loro frequenza e, dato lo scopo oro, è completamente sufficiente. In nessun caso infatti tte ricorrere ad ulteriori separazioni gravimetriche per a determinazione dei vari minerali, bastando sempre la microscopica fatta, per ciascuna porzione, sopra un non numero di preparati (quattro o cinque, rispondenti 2500 granuli all'incirca).

indagini sui terreni del Vercellese, così condotte, non a pretesa di essere, sotto il riguardo strettamente scienompletamente esaurienti. Non è impossibile, sebbene poco e, che qualcuno dei componenti rari delle sabbie sia al controllo, e occorre notare che il prelevamento dei i, fatto in superficie e con indirizzo agrario piuttosto ogico, può essere in qualche caso inadatto a darci un'idea a della composizione dei vari lembi alluvionali; ma, pur , parmi che la somma di lavoro compiuta rappresenti trascurabile contributo allo studio mineralogico dei ter-

al quale ora si dà un'impo
dello studio chimico, fisico
I campioni di terreni agrari
ribuite regolarmente nel terri
sentano cronologicamente tutti
cene recente (alluvium) e ant
cene (diluvium medio e infe
meno il terreno di rimaneggia
La provenienza delle alluvion
uplice: esistono cioè nel Ve
sesiane, alluvioni biellesi e all
mente si posson trovare in qua
o puro e in casi più frequenti va
condizione si verifica soprattu
mate padane, le quali nel terri
tuite in parte da materiali
e da materiali di provenienza
no pure tra le alluvioni aostan
anche al rimaneggiamento c
tali hanno fatto delle mórene
questa ragione i materiali di p
amente diffusi nel territorio ve
Le alluvioni sesiane pure sono
scia di alluvium che costeggia
enza col Cervo e con l'Elvo. Do
amo alluvioni miste sesiane-bielle
anche con alluvioni della
mbrano largamente estese su tu
rritorio vercellese: ciò che è d'
questa porzione di piano diluvi
rivi che la percorrono, orientati
Ma se questa è la distribuzi
sson darsi casi, e si danno in
el materiale non è prevedibile o
erazioni alle quali abbiamo acc
lo scheletro sabbioso di un ter
etrografica delle rocce dei vari

Digitized by Google

al quale ora si dà un'importanza non molto inferiore a
la dello studio chimico, fisico e organico dei terreni stessi.
I campioni di terreni agrari studiati, provenienti da località
ribuite regolarmente nel territorio vercellese di pianura, rap-
entano cronologicamente tutti i terreni del quaternario, ossia
cene recente (alluvium) e antico (diluvium superiore) e il
ocene (diluvium medio e inferiore), non escluso il morenico
meno il terreno di rimaneggiamento morenico.

La provenienza delle alluvioni si può già a priori ritenere
druplice: esistono cioè nel Vercellese alluvioni padane, allu-
ni sesiane, alluvioni biellesi e alluvioni aostane; le quali natu-
mente si posson trovare in qualche caso, diremo così, allo
o puro e in casi più frequenti variamente mescolate. Quest'ul-
a condizione si verifica soprattutto nelle alluvioni che abbiam
amate padane, le quali nel territorio vercellese sono in realtà
tituite in parte da materiali di provenienza aostana e in
te da materiali di provenienza più occidentale. Mescolanze si
no pure tra le alluvioni aostane e quelle biellesi, dovute in
te anche al rimaneggiamento che i torrenti biellesi più occi-
ntali hanno fatto delle morene dell'anfiteatro d'Ivrea. Anche
r questa ragione i materiali di provenienza aostana sono molto
gamente diffusi nel territorio vercellese.

Le alluvioni sesiane pure sono limitate ad una non larga
iscia di alluvium che costeggia la Sesia prima della sua con-
enza col Cervo e con l'Elvo. Dopo di questa confluenza ab-
amo alluvioni miste sesiane-biellesi e più in basso forte mesco-
nze anche con alluvioni della Dora, le quali ultime invero
mbrano largamente estese su tutta la parte meridionale del
rritorio vercellese: ciò che è d'accordo col declivio generale
questa porzione di piano diluviale e con l'andamento di tutti
rivi che la percorrono, orientati da nord-ovest a sud-est.

Ma se questa è la distribuzione generale delle alluvioni,
osson darsi casi, e si danno in realtà, in cui la provenienza
el materiale non è prevedibile o non è spiegabile con le consi-
erazioni alle quali abbiamo accennato. L'esame mineralogico
ello scheletro sabbioso di un terreno, confrontato con la natura
etrografica delle rocce dei vari bacini fluviali, tenendo conto

Digitized by Google

...tto delle rocce eventualmente sviluppate in un solo ...uò fornirci un documento sicuro di provenienza. Parve ... ogni modo prudente ed opportuno confortare le dedu... ...cavabili da questo confronto, studiando le alluvioni ...ei corsi d'acqua principali che bagnano o attraversano ...rio vercellese, ed a questo scopo furono per ciascuno ...relevati e studiati appositi campioni di sabbia viva.

...oi da notarsi che l'analisi mineralogica delle sabbie ...i offre un altro termine di confronto necessario. Non ...o infatti dimenticare che per lo studio del suolo agrario ... non solo la composizione mineralogica attuale dello ... sabbioso, ma anche la composizione primitiva. Occorre ...bilire, fin dove sia possibile, quali siano i minerali che ...rzialmente o interamente scomparsi dal terreno dal ... in cui l'alluvione si è formata sino ad oggi. Questa ...zione si può fare anche tenendo conto semplicemente ... che le sabbie vercellesi sono tutte costituite dagli stessi ...essenziali, ossia sono qualitativamente pressapoco eguali, ...ella maggioranza dei casi, e differiscono solo per le ... relative dei diversi costituenti o per la presenza di ...minerale subordinato. Ma è evidente che lo studio della ...ione attuale delle alluvioni ci permette in ogni caso di ... su una base più sicura e più completa.

...uesto confronto è tanto più opportuno, a proposito dei ...el Vercellese, in quanto questi appartengono, come s'è ...tutti i diversi livelli del quaternario; attraverso i quali ...n qualche caso possibile accompagnare gradualmente ...vari stadi l'alterazione dei minerali del terreno.

...avoro consimile, con ben diversa competenza, si propo... ...fare il compianto prof. Artini sopra i terreni agrari del ... e lo aveva iniziato con un suo studio sulla brughiera ..., inserito nel volume *Le Brughiere* (1). In questo studio ...a preso in esame tre campioni di terreno del diluvium

...blicato nel 1927 in onore del prof. Angelo Menozzi in occasione ...niversario della sua laurea.

...ore, due del diluvium medio e... ...enti da vari punti del Gallara... ...ma. I risultati ai quali Egli è... ...atezza d'indagine che gli era ... ...ondenza con quelli che risulta... ...e da un lato conforta il mio s... ...servazioni dell'Artini hanno inv... ...o prese per base per ogni studi... Quali siano le vicende attravers... ...ti minerali del terreno appare chi... ...mposizione delle alluvioni fresche... ...n del quaternario antico, rappres... ...rrai delle *baragge* tipiche (n. 3, ...ettamente analogo a quello notat... ...*rona*, la sostanza calcarea è int... ...ui sono tutti profondamente alter... ...idratazione e l'ossidazione di tutto... ...bile sono complete.

Il processo di alterazione si concr... ...ambiente ossidante, con intenso dil... ...costituiti dai composti dei metalli a...

Come è noto, questo processo vien... ...ficato col nome di *ferrettizzazione*. ...rizzato dalla trasformazione in ferr... ...i e dalla integrale conservazione, ...tro, che si osserva spesso concen... ...monitici duri entro il terreno ferre... ...n intensa e tipica tinta ocracea.

Nei terreni appartenenti ai vari l... ...uadro di alterazione va gradualmen... ...tando lo scheletro sabbioso di ciasc... ...vo dire, alle vicende dei vari compo... ...ciascuno dei quali appare sotto ques... ...ignificativo.

(1) E. Artini, op. cit., pag. 11.

eriore, due del diluvium medio e due del diluvium inferiore, renienti da vari punti del Gallaratese e del territorio a nord Lonza. I risultati ai quali Egli è giunto con quella straordi- a acutezza d'indagine che gli era propria trovano una perfetta ispondenza con quelli che risultano dalle mie ricerche: ciò se da un lato conforta il mio studio, dall'altro prova che sservazioni dell'Artini hanno invero una portata generale e no prese per base per ogni studio del genere.

Quali siano le vicende attraverso le quali passano i compo- ti minerali del terreno appare chiaro quando si confronta con composizione delle alluvioni fresche la composizione delle allu- ni del quaternario antico, rappresentate nel Vercellese dai reni delle *baragge* tipiche (n. 3, 4, 5). In queste, in modo fettamente analogo a quello notato dall'Artini per il terreno *groana*, la sostanza calcarea è interamente scomparsa, i feld- ti sono tutti profondamente alterati e trasformati in argilla, idratazione e l'ossidazione di tutto quanto è ossidabile e idra- ile sono complete.

Il processo di alterazione si concreta in una profonda idrolisi, ambiente ossidante, con intenso dilavamento dei prodotti solu- costituiti dai composti dei metalli alcalini e alcalino-terrosi (1).

Come è noto, questo processo viene ormai convenzionalmente icato col nome di *ferrettizzazione*. Esso risulta infatti carat- izzato dalla trasformazione in ferrici di tutti i composti fer- i e dalla integrale conservazione, insieme con l'allumina, del ro, che si osserva spesso concentrato in forma di noduli onitici duri entro il terreno ferrettizzato e che dà a questo intensa e tipica tinta ocracea.

Nei terreni appartenenti ai vari livelli del quaternario questo adro di alterazione va gradualmente disegnandosi, e noi, stu- ndo lo scheletro sabbioso di ciascuno di essi, assistiamo, si ò dire, alle vicende dei vari componenti minerali del terreno; alcuno dei quali appare sotto questo riguardo particolarmente gnificativo.

---

(1) E. Artini, op. cit., pag. 11.

Digitized by Google

ıinerali sui quali l'Artini richiama in modo speciale l'at- per i terreni del Milanese sono i *feldspati*, gli *anfiboli*, *i*, la *biotite*, i *carbonati* e l'*apatite*.

feldspati nota innanzitutto la alterabilità molto mag- i termini poveri di silice che nei termini ricchi ; tanto agioclasi basici sono alteratissimi o addirittura scom- che nei terreni relativamente recenti. L'*ortoclasio* e sopra *microclino* hanno una resistenza molto maggiore.

este osservazioni appaiono perfettamente confermate dal- dei terreni del Vercellese, in cui la riduzione progres- l'elemento feldspatico, del resto logica e prevedibile, etto e regolare. Nei terreni di ciascun tipo d'alluvione *lasi sodico-calcici* sono sempre notevolmente più scarsi *clasio* ed in qualche caso scompaiono del tutto, mentre ancora una percentuale discreta di quest'ultimo. Il *ıo*, come già altra volta osservai (1), nelle alluvioni del se è un elemento importante solo per quelle di prove- esiana, tanto da costituire con la sua frequenza uno dei distintivi delle sabbie della Sesia in confronto con tutte che lo contengono solo in percentuali nettamente infe- a m'è parso di notare che la riduzione del microclino con una rapidità assai minore di quella degli altri . E non posso esprimermi in modo più reciso unicamente el Vercellese alluvioni sicuramente sesiane molto antiche esistono e il confronto dovette esser limitato a quello ıbbie attuali e le alluvioni del diluvium medio.

le alluvioni sesiane e in quelle che scendono dalle colline e tra Cossato e Gattinara entra come componente abba- bbondante la pasta felsitica rosea. Anche per questa le osservazioni fatte sui feldspati acidi.

rtini, nel lavoro citato come in altri antecedenti, e già Lui il Salmojraghi hanno insistito a lungo sul compor- dell'orneblenda, in cui, oltre alla progressiva riduzione,

---

Reposs**ı**, *Osservazioni mineralogiche sopra alcune sabbie del sotto- pianura presso Novara* (" Atti Accad. delle Scienze di Torino ", , 1928).

possono osservare caratteristiche e f ... come è noto, dalle cuspidi di ... mità dei cristalli e sui mar ... l'alterazione.

La progressiva riduzione nella ... tutti gli altri anfiboli verde ... abbastanza nettamente ... Vercellese e non di rado si hann ... (alluvioni del Cervo e Biel ... mi parve di rilevare la frequen ... degli anfiboli, i quali specie in ... in esili individui coi mar ... mentre nelle sabbie attuali ... a spigoli vivi.

In tutte le alluvioni studiate ... sesiane e biellesi, è componente ... l'orneblenda bruna ... anfiboli.

Il *glaucofane* invece, la cui fre...

Digitized by Google

possono osservare caratteristiche forme di alterazione rappre-
tate, come è noto, dalle cuspidi di corrosione che si disegnano
estremità dei cristalli e sui margini delle crepe entro le
li s'insinua l'alterazione.

La progressiva riduzione nella percentuale dell'orneblenda
ne di tutti gli altri anfiboli verde chiaro o incolori (tremolite)
osserva abbastanza nettamente anche nelle varie alluvioni
Vercellese e non di rado si hanno anche esempi di forme
pidate (alluvioni del Cervo e Biellesi in genere); ma sopra
to mi parve di rilevare la frequenza di vere forme di suc-
atura degli anfiboli, i quali specie in certi terreni si presentano
itamente in esili individui coi margini e le estremità arro-
dati, mentre nelle sabbie attuali sono sempre in forma di
egge a spigoli vivi.

In tutte le alluvioni studiate, ma in particolar modo in
elle sesiane e biellesi, è componente abbastanza frequente e
atteristico l'*orneblenda bruna*. Anch'essa subisce la sorte degli
ri anfiboli.

Il *glaucofane* invece, la cui frequenza è in certo modo reci-
oca di quella degli anfiboli bruni, ossia aumenta notevolmente
lle alluvioni sesiane a quelle della Dora Baltea, di cui è in
te le sue forme un componente di abbondanza veramente
atteristica, mi sembra notevolmente più resistente degli altri
fiboli. Non vi si notano infatti con sicurezza nè la riduzione
quantità nelle alluvioni antiche nè le forme di corrosione così
atteristiche degli anfiboli verdi.

Il *granato*, come nota l'Artini, si comporta in modo perfet-
mente analogo a quello degli anfiboli verdi. La riduzione pro-
essiva della sua quantità si rileva non meno agevolmente,
chè nella generalità delle alluvioni vercellesi è un componente
rettanto abbondante e non di rado parmi persino più abbon-
nte della stessa orneblenda. La corrosione degli individui di
nato è spesso caratteristica: questi son talvolta ridotti a veri
heletri di cristalli, e pur non di rado vi si nota la faccetta-
a rilevata in essi dall'Artini.

La *biotite* in tutte le alluvioni del Vercellese è un compo-
nte relativamente molto scarso: ciò che del resto è in perfetto

Digitized by Google

con la natura petrografica dei bacini da cui provengono
ni stesse, scavati in buon parte nella zona dei gneiss-Sesia
mente muscovitici. La trasformazione in " mica dorata „
ola in tutte le alluvioni non attuali.
rtini nota la scomparsa assoluta dell'*apatite* e dei carbo-
terreni del diluvium antico.
quanto riguarda l'*apatite* noto che si tratta di un compo-
uramente presente nelle alluvioni fresche, ma sempre
ità molto scarsa: tanto che la sua constatazione richiede
l'esame accurato di diversi preparati. Non ho trovato
atite nei terreni di baraggia e neppure nei terreni del
medio e superiore: ma, dato l'indirizzo del presente
non posso dare a questa constatazione negativa un
valore.
scomparsa dei carbonati nei terreni del diluvium antico
ta. Per i terreni più recenti, in cui, data la provenienza
uvioni vercellesi, la calcite originaria è solo eccezional-
resente in quantità apprezzabile, si trova invece con
maggiore frequenza la *dolomite*. Ciò ch'è confermato dal
spesso col trattamento con acido cloridrico diluito
cenza si ottiene solo a caldo.
le alluvioni del Milanese studiate dal Salmojraghi e dal-
pirosseni, sia rombici che monoclini, sono componenti
mi o addirittura eccezionali. Di guisa che questi Autori
o nessuna osservazione sul loro grado di alterabilità.
e alluvioni del Vercellese invece, e specialmente nelle
biellesi e sesiane, i cui bacini d'origine sono ampia-
tagliati nelle rocce gabbro-dioritiche della " zona d'Ivrea „,
ni sono spesso quasi altrettanto abbondanti come gli
Predominano nelle alluvioni i *pirosseni rombici*, tanto
te riconoscibili pel loro pleocroismo rosso-verde (iper-
statite), ma non mancano neanche i monoclini.
e parve di osservare che i pirosseni subiscano vicende
rse da quelle degli anfiboli verdi, sia in riguardo alla
di quantità nelle alluvioni antiche sia in riguardo alle
corrosione. In un campione prelevato a Buronzo (dilu-
.), relativamente molto ricco di orneblenda bruna e di

...ni rombici, si osservano freq...
...nte cuspidati e non dissimili ...

Se questi sono i principali compo...
..., si possono pure elencare di...
...ettero perfettamente alle azioni
... nelle alluvioni dal quaternario
...arzo, sono da enumerarsi sopratt...
..., la muscovite, i minerali del ...
...malina, lo zircone, il rutilo, la ...
Pel *quarzo* non occorre spender pa...
...re per il *calcedonio* organogeno,
Vercellese è veramente eccezionale
...rreni dei dintorni di Villa del Bo...
... Roasenda, che scendono da quest...
... il noto affioramento di calcari li...
...pegne.
I minerali del gruppo *epidoto-zoisi*...
...tiva abbondanza con la quale si t...
...cellese. Sono frequenti specialment...
..., ma non mancano, anzi sono tal...
... i termini zoisite-clinozoisite, del
...sano non di rado, anche nei terre...
...a parallela ad *y* perfettamente co...
... una diagnosi sicura.
La quantità di questi minerali c...
...a età non sembra diversa, e se p...
... relativo aumento nelle alluvioni an...
...enti alterabili, è però certo che no...
...onabile a quella degli anfiboli e,
...spati.
La stessa affermazione si può r...
...le è pure generalmente abbastanz...

---

(1) S. Franchi, *Le pietre da Coti di V*...
...a Miner. „, vol. XXI, n. 3, Torino, 19...
Atti Reale Accad. – Parte Fisica. –...

Digitized by Google

sseni rombici, si osservano frequenti granuli di iperstene amente cuspidati e non dissimili da quelli orneblendici.

Se questi sono i principali componenti alterabili del terreno rio, si possono pure elencare diversi componenti i quali stettero perfettamente alle azioni disgreganti che si manifeono nelle alluvioni dal quaternario antico sino ad ora. Oltre uarzo, sono da enumerarsi soprattutto i minerali del gruppo loto, la muscovite, i minerali del gruppo clorite-serpentino, ormalina, lo zircone, il rutilo, la magnetite e l'ilmenite.

Pel *quarzo* non occorre spender parola. Lo stesso si potrebbe tere per il *calcedonio* organogeno, il quale però nei terreni Vercellese è veramente eccezionale e limitato esclusivamente erreni dei dintorni di Villa del Bosco ed alle alluvioni del . Roasenda. che scendono da questo tratto collinesco dove si va il noto affioramento di calcari liasici (1) carichi di spicule spugne.

I minerali del gruppo *epidoto-zoisite* sono interessanti per la ativa abbondanza con la quale si trovano nelle alluvioni del rcellese. Sono frequenti specialmente gli epidoti propriamente ti. ma non mancano, anzi sono talvolta altrettanto abbonti i termini zoisite-clinozoisite, del quale ultimo minerale si vano non di rado, anche nei terreni antichi, individui con la a parallela ad *y* perfettamente conservata, che permette di ne una diagnosi sicura.

La quantità di questi minerali contenuta nelle alluvioni di ria età non sembra diversa, e se pur riesce difficile stabilirne relativo aumento nelle alluvioni antiche, depauperate dei comnenti alterabili, è però certo che non c'è una diminuzione pagonabile a quella degli anfiboli e, tanto meno, a quella dei ldspati.

La stessa affermazione si può ripetere per la *muscovite*, la ale è pure generalmente abbastanza abbondante nelle alluvioni

(1) S. Franchi, *Le pietre da Coti di Villa del Bosco nel Biellese* (" Rassegna Miner. „, vol. XXI, n. 3, Torino, 1904).

Digitized by Google

ellese, e per le *cloriti*, per le quali anzi mi parve di
n aumento di percentuale nelle alluvioni antiche.
rmalina, lo *zircone* e il *rutilo* si trovano in individui
nente intatti anche nelle alluvioni più ferrettizzate. E
e le cose non vadano diversamente neppure per la
e l'*ilmenite*, componenti spesso altrettanto e più abbon-
tre citati. In non rari casi si osservano ottaedrini
di magnetite anche nei terreni più antichi.
i questi componenti inalterabili, ed altri meno frequenti
tura eccezionali, non hanno che un'importanza assoluta-
diretta nello studio delle modificazioni dello scheletro
nei terreni agrari. Ragione per la quale, stabilita la
ione che potrebbe dirsi normale di ciascuna alluvione,
nel presente studio, osservati particolarmente i primi.
bella che riassume nel consueto modo i risultati delle
terminazioni hanno quindi valore specialmente i numeri
i minerali alterabili.
e le debite limitazioni e tutte le riserve del caso, il
alterazione di un'alluvione può essere rappresentato
a approssimazione dalla percentuale di argilla che è
a nel terreno agrario. Se non si può certo affermare
a l'argilla contenuta nel terreno si sia formata in posto,
icuro che la parte di essa alla quale si può attribuire
rigine secondaria è sempre cospicua. Sarebbe quindi
teressante il poter determinare con precisione l'argilla
e del terreno. Ma sfortunatamente, come ognuno sa,
eterminazione è in ogni caso molto imprecisa, riuscendo
o difficilissimo separare con sicurezza l'argilla colloidale
eletro sabbioso finissimo, avente un grado di dispersità
o minore di quello dei colloidi propriamente detti.
o questo fatto e dato anche lo scopo del presente lavoro,
duto opportuno limitare la determinazione alla percen-
prossimata dello scheletro grossolano, ottenuto, come
, mediante prudente levigazione di una quantità deter-
el terreno secco, preso sempre nelle medesime condi-
campioni trasmessimi per lo studio erano già stati pre-
ente seccati per semplice esposizione all'aria e stacciati

modo che nessun granulo miner
metro e mezzo all'incirca di d
All'atto pratico questa determi
de risultati abbastanza soddisfac
riduzione della percentuale dell
pio nei terreni di mano in ma
sura molto considerevole e che ap
a un terreno all'altro. Sono in se
iascun terreno. Basti ora notare c
ium e del diluvium superiore lo
to nel modo indicato, diede perce
per cento, giungendo qualche vol
ei terreni di baraggia tale percen
Senza dunque voler dare a que
e non può in nessun modo avere,
rimarie e secondarie che possono in
rie parti, classificate in ordine di
ineralogicamente un terreno, l'esp
ercellese dimostrerebbe ch'essa pu
alizio apprezzabile sull'antichità di
La medesima osservazione si po
eraceo del terreno, di cui del resto
el riconoscimento ad occhio di un
ù o meno avanzato di ferrettizzaz

***

Nella tabella posta in fine al
el consueto modo i risultati dell'e
abbie vive sia dello scheletro sabb
rse inutile però riassumere prima
ni sembrano più salienti di ciasc
gruppo di terreni.

Sabbia della Sesia (A).

Il campione esaminato appare
olto ricco di elementi pesanti: i

Digitized by Google

modo che nessun granulo minerale conservato superasse un limetro e mezzo all'incirca di diametro.

All'atto pratico questa determinazione, pur tanto grossolana, de risultati abbastanza soddisfacenti, soprattutto pel fatto che riduzione della percentuale dello scheletro sabbioso macro-pico nei terreni di mano in mano più antichi si verifica in sura molto considerevole e che appaiono quindi netti i distacchi un terreno all'altro. Sono in seguito riportati i risultati per scun terreno. Basti ora notare che, mentre nei terreni dell'al-vium e del diluvium superiore lo scheletro sabbioso, determi-to nel modo indicato, diede percentuali oscillanti fra il 35 e il per cento, giungendo qualche volta a superare anche il 50 %, i terreni di baraggia tale percentuale discese sino al 10 %.

Senza dunque voler dare a questa determinazione un valore e non può in nessun modo avere, perchè troppe sono le cause imarie e secondarie che possono influire sulla percentuale delle rie parti, classificate in ordine di grandezza, che costituiscono ineralogicamente un terreno, l'esperienza fatta sui terreni del ercellese dimostrerebbe ch'essa può dare, caso per caso, un dizio apprezzabile sull'antichità di un'alluvione.

La medesima osservazione si potrebbe fare sul componente raceo del terreno, di cui del resto si tien già conto quando, el riconoscimento ad occhio di un terreno, si parla di grado iù o meno avanzato di ferrettizzazione.

***

Nella tabella posta in fine al presente lavoro sono esposti el consueto modo i risultati dell'esame mineralogico sia delle abbie vive sia dello scheletro sabbioso dei vari terreni. Non è orse inutile però riassumere prima brevemente i caratteri che ni sembrano più salienti di ciascuna alluvione e di ciascun gruppo di terreni.

Sabbia della Sesia (A).

Il campione esaminato appare alquanto eccezionale, perchè nolto ricco di elementi pesanti: i componenti che affondano in

Digitized by Google

rmio ($d = 2.9$) rappresentano all'incirca il 50 % in vo-
lla sabbia.

in altro lavoro ho messo in evidenza i caratteri che
rano salienti delle sabbie di origine sesiana e che ser-
distinguerle da quelle biellesi (1). Lo studio attuale con-
enamente i risultati allora conseguiti. La sabbia sesiana
è innanzitutto distinta dall'abbondanza relativamente
di tre componenti: il *microclino*, il *pirosseno rombico* e
nda bruna; ai quali si potrebbe aggiungere anche la
te. In qualunque preparato compare ordinariamente, già
o campo esaminato, il microclino tra gli elementi leggeri
ri due fra i minerali pesanti.

campione esaminato appare abbondante anche il *granato*,
ta sua relativa abbondanza è forse dovuta al carattere
eccezionale del campione stesso, in cui gli elementi
sono certo concentrati in misura superiore al normale.
he caratteri negativi, e sempre limitandoci ai minerali
iore e più costante diffusione, credo di poter citare la
scarsità degli *anfiboli verdi*, del *glaucofane* e dell'*epidoto*.

del **Roasenda** (B).

caratteristiche di questa sabbia stanno essenzialmente
ndanza dei componenti che derivano dallo sfacelo dei
formanti quasi per intero il bacino d'alimentazione del
a. Il colore stesso della sabbia, marcatamente rossastro,
ice.

omponente predominante, in quantità superiore anche
, è la *pasta felsitica* rosea. Compare in una certa mi-
he la *sericite* giallo-verdognola.

tivamente scarso, in confronto a quanto ci si potrebbe
, il *calcedonio* organogeno (spicule di spugne), ch'è in-
ondantissimo nei terreni di Villa del Bosco.

altri componenti fanno pensare che le sabbie attuali
nda derivino in parte dal rimaneggiamento del diluvium

ta citata.

in cui è *probabile ci sia stata*
materiali locali e i materiali s

bbia del **Cervo** (C).

La sabbia del Cervo ha un col
caratterizzata da una notevole
patici, che sono tutti rappresenta
predominio assoluto degli *anfib*
mancano gli *anfiboli azzurri* e
molto scarsi.

Relativamente abbondanti lo *zir*
sono, specialmente questi ultimi, c
le sabbie del Vercellese.

Gli *epidoti* sono scarsi, ma conta
zoisite-clinozoisite; pure scarsi i *pi*

Sabbia dell'**Elvo** (D).

Non ho potuto avere in esame
Elvo, ma credo pur tuttavia di
nerali ricavandoli dall'esame di u
tti preso sopra Quinto Vercellese.

I caratteri salienti delle sabbi
anto riguarda gli elementi legger
rande scarsità del *microclino*, ment
bastanza abbondanti e tutti rapp

I *pirosseni* sono tutti assai sca
quelli chiari, presenti in buona
ente sugli *anfiboli azzurri*. L'*orne*
ancare, mentre si trova qualche
La *mica* è quasi tutta *muscov*
meno nel campione esaminato.

Sabbia della **Dora Baltea** (E).

La sabbia della Dora ha una t
ell'insieme e ben distinta da quel

Le sue caratteristiche più sa
ere: l'elemento feldspatico è prev

Digitized by Google

ico, in cui è probabile ci sia stata una notevole mescolanza i materiali locali e i materiali sesiani e biellesi.

bbia del Cervo (C).

La sabbia del Cervo ha un colore grigio-rossastro. Essa mi caratterizzata da una notevole abbondanza degli *elementi ldspatici*, che sono tutti rappresentati, *microclino* compreso, e l predominio assoluto degli *anfiboli verdi* su tutti gli altri. on mancano gli *anfiboli azzurri* e neppure quelli bruni, ma no molto scarsi.

Relativamente abbondanti lo *zircone*, la *titanite* e l'*apatite*, e sono, specialmente questi ultimi, ordinariamente molto scarsi lle sabbie del Vercellese.

Gli *epidoti* sono scarsi, ma contano una quantità notevole *zoisite-clinozoisite*; pure scarsi i *pirosseni*.

abbia dell'Elvo (D).

Non ho potuto avere in esame un campione di sabbia viva ll'Elvo, ma credo pur tuttavia di potere indicare i caratteri nerali ricavandoli dall'esame di un campione di alluvioni re- nti preso sopra Quinto Vercellese.

I caratteri salienti delle sabbie dell'Elvo sono dati, per uanto riguarda gli elementi leggeri, dalla mancanza o dalla rande scarsità del *microclino*, mentre gli altri feldspati sono bbastanza abbondanti e tutti rappresentati.

I *pirosseni* sono tutti assai scarsi, mentre gli *anfiboli verdi* quelli chiari, presenti in buona misura, prevalgono netta- ente sugli *anfiboli azzurri*. L'*orneblenda bruna* tipica sembra ancare, mentre si trova qualche anfibolo verde-bruno.

La *mica* è quasi tutta *muscovite* e non molto abbondante, lmeno nel campione esaminato.

Sabbia della Dora Baltea (E).

La sabbia della Dora ha una tinta grigia, fredda, più chiara ell'insieme e ben distinta da quella delle sabbie precedenti.

Le sue caratteristiche più salienti si possono così riassu- mere: l'elemento feldspatico è prevalentemente *ortoclasio*, mentre

Digitized by Google

clino è scarsissimo; la *mica* è assai abbondante (almeno pione esaminato, preso presso Saluggia) e quasi intera- *muscovite*; *epidoto-zoisite, anfiboli verdi* e *glaucofane* pure nti, mentre diventano rari o rarissimi gli *anfiboli bruni osseni* in genere, tra i quali non si notano più gli *iper-* ensamente pleocroici, frequenti ad esempio nelle sabbie Compaiono in certa misura i *carbonati.*

tutti questi caratteri uno dei più facilmente constatabili ndanza di glaucofane, per il quale la sabbia della Dora emergere su tutte le altre del Vercellese.

ne altri caratteri singolari, si può citare la non rara dei *granati gialli* e di *cloritoide*, e l'assenza completa completa delle *sillimanite.*

del Po (F).

campione studiato fu prelevato a Crescentino, alla con- del Po con la Dora. La sabbia ha un colore grigio freddo to dissimile da quello delle sabbie della Dora, che del no qui naturalmente mescolate in larga misura con le li provenienza occidentale.

che in questo campione appare come carattere più spic- bbondanza di *muscovite* e di *anfiboli verdi* e *azzurri.* Il *ne*, almeno nel campione studiato, sembra però meno nte che nelle sabbie della Dora, con un netto distacco. o invece alquanto più abbondanti i *carbonati romboedrici.* mi ancora il *microclino*, i *pirosseni rombici,* la *biotite* e *oli bruni.* Un po' più frequenti i *pirosseni monoclini* e *lina.* Per gli altri componenti non ci sono differenze bili con sicurezza con una ricerca relativamente som- uale è quella fatta nel presente studio, che si propone di rilevare solo le più spiccate caratteristiche di ogni e.

di Villa del Bosco e di Roasio (1 e 2).

sti due terreni si staccano nettamente dagli altri che remo in seguito. Si tratta infatti di terreni collineschi do proviene da un vigneto), vicini per di più agli affio-

enti triasici e liasici di quest sta di essi la presenza, in perce el primo, di *carbonati* e di *calce* mente di elementi dei porfidi.

I carbonati sono in parte maggiore *dolomite.*

Il *calcedonio organogeno* semb esentato da spicule di spugne, ndretti cavi hanno il loro pic

Fra gli elementi dei porfidi rosa. È pure presente il *quarzo* talvolta in cristallini perfetti. Ma stanza fresco, e così pure mancan microclino ancora ben riconoscibil

Scarsissimi gli elementi anfib il granato.

Tra le miche abbonda speciale osi detta " mica dorata „) e non

Tanto l'uno quanto l'altro terr argillosa e minuta, che viene scac grumi limonitici, i quali dànno al te il residuo, lavato con acido cloridr ore roseo.

Terreni di baraggia (Buronzo-Ma

I terreni qui citati, appartene provengono da tre diversi punti Buronzo; uno, presso Masseran alta della baraggia, perfettamente Buronzo (4), risponde ancora alla sponde invece alla parte più bass risaia (5).

Il terreno n. 3, fino e di color trattato nel modo sopra descrit che sale solo al 17 %.

Il residuo, lavato con acido quantità notevole di limonite senz ne a caldo.

Digitized by Google

ramenti triasici e liasici di questa plaga. Caratteristica più spiccata di essi la presenza, in percentuale abbastanza forte, specie nel primo, di *carbonati* e di *calcedonio* organogeno, e, naturalmente, di elementi dei porfidi.

I carbonati sono in parte *calcite* e in parte forse anche maggiore *dolomite*.

Il *calcedonio organogeno* sembra essere esclusivamente rappresentato da spicule di spugne, i cui frammenti in forma di cilindretti cavi hanno il loro piccolo tubicino riempito di ocra.

Fra gli elementi dei porfidi predomina la *pasta felsitica* rosea. È pure presente il *quarzo* caratteristico di queste rocce, talvolta in cristallini perfetti. Manca invece l'*ortoclasio* abbastanza fresco, e così pure mancano l'elemento plagioclasico e il microclino ancora ben riconoscibili.

Scarsissimi gli elementi anfibolici e pirossenici, come pure il granato.

Tra le miche abbonda specialmente la *biotite* alterata (la così detta " mica dorata „) e non manca la *sericite*.

Tanto l'uno quanto l'altro terreno sono assai ricchi di parte argillosa e minuta, che viene scacciata con la levigazione, e di grumi limonitici, i quali dànno al terreno una forte tinta ocracea. Il residuo, lavato con acido cloridrico, ha un caratteristico colore roseo.

Terreni di baraggia (Buronzo-Masserano) (3-4-5).

I terreni qui citati, appartenenti tutti al diluvium inferiore, provengono da tre diversi punti della baraggia tra Masserano e Buronzo; uno, presso Masserano (3), risponde alla parte più alta della baraggia, perfettamente incolta; un secondo, più presso Buronzo (4), risponde ancora alla baraggia sterile; il terzo risponde invece alla parte più bassa della baraggia, coltivata a risaia (5).

Il terreno n. 3, fino e di color giallo-bruniccio chiaro a secco, trattato nel modo sopra descritto, lascia un residuo sabbioso che sale solo al 17 %.

Il residuo, lavato con acido cloridrico diluito, perde una quantità notevole di limonite senza fare effervescenza nè a freddo nè a caldo.

Digitized by Google

residuo è già ad occhio rilevabile una fortissima per-
di quarzo; gli elementi feldspatici e i componenti co-
no scarsissimi.

same microscopico della parte stacciata conferma che il
non contiene quasi più feldspati sani e pochissimi sono
feldspati torbidi e alterati e la stessa pasta felsitica.
rsissimi sono gli elementi pesanti (non più del 2-3 %.
erreno n. 4 è anche più profondamente decomposto che
. 3. Il colore del campione secco è giallo-ocraceo. Il
sabbioso giunge appena al 10 %. Con acido cloridrico
ia traccia di effervescenza nè a freddo nè a caldo e il
perde una quantità notevole di limonite.
la parte stacciata gli elementi leggeri, che formano
%/o del residuo, sono rappresentati quasi solamente da
essendo scarso l'ortoclasio torbido e ancor più scarso
oclasio, alteratissimo. La pasta felsitica sembra essa pure
nte alterata.
elementi pesanti nulla presentano di particolarmente
oltre la generale scarsità. I granati sono tutti molto
e così gli anfiboli verdi.
pondanti i grumi di limonite.
erreno n. 5 può dirsi ancora di baraggia, sebbene ap-
a alla lingua inferiore, già trasformata in risaia, del-
ne diluviale antica. Il colore del campione secco è bru-
er una forte percentuale di sostanza organica. Levigato,
one perde una grande quantità di argilla ocracea fina,
o un residuo non superiore al 16 %, composto in pre-
da quarzo, ma in cui non sono così scarsi come nei pre-
gli elementi pesanti.
esame microscopico si constata che i feldspati, e special-
plagioclasi, sono anche qui scarsi assai e alterati. I piros-
o quasi scomparsi; gli anfiboli ed i granati molto corrosi.

di Lenta e Arborio (6-7).

ampioni qui indicati provengono dal diluvium recente
onda destra della Sesia. È opportuno confrontare la loro
zione con quella delle sabbie attuali della Sesia (A).

Il terreno secco ha color bruno
ntuale di sostanza organica ch
modo lascia un residuo del 2
freddo nè a caldo con acido c
Il residuo sabbioso grossolano
Fra i minerali leggeri caratte
no, la scarsità relativa del *q*
ali pesanti caratteristica l'abbo
pirosseni rombici, e dell'*orneblen*
so abbastanza fresco, e la scars
ben d'accordo con la provenie
Il campione n. 7, preso a nor
caratteri generali, ma appare
pesanti. Il residuo sabbioso
effervescenza nè a freddo nè a
perde una quantità notevole di
Caratteristica anche qui la pre
rombici e dell'*orneblenda b*
ne.

Terreno alluvionale recente di R

Il campione fu prelevato nell'
no presso Roasenda. È opportun
mpioni di baraggia.

Il terreno è giallo-ocraceo, ed
nitici. Lo scheletro sabbioso gro
acido diluito prende un caratt
lla presenza di *ortoclasio* rosa e
onsiderevole.

Caratteristica la presenza, olt
alcedonio organogeno, invero assa
di *pirosseni*, e la scarsità del *gl*
ma in tenuissima proporzione.

Terreno alluvionale di Buronzo

Il campione, prelevato a sud
vium del Cervo: è quindi da
terreni di baraggia.

Digitized by Google

Il terreno secco ha color bruno abbastanza intenso per la ercentuale di sostanza organica ch'esso contiene. Trattato nel lito modo lascia un residuo del 28 %. Non fa effervescenza e a freddo nè a caldo con acido cloridrico.

Il residuo sabbioso grossolano appare ricco di elementi pe-nti. Fra i minerali leggeri caratteristica la presenza del *mi-roclino*, la scarsità relativa del *quarzo* e dei *feldspati*. Fra i inerali pesanti caratteristica l'abbondanza della " mica dorata „, ei *pirosseni rombici*, e dell'*orneblenda basaltica* e del *granato*, esso abbastanza fresco, e la scarsità di *glaucofane*. Caratteri tti ben d'accordo con la provenienza sesiana dell'alluvione.

Il campione n. 7, preso a nord di Arborio, presenta gli tessi caratteri generali, ma appare alquanto più povero di ele-enti pesanti. Il residuo sabbioso grossolano sale al 34 %. Non a effervescenza nè a freddo nè a caldo con acido cloridrico, ma perde una quantità notevole di limonite.

Caratteristica anche qui la presenza del *microclino*, dei *pi-osseni rombici* e dell'*orneblenda bruna* e la scarsità del *glau-ofane*.

Terreno alluvionale recente di Roasenda (8).

Il campione fu prelevato nell'alluvium di Cascina S. Gia-omo presso Roasenda. È opportuno confrontarlo col B e coi ampioni di baraggia.

Il terreno è giallo-ocraceo, ed è difatti ricco di grumi li-monitici. Lo scheletro sabbioso grossolano sale al 40 % e lavato con acido diluito prende un caratteristico colore roseo, dovuto alla presenza di *ortoclasio* rosa e di *pasta felsitica* in misura considerevole.

Caratteristica la presenza, oltre che di questi elementi, del *calcedonio* organogeno, invero assai scarso, di *orneblenda bruna* e di *pirosseni*, e la scarsità del *glaucofone*. La *sericite* è presente, ma in tenuissima proporzione.

Terreno alluvionale di Buronzo (9).

Il campione, prelevato a sud di Buronzo, proviene dall'al-luvium del Cervo: è quindi da confrontarsi col campione C e coi terreni di baraggia.

Digitized by Google

terreno secco ha color bruno-giallognolo. Lascia un re-
abbioso grossolano del 41 %, perdendo molto materiale
aceo.

l residuo, che si schiarisce molto con la lavatura, ap-
abbastanza abbondanti gli elementi pesanti. Sono presenti
a misura i *feldspati* di vario tipo, tra cui non manca il
no, scarsissimo. Fra gli elementi pesanti è caratteristica
danza dell'*orneblenda bruna* e dei *pirosseni rombici*, tra i
notano alcuni individui d'*ipersteno* nettamente cuspidati.

o morenico di Alice Castello e Borgo d'Ale (10-11).

ue campioni di terreno qui elencati provengono dalle
esterne delle morene dell'anfiteatro d'Ivrea. Possono
itenersi come terreno morenico rimaneggiato.

terreno di Alice Castello (n. 10), di color giallo-bruno
ricco di parte organica, lascia al solito trattamento un
sabbioso grossolano del 33 %. Non fa effervescenza a
con acido cloridrico, ma dà tracce di effervescenza a

l residuo lavato, di color grigio chiaro, appare abbon-
quarzo incolore e latteo, mentre scarseggiano i *feldspati*.
osserva nè microclino nè pasta felsitica.
gli elementi pesanti caratteristica l'abbondanza di *an-*
iari, di *orneblenda* e di *glaucofane*. Presenti, ma scarsi,
ni rombici e *monoclini*. Non osservata l'*orneblenda bruna*.
erreno di Borgo d'Ale (n. 11) non differisce per nessun
e saliente dal precedente. Col solito trattamento dà un
sabbioso grossolano del 31 %.

di Saluggia, Tronzano e Bianzè (12-13-14).

ampione n. 12, prelevato a S. Sebastiano presso Sa-
ppartiene all'alluvium della Dora. È di color giallo-
niaro e trattato con acido cloridrico dà tracce di effer-
a caldo. Contiene dunque anch'esso, come la sabbia
lella Dora (E), un po' di *dolomite*. Trattato nel solito
scia un residuo sabbioso grossolano del 38 %.
composizione il residuo non differisce in nulla, pei ca-

zzi essenziali, dal campione E.
role anche per un'alluvione aosta
ssimi, il *microclino* e l'*orneblen*
campioni 13 e 14, provenient
no e da Bianzè, possono ritenersi
ture di origine aostana, e non di
tro, nè per aspetto esterno nè pe
ra nel primo un residuo grossolan
a 20 %; ciò che può esser d'accord
l'ultimo nella pianura. Noto i
piccola quantità di carbonati ed
menti pesanti.

Pel resto i caratteri sono quell
sia vi abbiamo come al solito una
di verdi e azzurri fra gli elementi
elativa antichità la presenza di anf
rosi, oltre ad una scarsità notevo

rreni di Popolo e di Morano su

Si tratta di terreni alluvionali
ndi al campione F di Crescentin

Il terreno di Popolo presso Ca
iaro, levigato nel solito modo, la
ale al 42 %. Trattato con acido
escenza a freddo e prende il colo
er la sabbia padana.

L'aspetto generale è fresco.
eggeri il *quarzo* e l'*ortoclasio*. Abb
di chiari e quelli verdi e relativ
la *biotite*, scarsa, non è quasi ma
rosseni.

Il terreno di Morano (n. 16),
lascia un residuo sabbioso del 3
senza con acido. I caratteri pad
sta de' carbonati, sono più accen
campione.

Digitized by Google

teri essenziali, dal campione E. Caratteristica l'abbondanza, tevole anche per un'alluvione aostana, del *glaucofane*. Presenti, rsissimi, il *microclino* e l'*orneblenda verde-bruna*.

I campioni 13 e 14, provenienti rispettivamente da Tronio e da Bianzè, possono ritenersi entrambi del diluvium superiore di origine aostana, e non differiscono molto l'uno dall'altro, nè per aspetto esterno nè per composizione. Noto tuttavia nel primo un residuo grossolano del 36 % e nel secondo il 20 %; ciò che può esser d'accordo con la posizione più bassa quest'ultimo nella pianura. Noto inoltre in questo la presenza piccola quantità di carbonati ed una maggiore scarsità di ementi pesanti.

Pel resto i caratteri sono quelli di un'alluvione di Dora, ssia vi abbiamo come al solito una forte percentuale di anfiboli verdi e azzurri fra gli elementi pesanti, e come indizio di elativa antichità la presenza di anfiboli cuspidati e di granati rrosi, oltre ad una scarsità notevole di feldspati sani.

Terreni di Popolo e di Morano sul Po (15-16).

Si tratta di terreni alluvionali recenti del Po, paragonabili uindi al campione F di Crescentino.

Il terreno di Popolo presso Casale (15) di color bruniccio-hiaro, levigato nel solito modo, lascia un residuo sabbioso che ale al 42 %. Trattato con acido cloridrico dà sensibile effervescenza a freddo e prende il colore grigio freddo già notato er la sabbia padana.

L'aspetto generale è fresco. Predominano fra gli elementi eggeri il *quarzo* e l'*ortoclasio*. Abbondanti la *muscovite*, gli *anfiboli* chiari e quelli verdi e relativamente scarso il *glaucofane*. La *biotite*, scarsa, non è quasi mai alterata. Scarsissimi i *pirosseni*.

Il terreno di Morano (n. 16), molto simile al precedente, ascia un residuo sabbioso del 36 % e fa pochissima effervescenza con acido. I caratteri padani del terreno, salva la scarsità de' carbonati, sono più accentuati ancora che nel precedente campione.

Digitized by Google

di Tricerro, Trino e Costanzana (17-18-19).

erreni qui elencati appartengono al diluvium superiore
to della così detta Costa di Trino. Essi hanno i carat-
enziali delle alluvioni della Dora o di alluvioni miste
.

campione 17 fu prelevato alla Cascina Gerbidi, presso
. È giallo ocraceo e con la levigazione perde una forte
di detrito fino ocraceo, lasciando un residuo grossolano
periore al 25%.

privo completamente di *carbonati* e scarsissimo di *pla-*
i quali sono per giunta tutti alterati. Alterato è pure
sio. Fra gli elementi pesanti, piuttosto scarsi, predomi-
anfiboli verdi e *azzurri* e la *muscovite*. La enorme scarsità
seni, di *anfiboli bruni* e la mancanza di *microclino* esclu-
e l'alluvione possa aver relazioni col bacino della Sesia.
complesso, il terreno mostra i caratteri di una ferret-
ne abbastanza avanzata, compresa la cuspidatura degli
non lontana da quella del ferretto tipico di baraggia,
que la sua età sia probabilmente più recente. E lo stesso
e ripetersi pei due terreni successivi.

campione n. 18 proviene da Ramezzana presso Trino. Il
sabbioso è solo del 22% e con la levigazione si asporta
etrito fino fortemente ocraceo. Nessuna effervescenza con
i. L'avanzata alterazione è anche qui dimostrata dal-
ione dei feldspati e dal succhiamento degli *anfiboli verdi*
anati. Mancano il *microclino* ed i *pirosseni rombici*. Pre-
ialche rara *orneblenda verde-bruna*.

ampione n. 19 fu prelevato fra Costanzano e Torrione, ed
occidentale dei tre. Il residuo è del 25%. Non fa ef-
nza con acido cloridrico. Anche per tutti gli altri carat-
enziali è affatto simile al precedente.

della pianura a sud e ad ovest di Vercelli (20-21-
-24).

rreni qui elencati provengono dal diluvium superiore
ano) dei dintorni di Vercelli, e specialmente i primi quattro
o sostanzialmente identici.

Il quarto, ch'è il più meridional
mente ai terreni or ora descrit
I numeri 20, 21, 22 e 23 prov
da Costanzana, da Salasco e
da Ronsecco e fu prelevato p
I primi tre, di color bruniccio chi
un residuo del 30% circa,
dànno traccia di effervescenza
I terreni di Sali e Salasco dàn
mista d'origine aostana e biellese
La provenienza aostana pare p
degli *anfiboli verdi* e *azzurri*,
biellese dalla costante preser
e dalla relativa frequenza di
Il terreno di Ronsecco, di color
che un residuo del 20% ed
precedenti. Non fa effervescenza con
esso si accentui la origine aosta
enza di *anfiboli azzurri* e di *musc*
boli bruni e la *pasta felsitica* si
affatto.

Terreno di **Quinto Vallasino** (25).

Campione prelevato dall'alluviu
color giallo-bruno, non fa effervesc
residuo abbondante (il 43%). È opp
zione E.

Il residuo è ricco di feldspati,
molto diversa da *ortoclasio* e da *plag*
microclino è eccezionale.

Nella parte pesante, che dà l'
ancora maggiore, gli *anfiboli*, prev
perfettamente conservati; e così
oxidi, scarsa, è invece di solito

Terreno di **Pezzana** (26).

Il campione di terreno fu pr
letto della Sesia, una dozzina di

Digitized by Google

Il quarto, ch'è il più meridionale di tutti, si avvicina invece ttamente ai terreni or ora descritti della Costa di Trino.

I numeri 20, 21, 22 e 23 provengono rispettivamente da li, da Costanzana, da Salasco e da Salasco sud; il 24 pro- ne da Ronsecco e fu prelevato presso la Cascina Cavallo.

I primi tre, di color bruniccio chiaro, con la solita levigazione, sciano un residuo del 30% circa, sono sensibilmente ocracei non dànno traccia di effervescenza nè a freddo nè a caldo.

I terreni di Sali e Salasco dànno l'impressione di un'allu- one mista d'origine aostana e biellese, con prevalenza di quest'ul- na. La provenienza aostana pare provata dalla relativa abbon- anza degli *anfiboli verdi* e *azzurri*, dell'*epidoto* e della *muscovite*; nella biellese dalla costante presenza di *pasta felsitica* rosa e una, e dalla relativa frequenza di *anfiboli bruni*.

Il terreno di Ronsecco, di color giallo ocraceo chiaro, non scia che un residuo del 20% ed è più fortemente ocraceo dei recedenti. Non fa effervescenza con acido cloridrico. Parmi che esso si accentui la origine aostana per una maggiore fre- uenza di *anfiboli azzurri* e di *muscovite*, mentre i *pirosseni*, gli *nfiboli bruni* e la *pasta felsitica* si riducono di molto o scom- aiono affatto.

Terreno di Quinto Vallasino (25).

Campione prelevato dall'alluvium dell'Elvo. Il terreno ha olor giallo-bruno, non fa effervescenza con acido e lascia un esiduo abbondante (il 43%). È opportuno confrontarlo col cam- ione E.

Il residuo è ricco di feldspati, rappresentati in misura non nolto diversa da *ortoclasio* e da *plagioclasio sodico-calcico*, mentre l *microclino* è eccezionale.

Nella parte pesante, che dà l'impressione di una freschezza ancora maggiore, gli *anfiboli*, prevalentemente verdi, appaiono perfettamente conservati; e così può ripetersi del *granato*. La *biotide*, scarsa, è invece di solito trasformata in mica dorata.

Terreno di Pezzana (26).

Il campione di terreno fu prelevatc dall'alluvium presso il letto della Sesia, una dozzina di chilometri sotto Vercelli.

Digitized by Google

a per quanto riguarda lo stato di conservazione, sia in
o alla composizione mineralogica, il campione si direbbe
o aberrante; e per questo appunto sembra degno di mag-
nteresse.
colore è giallo ocraceo e mancano interamente i carbo-
residuo giunge appena al 23%.
caratteri mineralogici rispondono perfettamente a quelli
sabbia di Dora o tutt'al più ad una alluvione mista
o. Mancano infatti, o sono scarsissimi, il *microclino*, i *pi-*
rombici e l'*orneblenda bruna*, così caratteristici nelle allu-
esiane, e sono invece abbondanti gli *anfiboli verdi* e *azzurri*
uscovite. La provenienza, ch'io credo indubbiamente occi-
di questa alluvione, sarebbe del resto d'accordo col fatto,
enunciato sin da principio, che tutta la parte meridio-
l Vercellese è essenzialmente formato da alluvioni aostane.
constatazione confermerebbe anche l'idea che il corso
esia si sia spostato durante il quaternario da est ad
e che questa corra oggi sul margine occidentale delle sue
ni.

o di Ricorvo-Lomellina (27).

iesto terreno, posto sulla sinistra della Sesia, ha invece
caratteri di un'alluvione sesiana: ciò che del resto non
ıpire.
un terreno molto fresco, contenendo una quantità note-
ıa di feldspati relativamente ben conservati e qualche
.to. Levigato, lascia un residuo molto scarso (circa il 16%).
bisogna dimenticare che si tratta di un'alluvione molto
di conseguenza già originariamente fina.
ratteri salienti la forte percentuale di *ortoclasio* e quella
mente forte di *microclino*; la quantità pure notevole di
da bruna e di *pirosseno rombico* e di *granato*, la scarsità
cofane.
bastanza tipica pure la presenza, fra i minerali più rari,
aurolite.

Terreni di Madonna delle Vigne
(28-29-30).

I terreni qui descritti apparten
che le carte geologiche segn
e di Trino, sul margine meri
terrazzato dal Po.

I terreni si assomigliano perfett
ferrettizzazione abbastanza prof
olore è in tutti giallo-ocraceo; il
18% e del 10% rispettivament
effervescenza con acido cloridrico d
che confermerebbe che l'alteraz
ne nei terreni di baraggia tipici.
rettizzazione è molto pronunciata,
ere si distacca nettamente da qu
tra i quali questo lembo si tr
Riguardo alla provenienza dell'a
nere piuttosto aostana che prett
può essere mista.

I caratteri di Dora, come pure
rettizzazione, compaiono specialment
rsenati, ricco di ocra e di *anfiboli*
abbondanza di *glaucofane* e di *musc*
microclino, di *pirosseni rombici* e

***

Nella tabella che segue, in cui
ente i risultati dell'analisi miner
ciascun terreno, si adotta la sca
Martini: e cioè:

1: *Copiosissimo.* — 2: *Copios*
mente abbondante. — 5: *Molt*
7: *Piuttosto scarso.* — 8: *Scarso.* —

Queste denominazioni vanno i
sono in certo modo relative. N
terminologia usata nel testo, in c
dicato abbondante un componen

Digitized by Google

erreni di Madonna delle Vigne e di Monte Nuovo di Trino (28-29-30).

I terreni qui descritti appartengono al lembo di diluvium ıtico che le carte geologiche segnano a nord di Palazzolo Ver-llese e di Trino, sul margine meridionale del diluvium supe-ore terrazzato dal Po.

I terreni si assomigliano perfettamente e recano i segni di ıa ferrettizzazione abbastanza profonda, se non profondissima. colore è in tutti giallo-ocraceo; il residuo lasciato è del 20 %, el 18 % e del 10 % rispettivamente. I primi due fanno un po' effervescenza con acido cloridrico diluito, specialmente a caldo. ò che confermerebbe che l'alterazione non è così completa ome nei terreni di baraggia tipici. È però indubitato che la errettizzazione è molto pronunciata, sebbene irregolare, e in enere si distacca nettamente da quella dei terreni del terraz-ano tra i quali questo lembo si trova.

Riguardo alla provenienza dell'alluvione, credo che si possa tenere piuttosto aostana che prettamente padana, o, tutt'al iù, può essere mista.

I caratteri di Dora, come pure quelli della pronunciata fer-ettizzazione, compaiono specialmente nel campione 29, privo di arbonati, ricco di ocra e di *anfiboli* e *granati* corrosi. Generale abbondanza di *glaucofane* e di *muscovite*, e la scarsità o assenza i *microclino*, di *pirosseni rombici* e di *orneblenda bruna tipica*.

***

Nella tabella che segue, in cui sono rappresentati sintetica-ente i risultati dell'analisi mineralogica del residuo sabbioso i ciascun terreno, si adotta la scala di frequenza proposta dal-Artini; e cioè:

1: *Copiosissimo.* — 2: *Copioso.* — 3: *Abbondante.* — 4: *Di-:retamente abbondante.* — 5: *Molto comune.* — 6: *Comune.* — : *Piuttosto scarso.* — 8: *Scarso.* — 9: *Scarsissimo.* — 10: *Raro.*

Queste denominazioni vanno intese con qualche larghezza, sono in certo modo relative. Non corrispondono sempre alla erminologia usata nel testo, in cui s'è spesso, ad esempio, qua-ificato abbondante un componente che qui appare scarso. La

Digitized by Google

e sta nel fatto che il significato dei varî componenti è, a di diffusione, molto diverso in riguardo alla costituzione logica del terreno ed alla diagnosi della provenienza delle alluvioni.

iportiamo poi, per maggiore comodità, la provenienza dei ampioni elencati nella tabella.

abbia viva della Sesia.
" " " Roasenda.
" " del Cervo.
" " dell'Elvo.
" " della Dora Baltea (a Saluggia).
" " del Po (a Crescentino).
erreno agrario di Villa del Bosco.
" " di Roasio.
" " di Masserano } (*diluvium antico*).
" " di Buronzo nord }
" " di Buronzo sud (destra del Cervo).
" " di Lenta } (*diluvium sup. terrazzato*).
" " di Arborio }
" " di Roasenda (casc. S. Giacomo) (*alluvium*).
" " di Buronzo (*alluvium*).
" " di Alice Castello (*morenico rimaneggiato*).
" " di Borgo d'Ale (*morenico rimaneggiato*).
" " di Saluggia (*alluvium*).
" " di Tronzano } (*diluvium superiore*).
" " di Bianzè }
" " di Popolo } (*alluvium*).
" " di Morano }
" " di Tricerro
" " di Trino } (*diluvium superiore*).
" " di Costanzana (sud)
" " di Sali
" " di Costanzana (nord) } (*diluvium superiore*).
" " di Salasco (nord)
" " di Salasco (sud)
" " di Ronsecco (*diluvium superiore*).
" " di Quinto Vallasino (*alluv. dell'Elvo*).
" " di Pezzana (*alluvium*).
" " di Ricorvo-Lomellina (*alluvium sesiano*).
" " di Mad. delle Vigne (*diluvium antico*).
" " di Trino Monte Nuovo (*dilurium antico*?).
" " di Trino Costa (*diluvium antico*?).

terreni agrari del Ver

15	16	17	18	19	2
1	1	1	1	1	1
8	9	8	8	8	8
8	8	9	8	8	8
9	—	9	—	9	9
7	—	—	—	—	—
5	4–5	5–6	7	6	7
8	10	—	—	—	—
10	8	9	9	9	8
7	9	10	10	?	10
7	9	10	8	7	10
8	7	8	7	7	7
8	7	7	9	9	7
9	7	9	7	7	8
—	7	7	7	7	7
—	9	8	—	—	—
—	—	9	10	10	10
—	—	—	—	—	9
7	7	—	—	—	—
7	8	8	7	8	7
—	—	9	8	8	9
10	10	10	—	10	—
—	—	—	—	—	—
6	6	7	8	7	8
8	9	9	9	8	9
8	8	9	8	8	8
—	10	—	9	10	9
—	—	—	—	—	—
10	10	10	10	—	10
—	—	—	—	—	8

Digitized by Google

terreni agrari del Vercellese.

	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
o	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
arz	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1-2
lcee	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
rins	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
nen	8	9	8	8	8	8	8	8	8	8	8	9	9	9	8	8
agn	8	8	9	8	8	8	8	8	8	9	8	9	9	8	8	8
tilq	9	—	9	—	9	9	—	9	9	9	10	9	—	10	9	9
rool	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
mor	—	—	—	—	—	—	9	9	9	7	7	7	—	7	7	6
rbo	7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7	8	—
rtoc	5	4-5	5-6	7	6	7	7	7	7	5	5	5	4	5-6	5	5-6
icro	—	10	—	—	—	—	10	—	—	—	10	10	8	—	—	—
lagi	8	8	9	9	9	8	9	9	9	8	5	8	7	8	8	8
ross	10	9	10	—	?	10	10	10	10	9	10	9	8	9	8	—
	—	9	10	10	—	10	10	10	—	9	—	10	9	?	9	9
nfib	7	7	8	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
rneb	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	6	7	7	7	6
	—	9	9	9	9	8	8	8	9	9	9	8	7	—	9	9
lauc	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	8	7	9	7	7	5
rana	8	7	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7-8	7	7	7
ordi	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10	—	—	—
ircon	9	9	9	10	10	10	10	10	10	10	10	10	8	9	9	8-9
illim	—	—	—	—	—	9	9	9	—	—	—	—	8	—	—	—
ianit	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10	—
ndal	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
pido	7	7	8	7	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	8
oisit	7	8	9	8	8	9	9	9	9	9	9	9	10	7	9	8
itan	—	—	—	—	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
orm	10	10	10	—	10	—	—	—	—	—	10	—	8	9	—	—
taur	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10	—	8	—	—	—
Inse	6	6	7	8	7	8	8	8	8	8	7	6-7	7	7	8	7
erici	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
liotit	8	9	9	9	8	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
lorit	8	8	9	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	9	8
lorit	—	10	—	—	10	—	—	—	—	—	—	—	—	10	10	10
erpe	—	—	—	9	—	9	—	—	—	—	10	10	—	10	9	—
itan	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10	10
pine	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
pati	10	10	10	10	—	10	10	10	10	—	?	10	10	—	—	—
asta	—	—	—	—	—	8	8	8	8	9	—	—	—	—	—	—

Digitized by Google

Attenuazione dissimmetrica
in un mezzo a

Nota del Socio nazionale res

Da qualche anno ho intrapr
la realizzazione di sistemi telefon
invisibili. Ho già riferito in altr
tenuti servendomi di radiazioni u
gli apparecchi da me all'uopo ide
zionamento si impernia sulla modu
da me per la prima volta dimost
di una cellula fotoelettrica. Nella
mente riferito (**) sui perfezioname
al fine di assicurarne il funziona
di rendere meno ingombranti g
guendo nello studio dell'argomen
mie altre ricerche che mi hanno
zioni ultrarosse, al posto delle u
ralmente i dispositivi. A questo
mia attenzione, nella speranza
di telefonia ottica con radiazion
traversassero l'atmosfera, in cer
o foschia, per le quali le radiaz
affievolite.

Tralascio di accennare qui
hanno servito nella utilizzazione

(*) « Rendiconti R. Accademia dei
(**) Id., vol. IX, p. 924, 1929.

Digitized by Google

Attenuazione dissimmetrica di energia raggiante in un mezzo assorbente.

Nota del Socio nazionale residente Q. MAJORANA

Da qualche anno ho intrapreso ricerche sperimentali per a realizzazione di sistemi telefonici ottici, mediante radiazioni nvisibili. Ho già riferito in altra Accademia sui risultati ot-enuti servendomi di radiazioni ultraviolette (*); e ho descritto li apparecchi da me all'uopo ideati e sperimentati, il cui fun-ionamento si impernia sulla modulazione di un arco a mercurio da me per la prima volta dimostrata come possibile) e sull'uso i una cellula fotoelettrica. Nella detta sede, ho inoltre recente-nente riferito (**) sui perfezionamenti introdotti in tali dispositivi, l fine di assicurarne il funzionamento anche di pieno giorno, i rendere meno ingombranti gli apparecchi, ecc. E, prose-uendo nello studio dell'argomento, ho inoltre detto di talune nie altre ricerche che mi hanno condotto ad utilizzare le radia-ioni ultrarosse, al posto delle ultraviolette, modificando natu-almente i dispositivi. A questo nuovo indirizzo, ho rivolto la nia attenzione, nella speranza di poter realizzare un sistema i telefonia ottica con radiazioni invisibili, che più facilmente raversassero l'atmosfera, in certe condizioni di nebbia, pioggia foschia, per le quali le radiazioni u. v. restano notevolmente ffievolite.

Tralascio di accennare qui ai particolari dispositivi che mi anno servito nella utilizzazione delle radiazioni u. r. per il detto

(*) " Rendiconti R. Accademia dei Lincei „, vol. V, p. 726, 1927.
(**) Id., vol. IX, p. 924, 1929.

Digitized by Google

Dirò soltanto che impiego a tal fine, quale sorgente di
ioni, una lampada elettrica a incandescenza intensiva
0 a 500 watt), della quale filtro, con un vetro all'ossido
nganese, delle λ di 1 micron circa. Le radiazioni di tale
da, che sono praticamente fisse e costanti in intensità,
no modulate mediante congegni elettromeccanici (*modula-*
i quali proiettano quelle radiazioni dalla stazione tras-
te alla ricevente, lasciando convogliare nella loro intensità
ile i periodi acustici da trasmettere. Alla ricevente, le
ioni u. r. cadono su di una cellula al tallio, probabilmente
a quella detta dal Case *thalofide*, e che è stata da me
ta, con processo indicato altrove (*).
a telefonia ottica con radiazioni u. r., ha dato sin dalle
prove, che ho avuto occasione di eseguire in questi ultimi
ottimi risultati. Distanze dell'ordine dei 10 km. fra Bo-
e le colline circostanti, sono state facilmente superate.
ora sono in corso esperienze, per studiare questo nuovo
di telecomunicazione.
copo della presente Nota è di riferire su certi fatti di
nuazione della trasmissione della parola mediante le dette
oni (u. v. oppure u. r.), che ho potuto osservare, quando
sfera, compresa tra le due stazioni, non è del tutto lim-
più particolarmente, quando tale difetto si manifesta
iformemente lungo tutta la visuale congiungente le due
i.
ccennerò subito ai fatti; dirò poi del modo con cui ho
lato la loro esistenza con ricerche di laboratorio; ed
tabilirò la teoria probabile dei fatti stessi.
erimentavo con due stazioni poste ad una distanza del-
di 10 km. (**), essendo esse fornite di impianto duplice
efonia ottica con raggi u. v. Esperienze del genere, ven-
solito da me condotte, puntando dapprima tutto il fascio

Majorana e Todesco, " Rendiconti R. Acc. dei Lincei ,, agosto, 1928.
Più precisamente fra Bologna (Istituto Fisico A. Righi) e Monte
istanza km. 8,800.

di radiazioni della lampada a
verso l'altra, senza filtrare, medi
le sole radiazioni u. v. La recez
forte da entrambi i lati; almen
proca visibilità delle due stazio
buone. La intensità di recezione
l'interposizione dello schermo sud
pletamente invisibile. Tale affiev
e per uno schermo non troppo o
tensità totale. Ma tuttavia, se
sono avverse, la recezione è anc

Si comprende così, che col peg
sferiche, possa venire a mancare
mentre può continuare a sussist
il fatto, che a prima vista non si sp
talvolta, la recezione in una de
nell'altra. Sperimentando una se
due dette stazioni, mentre era po
da parte delle due stazioni, veniv
mente la recezione a Bologna, q
la sua lampada con vetro al ni
Monte Calvo sentire Bologna, qua
col proprio schermo le sue radiaz

Scartata l'ipotesi di una dissi
funzionano egregiamente in serate
l'atmosfera); osservato che proba
l'atmosfera non era ottima; non
una certa dissimmetria nelle cor
tutto il tratto visuale delle staz
ammettendo: l'assoluta eguaglian
due stazioni (sorgente, congegno
di nichel, cellula fotoelettrica, a
telefonica); e l'omogeneità dell'atr
sia pure con un forte potere ass
i punti; non sarebbe stato poss
del fenomeno.

Guidato da questi criterii ce

Digitized by Google

i radiazioni della lampada a mercurio da ciascuna stazione, erso l'altra, senza filtrare, mediante il vetro all'ossido di nichel, e sole radiazioni u. v. La recezione è, in tali condizioni, molto orte da entrambi i lati; almeno quando le condizioni di reci- roca visibilità delle due stazioni, sono ottime od anche solo uone. La intensità di recezione si affievolisce notevolmente per interposizione dello schermo suddetto, che rende il fascio com- letamente invisibile. Tale affievolimento è, in buone condizioni, per uno schermo non troppo opaco, di circa il 70 % dell'in- ensità totale. Ma tuttavia, se le condizioni atmosferiche non ono avverse, la recezione è ancora nettamente possibile.

Si comprende così, che col peggiorare delle condizioni atmo- feriche, possa venire a mancare la recezione in sola luce u. v., nentre può continuare a sussistere quella in luce totale. Ma l fatto, che a prima vista non si spiega facilmente, è il seguente: alvolta, la recezione in una delle stazioni è più debole che nell'altra. Sperimentando una sera dello scorso aprile fra le due dette stazioni, mentre era possibile parlare in luce totale da parte delle due stazioni, veniva a mancare quasi completa- mente la recezione a Bologna, quando Monte Calvo oscurava a sua lampada con vetro al nichel; era invece possibile a Monte Calvo sentire Bologna, quando questa stazione oscurava col proprio schermo le sue radiazioni.

Scartata l'ipotesi di una dissimmetria dei due impianti (che funzionano egregiamente in serate di perfetta trasparenza del- l'atmosfera); osservato che probabilmente la trasparenza del- l'atmosfera non era ottima; non rimaneva ad ammettere che una certa dissimmetria nelle condizioni di trasparenza lungo tutto il tratto visuale delle stazioni. È evidente infatti, che ammettendo: l'assoluta eguaglianza delle parti costituenti le due stazioni (sorgente, congegno modulante, schermo all'ossido di nichel, cellula fotoelettrica, amplificatore telefonico, cuffia telefonica); e l'omogeneità dell'atmosfera, lungo tutta la visuale, sia pure con un forte potere assorbente ma costante in tutti i punti; non sarebbe stato possibile dare alcuna spiegazione del fenomeno.

Guidato da questi criterii cercai di controllare con l'osser-

Digitized by Google

e visiva diretta, la diversa omogeneità dell'atmosfera, e l'esperimento citato. Forse fu giudicato complessiva- dalle persone che si trovavano alle due stazioni, che un di nebbia si stendesse su Bologna, che non su Monte ma può anche darsi che tale dissimmetria fosse addirit- ıversa. Senza vagliare esattamente tale conclusione quan- ı, ammetto per ora come certo il fatto generico di una netria nell'assorbimento da parte dell'atmosfera, delle ra- i, lungo la visuale stendentesi fra le due stazioni.

esistenza dell'effetto in parola, è stata inoltre da me lata con esperienze in laboratorio. Si sono adoperate tivamente radiazioni u. v. e u. r. Queste ultime hanno ı dato risultati meno sicuri; e riferisco perciò su quelli i soltanto con le u. v. Una lampada a mercurio è posta emità di un corridoio, lungo circa 90 metri. La sua luce ntrata verso l'altra estremità, mediante una lente. Con iò, è a ritenersi che il fascio di raggi non sia parallelo: gine dell'arco a mercurio si proietta infatti sul fondo rridoio con una estensione di più metri, cioè fortemente dita. Qui, una cellula fotoelettrica è colpita dalle radia- he sono concentrate su di essa mediante una lente di di diametro e di 10 cm. di fuoco. Un galvanometro Moll ito in circuito con la cellula, insieme con una f. e. m. di lt circa (inferiore alla tensione di accensione della cellula). ıo così delle letture di deviazione galvanometrica, alter- nente, quando immediatamente davanti alla lampada si si toglie lo schermo di vetro all'ossido di nichel. Si trova i letture stanno nel rapporto $r = 0{,}25$. Si ripete l'osser- e quando si pone lo schermo davanti alla cellula (cioè o estremo del corridoio). Quel rapporto diventa $r' = 0{,}27$. cifre, citate a mo' d'esempio, sono state controllate con determinazioni che qui non riporto. Risulta dunque la te proposizione: *Sia un fascio di radiazioni divergenti che e un certo tratto di lunghezza L. La sua intensità è affie- el rapporto r quando si pone attraverso il raggio un tratto nte (il vetro al nichel) all'inizio del percorso L, cioè dove azioni sono più concentrate. La stessa intensità si riduce*

el rapporto r', essendo r' > r, nterposto verso la fine di L, ci er la loro divergenza, assai di

Veramente la differenza tr ati sperimentalmente, è tropp he essa senz'altro spieghi qua elle recezioni telefoniche, tra l'altra parte da notarsi, che in l'assorbimento lungo un tratto, può essere ben diversa da que sido di nichel nell'esperimento nteso sostituire al banco di n forse qualche chilometro, il vetro irca. Inoltre, la divergenza de mento di intensità ben superior i due casi non sono dunque qua qualitativamente, paragonabili. pur è stato riscontrato nei valo da l'indizio di una conferma g

Quanto precede, mi ha in teorica del constatato fenomen

Osservo anzitutto, che co diottrico davanti alla lampada emergente, specialmente se st tale cioè che di fronte a ques sistema diottrico), deve consi come parallelo. Il parallelismo che con una sorgente idealme rifrangente o riflettente esattar in conseguenza delle gravi ab canza di correzione cromatica tratti promiscuamente di region e della estensione del crater curio (o di altra sorgente), divergenti. E tali fasci produ da una diecina di metri di dis praticamente in ragione inve

Digitized by Google

rapporto r', essendo r' > r, quando il tratto assorbente viene erposto verso la fine di L, cioè là dove le radiazioni si sono, la loro divergenza, assai diffuse.

Veramente la differenza tra i due rapporti *r* ed *r'* control- i sperimentalmente, è troppo poca cosa, per lasciar credere e essa senz'altro spieghi quanto è stato osservato nel caso lle recezioni telefoniche, tra Bologna e Monte Calvo. Ma è altra parte da notarsi, che in tale caso la distribuzione del- ssorbimento lungo un tratto, che è circa 100 volte maggiore, ò essere ben diversa da quella occasionata dal vetro all'os- do di nichel nell'esperimento di laboratorio. In questo, si è teso sostituire al banco di nebbia, sia pur leggera ma lunga rse qualche chilometro, il vetro al nichel dello spessore di 1 mm., rca. Inoltre, la divergenza dei raggi dà luogo ad un affievoli- ento di intensità ben superiore nel caso della grande distanza. due casi non sono dunque quantitativamente, e forse nemmeno ualitativamente, paragonabili. Ma è sintomatico il divario che ur è stato riscontrato nei valori di *r* ed *r'*; divario che almeno à l'indizio di una conferma generica del fenomeno constatato.

Quanto precede, mi ha indotto a condurre una indagine eorica del constatato fenomeno, che passo ad esporre.

Osservo anzitutto, che comunque si disponga il congegno liottrico davanti alla lampada a mercurio, il fascio di raggi emergente, specialmente se studiato a una distanza notevole tale cioè che di fronte a questa, sia trascurabile l'apertura del sistema diottrico), deve considerarsi come divergente, e mai come parallelo. Il parallelismo dei raggi non potrebbe ottenersi che con una sorgente idealmente puntiforme e con un sistema rifrangente o riflettente esattamente stigmatico. Le comuni lenti, in conseguenza delle gravi aberrazioni di sfericità, della man- canza di correzione cromatica (tanto più notevole in quanto si tratti promiscuamente di regioni visibili ed invisibili dello spettro), e della estensione del cratere luminoso della lampada a mer- curio (o di altra sorgente), dànno evidentemente fasci assai divergenti. E tali fasci producono illuminamenti che, a partire da una diecina di metri di distanza dalle lenti in parola, variano praticamente in ragione inversa del quadrato delle distanze.

Digitized by Google

e diciamo I_1 la intensità alla distanza 1 dalla sorgente (sup-
idealmente puntiforme), la intensità alla distanza x sarà:

$$i = \frac{I_1}{x^2}. \qquad (1)$$

ifferenziando tale eguaglianza si ha l'espressione

$$di = -\frac{2i}{x}dx;$$

rrisponde alla variazione elementare, lungo l'elemento dx
tensità i, e che, a causa del segno negativo, equivale ad
nuazione (*attenuazione per divergenza dei raggi*).
a l'energia che si raccoglie alla stazione ricevente, si può
affievolendo, col crescere della distanza, in causa di
mento progressivo dovuto alla mancanza di trasparenza
a del mezzo. Se questo è omogeneo, si può ammettere
traverso l'elemento dx, la variazione di dell'intensità,
come sola *attenuazione per assorbimento del mezzo,* sia
a da:

$$di = -pi\,dx, \qquad (2)$$

è una costante. In altri termini, si suppone che l'assor-
o sia proporzionale alla intensità, a parità di condizioni
zzo. La precedente equazione, integrata, dà

$$i = k\,e^{-px}.$$

costante k, nel caso di un fascio idealmente parallelo,
eguale al valore I_0 della intensità alla stazione trasmit-
perchè in tale punto l'esponenziale si riduce all'unità.
così:

$$i = I_0\,e^{-px}.$$

fascio non è parallelo, ma divergente, e cioè partente
ente da un punto, origine delle distanze x, in tale punto
sità, intesa come illuminamento di una superficie posta
mediata vicinanza, è infinita. Conviene perciò anche qui
i ad un punto posto p. es. alla distanza unitaria e di-

ndo I_1 l'intensità raccolta in qu
lla (2) la forma:

$$i = I_1\,e^{p(1-}$$

In pratica, entrambe le attenua
rrano in giuoco, quando si abbia
one di un fascio divergente in u
o complessivo sarà espresso da

$$di = -\frac{2i}{x}dx$$

Integrale di questa equazione, c
stanza 1, è:

$$i = I_1\frac{e^{p(1-}}{x^2}$$

uesta espressione ci dice che l'i
ttenuazione della intensità I_1 ot
er entrambi i coefficienti di at
elazioni (1) e (3).

Il valore dell'intensità i esp
he l'energia raggiante parta da
atto x e lo percorra in tutta
esso assumerà nei due casi l'int
ontata da uno o dall'altro estre
stante in tutti i punti del mezz
osa avvenga se p varia con
della (4) dà:

$$i = \frac{I_1}{x^2}$$

dove I_1 è sempre la intensità
differenza della (5), rappresent
integrazione indicata verrà est
risponderà alla distanza L del
che, se tale distanza è molto

Digitized by Google

endo I_1 l'intensità raccolta in quel punto, dare all'integrale ella (2) la forma:

$$i = I_1 e^{p(1-x)}. \qquad (3)$$

In pratica, entrambe le attenuazioni a cui si è fatto cenno ntrano in giuoco, quando si abbia a che fare con la propaga- ione di un fascio divergente in un mezzo assorbente; e cioè l di complessivo sarà espresso da:

$$di = -\frac{2i}{x}dx - pi\,dx. \qquad (4)$$

L'integrale di questa equazione, che assume il valore I_1 alla distanza 1, è:

$$i = I_1 \frac{e^{p(1-x)}}{x^2}. \qquad (5)$$

Questa espressione ci dice che l'intensità i corrisponde ad una attenuazione della intensità I_1 ottenibile moltiplicando questa per entrambi i coefficienti di attenuazione già indicati nelle relazioni (1) e (3).

Il valore dell'intensità i espresso dalla (5) è lo stesso tanto che l'energia raggiante parta da un estremo che dall'altro del tratto x e lo percorra in tutta la sua lunghezza. Beninteso che esso assumerà nei due casi l'intensità I_1 alla distanza unitaria contata da uno o dall'altro estremo. Ciò è evidente, se p è costante in tutti i punti del mezzo. Ma ci si può domandare che cosa avvenga se p varia con x. In tale caso l'integrazione della (4) dà:

$$i = \frac{I_1}{x^2} e^{-\int_1^x p dx};$$

dove I_1 è sempre la intensità, alla distanza unitaria, e p, a differenza della (5), rappresenta una certa funzione della x. La integrazione indicata verrà estesa ad un valore di x che corrisponderà alla distanza L delle due stazioni. E si comprende che, se tale distanza è molto grande rispetto all'unità (p. es. se

Digitized by Google

ta di 10.000 metri, e si sceglie come unità il metro), tegrale sarà praticamente lo stesso dell'altro:

$$\int_0^x p\,dx\,. \qquad (6)$$

meno quando la funzione p non presenti discontinuità o singolari, come è assai verosimile. Per cui, se si invertono to le due stazioni, lasciando sempre la stessa legge di uzione del coefficiente di attenuazione p lungo il tratto L, ore dell'integrale (6) sarà ancora lo stesso, perchè verrà sere mutato non solo il segno del differenziale dx. ma il segno dell'integrale, i cui limiti saranno invertiti. Ridunque immutato il valore di i.

i deduce quindi che *il valore di i, cioè la intensità rac- n una delle stazioni (perchè dall'altra viene irradiata sotto di un fascio divergente una certa intensità, di cui era stato to con I_1 il valore alla distanza unitaria) sarà la stessa, ndentemente dal senso della propagazione, e ciò qualunque legge di distribuzione del coefficiente di assorbimento p lungo to fra le due stazioni.*

a vista di questo risultato e prima di andare avanti, poci da un punto di vista generale, nel considerare il fenodi attenuazione di energia raggiante, propagantesi attraun mezzo, dovuta a più di una causa. Suppongasi, anzitutto, ella propagazione di tale energia, si verifichi un'attenuaesprimibile in forma differenziale con una legge del tipo:

$$di = -pf(i)\,dx\,, \qquad (7)$$

o la quale, in ogni tratto della linea di propagazione, la ità i raccolta (cioè quella che cade su una determinata icie) subisca una diminuzione proporzionale ad una certa ne $f(i)$ della intensità stessa, e che sia il coefficiente di rzionalità o di attenuazione p eventualmente variabile sto.

ella (7) si separano immediatamente le variabili e si a fra due limiti a, b di x, scrivendo:

$$\int_{i_a}^{i_b} \frac{di}{f(i)} = -\int_a^b p\,dx\,,$$

ove i_a e i_b sono i valori che s
mplesso fenomeno, nei punti a
Indichiamo con $\bar{p}$ il valore me

$$p = \frac{1}{b-a}$$

Se diciamo $F(i)$ una funzione pr
potremo scrivere:

$$F(i_b) - F(i_a) =$$

Questa relazione ci dice che l
conseguenza del fenomeno di att
ratto, dipende solo dal valor me
per conseguenza essa deve esse
propagazione.

Ma questa indipendenza pu
caso in cui coesistano più fatti
sodisfino a certe condizioni di a
ivi coefficienti siano p_1, p_2, ...;
tive funzioni che servono a defin
valori della variazione di. Si a
porzionalità (od anche eguaglia
tali funzioni; talchè sieno sodis

$$p_1 = h_1 p\,, \quad p$$

oppure le altre:

$$f_1(i) = k_1 f(i)\,, \quad f$$

essendo nei due casi così dist
delle costanti. È chiaro allora,
zione analoga alla (7), ma sott

$$di = -p\,.$$
$$di = -f(i$$

E tali equazioni differenzia

Digitized by Google

dove i_a e i_b sono i valori che assume i, in conseguenza del complesso fenomeno, nei punti a, b.

Indichiamo con $\bar{p}$ il valore medio di p nel tratto (a, b), sarà:

$$\bar{p} = \frac{1}{b-a} \int_a^b p\, dx .$$

Se diciamo $F(i)$ una funzione primitiva o integrale di $1/f(i)$, potremo scrivere:

$$F(i_b) - F(i_a) = (a - b)\, \bar{p} .$$

Questa relazione ci dice che la variazione dell'intensità, in conseguenza del fenomeno di attenuazione lungo un determinato tratto, dipende solo dal valor medio di p lungo tutto il tratto; per conseguenza essa deve essere indipendente dal senso di propagazione.

Ma questa indipendenza può ancora essere dimostrata nel caso in cui coesistano più fatti di attenuazione, purchè questi sodisfino a certe condizioni di analogia. Suppongasi che i relativi coefficienti siano p_1, p_2, ...; e sieno $f_1(i)$, $f_2(i)$, ... le relative funzioni che servono a definire come nella (7) dei particolari valori della variazione di. Si ammetta ancora che vi sia proporzionalità (od anche eguaglianza) tra tali coefficienti, o tra tali funzioni; talchè sieno sodisfatte le relazioni:

$$p_1 = h_1 p , \quad p_2 = h_2 p , \ldots ;$$

oppure le altre:

$$f_1(i) = k_1 f(i) , \quad f_2(i) = k_2 f(i) , \ldots ;$$

essendo nei due casi così distinti, h_1, h_2 ... oppure k_1, k_2 ... delle costanti. È chiaro allora, che si potrà scrivere una relazione analoga alla (7), ma sotto una delle forme seguenti:

$$di = - p \,.\, \Sigma\, h f(i) \,.\, dx ;$$
$$di = - f(i) \,.\, \Sigma\, k p \,.\, dx .$$

E tali equazioni differenziali si integrano esattamente come

Digitized by Google

; per cui valgono anche le conclusioni circa la simmetria trasmissioni per rapporto all'assorbimento.

Da quanto precede, appare chiaro che il fatto della sim- della funzione deriva dall'aver potuto scrivere il valore variazione elementare di in guisa che esso sia rappre- o da un solo termine esprimente il prodotto di una fun- della sola i per una funzione della sola x. Così essendo, mediatamente possibile la separazione delle variabili e la guente integrazione per quadrature dei due membri. Perchè meno la simmetria, occorre intanto la coesistenza dei due ttenuativi, rappresentabili con espressioni di questo genere:

$$-p_1 f_1(i)\,dx\,, \quad -p_2 f_2(i)\,dx\,;$$

li, che non si possano raccogliere in un solo termine stesso tipo. Ciò avverrà dipendentemente dalla particolare delle funzioni p ed f, o più semplicemente quando $p_1 \neq h p_2$ $= k f_2$; essendo h, k delle costanti.

el caso fisico che si studia, l'attenuazione è dovuta a due Una di esse, geometrica (attenuazione per divergenza), otrà venir meno, nè la sua espressione analitica può esser ata. Per essa:

$$p_1 = \frac{2}{x}\,, \quad f(i) = i\,.$$

altra causa, quella cioè corrispondente all'assorbimento, na funzione qualunque di x, e nessuna ipotesi particolare fare su di essa. Al fine di spiegare la dissimmetria osser- perimentalmente, occorre ammettere che essa si verifichi na legge del tipo $p f(i)\,dx$, dove $f(i)$ indichi una funzione a da i e p una funzione di x diversa da k/x (essendo k te).

'altra parte la funzione $f(i)$ deve differire poco da i; si più semplice è dunque che:

$$f(i) = i^{1+\epsilon}\,,$$

a quantità ϵ è piccola ma diversa da zero. Inoltre le azioni e le esperienze da me fatte, farebbero credere che

sa debba essere, nei casi stud
mplessiva elementare sarà espr

$$di = -\frac{2i\,dx}{x}$$

i anche:

$$\frac{di}{dx} = -\frac{2i}{x}$$

Questa equazione, posto $i^{-\epsilon} =$

$$di = -\frac{1}{\epsilon}y$$

si trasforma nell'altra:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{x}$$

L'integrale di questa equazio
nato, non appena si assegni il va
punto qualunque di ascissa a, che
di valori infiniti, dovrà essere di

$$y = i^{-\epsilon} = x^{2\epsilon}\left(\epsilon \int_a^x$$

L'esame di questa funzione, indip
di integrazione della funzione so
come essa non possa dar luogo
sità i quando si inverta la distrib
il tratto (a, x); salvo che p sia
destamente, riappare la simmet
che, finchè $\epsilon \neq 0$, è questo l'uni
lo stesso valore di i in corrispo
del coefficiente p. Si osservi
inversa, in generale, corrispon
$p(a+b-x)$ in luogo di $p(x)$,
dell'estremo del tratto che si

Digitized by Google

essa debba essere, nei casi studiati, positiva. L'attenuazione complessiva elementare sarà espressa da:

$$di = -\frac{2i\,dx}{x} - p i^{1+\epsilon}\,dx\,,$$

od anche:

$$\frac{di}{dx} = -\frac{2i}{x} - p i^{1+\epsilon}\,.$$

Questa equazione, posto $i^{-\epsilon} = y$, e cioè

$$di = -\frac{1}{\epsilon} y^{-1-\frac{1}{\epsilon}}\,dy\,,$$

si trasforma nell'altra:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{x} + p\epsilon\,.$$

L'integrale di questa equazione è perfettamente determinato, non appena si assegni il valore i_a dell'intensità i in un punto qualunque di ascissa a, che, per evitare la considerazione di valori infiniti, dovrà essere diverso dall'origine. Ed esso è:

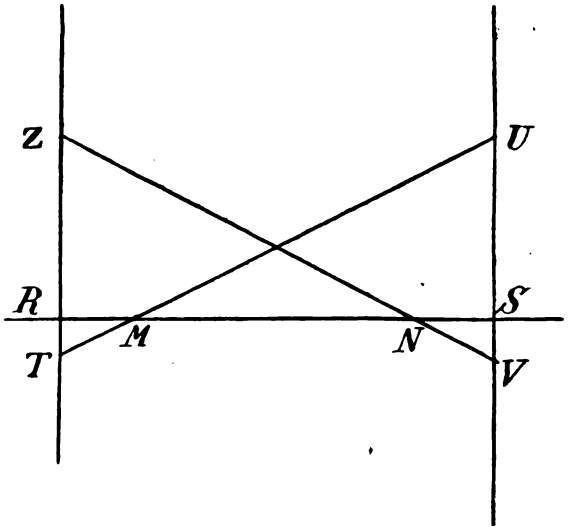
$$y = i^{-\epsilon} = x^{2\epsilon}\left(\epsilon \int_a^x p x^{-2\epsilon}\,dx + i_a{}^{-\epsilon}\right). \qquad (8)$$

L'esame di questa funzione, indipendentemente dalla possibilità di integrazione della funzione sotto il segno, fa comprendere come essa non possa dar luogo agli stessi valori della intensità i quando si inverta la distribuzione del coefficiente p lungo il tratto (a, x); salvo che p sia costante, nel qual caso, manifestamente, riappare la simmetria. Anzi, è facile verificare che, finchè $\epsilon \neq 0$, è questo l'unico caso in cui può verificarsi lo stesso valore di i in corrispondenza a distribuzione inversa del coefficiente p. Si osservi infatti che tale distribuzione inversa, in generale, corrisponde a considerare la funzione $p(a + b - x)$ in luogo di $p(x)$, dove con b si è indicata l'ascissa dell'estremo del tratto che si considera. Ora, se il secondo

Digitized by Google

della (7) non muta sostituendo $p(a+b-x)$ a $p(x)$, r qualunque valore di b, basta supporre $x=b$, per de- $(a)=p(b)$, cioè, essendo a e b arbitrari, $p=$ cost.

riferirmi ora ad un caso concreto, il quale dia anche relazioni analitiche non troppo complesse, si supponga due stazioni R, S, situate alla distanza L. Lungo tale scelgo due punti M, N, rispettivamente distanti dai due per i segmenti $RM=NS=a$. Sia $RN=b$; talchè $+b$ (vedi figura). I punti M, N si potranno in se- pporre vicinissimi rispettivamente ad R ed S, talchè i M ed NS diventino piccolissimi ed anche trascurabili di ad L.



ppongasi ora che la distribuzione, lungo il tratto L, del ente di assorbimento p, sia data dalla legge lineare

$$p_1 = A(x-a);$$

gge corrisponde al diagramma TU. Si comprende come diagramma non possa avere, con tutto rigore, significato giacchè secondo esso, nel tratto RM, p assumerebbe va- gativi, ed invece di assorbimento, in tale tratto vi sarebbe

adagno di energia, il che è a fica può risultare approssima sta della piccolezza suddetta

Nella figura, è segnata inol esenta il diagramma inverso d ate alla equazione:

$$p_2 = A($$

Sostituisco queste due espres successivamente, nella (8). Proce valori i_1 e i_2 delle intensità i per x dal punto R:

$$i_1^{-\epsilon} = A\epsilon x^{2\epsilon}\frac{x^{2-2\epsilon}-a^{2-2\epsilon}}{2-2\epsilon} - A\epsilon$$

$$i_2^{-\epsilon} = A\epsilon b x^{2\epsilon}\frac{x^{1-2\epsilon}-a^{1-2\epsilon}}{1-2\epsilon} - A\epsilon$$

Queste due espressioni sono diver terle in forma più esplicita facci

$$i_1^{-\epsilon} = A\epsilon\frac{b^2-a^{2-2\epsilon}b^{2\epsilon}}{2-2\epsilon} -$$

$$i_2^{-\epsilon} = A\epsilon\frac{b^2-a^{1-2\epsilon}b^{2\epsilon+1}}{1-2\epsilon} -$$

Se, come si è detto più sopra fronte a b, trascurando i termini si può scrivere:

$$i_1^{-\epsilon} = A\epsilon\frac{b^2}{2-2\epsilon} + \frac{b}{a}$$

$$i_2^{-\epsilon} = A\epsilon\frac{b^2}{1-2\epsilon} - A$$

Così, la differenza tra i va dente, rimanendo definitivamente

Digitized by Google

guadagno di energia, il che è assurdo. Ma la rappresentazione grafica può risultare approssimata al vero quanto si vuole, in vista della piccolezza suddetta del tratto RM.

Nella figura, è segnata inoltre la retta VZ, la quale rappresenta il diagramma inverso di distribuzione di p, corrispondente alla equazione:

$$p_2 = A(b - x).$$

Sostituisco queste due espressioni particolari della funzione p successivamente, nella (8). Procedendo alle integrazioni, si hanno i valori i_1 e i_2 delle intensità in un punto qualunque distante per x dal punto R:

$$i_1^{-\varepsilon} = A\epsilon x^{2\varepsilon} \frac{x^{2-2\varepsilon} - a^{2-2\varepsilon}}{2 - 2\epsilon} - A\epsilon x^{2\varepsilon} a \frac{x^{1-2\varepsilon} - a^{1-2\varepsilon}}{1 - 2\epsilon} + \frac{x^{2\varepsilon}}{a^{2\varepsilon}} i_a^{-\varepsilon},$$

$$i_2^{-\varepsilon} = A\epsilon b x^{2\varepsilon} \frac{x^{1-2\varepsilon} - a^{1-2\varepsilon}}{1 - 2\epsilon} - A\epsilon x^{2\varepsilon} \frac{x^{2-2\varepsilon} - a^{2-2\varepsilon}}{2 - 2\epsilon} + \frac{x^{2\varepsilon}}{a^{2\varepsilon}} i_a^{-\varepsilon}.$$

Queste due espressioni sono diverse l'una dall'altra. E per metterle in forma più esplicita facciamo il caso di $x = b$. Si ha:

$$i_1^{-\varepsilon} = A\epsilon \frac{b^2 - a^{2-2\varepsilon} b^{2\varepsilon}}{2 - 2\epsilon} - A\epsilon \frac{ba - b^{2\varepsilon} a^{2-2\varepsilon}}{1 - 2\epsilon} + \frac{b^{2\varepsilon}}{a^{2\varepsilon}} i_a^{-\varepsilon},$$

$$i_2^{-\varepsilon} = A\epsilon \frac{b^2 - a^{1-2\varepsilon} b^{2\varepsilon+1}}{1 - 2\epsilon} - A\epsilon \frac{b^2 - a^{2-2\varepsilon} b^{2\varepsilon}}{2 - 2\epsilon} + \frac{b^{2\varepsilon}}{a^{2\varepsilon}} i_a^{-\varepsilon}.$$

Se, come si è detto più sopra, si suppone a piccolissimo di fronte a b, trascurando i termini in cui rientra quella grandezza, si può scrivere:

$$i_1^{-\varepsilon} = A\epsilon \frac{b^2}{2 - 2\epsilon} + \frac{b^{2\varepsilon}}{a^{2\varepsilon}} i_a^{-\varepsilon},$$

$$i_2^{-\varepsilon} = A\epsilon \frac{b^2}{1 - 2\epsilon} - A\epsilon \frac{b^2}{2 - 2\epsilon} + \frac{b^{2\varepsilon}}{a^{2\varepsilon}} i_a^{-\varepsilon}.$$

Così, la differenza tra i valori di i_1 e i_2 appare più evidente, rimanendo definitivamente stabilita la dissimmetria della

Digitized by Google

propagazione dell'energia raggiante, quando si facciano cumulativamente le ipotesi della divergenza geometrica, della proporzionalità dell'assorbimento ad una potenza della intensità diversa da uno e della non uniforme distribuzione del coefficiente p di assorbimento lungo la visuale compresa fra le due stazioni.

Rimarrebbe ora da stabilire quale sia il valore di ϵ. Per ciò, soltanto l'esperienza potrà dare risposta esauriente: e soltanto allora si potrà tentare di compiere una valutazione numerica della differenza dei valori di i_1 e i_2. Non mi nascondo la difficoltà di questo problema pratico, dipendentemente dal fatto che non si saprà mai con precisione quale forma assumerà, nei singoli casi pratici, la funzione p. Ma comunque, confido di ricavare dalle esperienze o dalle osservazioni, dati sufficienti per confermare l'attendibilità della nuova ipotesi avanzata, sul fenomeno dell'assorbimento.

Termino questa Nota segnalando l'opera zelante prestata dal prof. G. Todesco, nella parte sperimentale e pratica di queste ricerche, e la cortese assistenza datami del prof. C. Rimini nella esecuzione degli sviluppi analitici.

Digitized by Google

Osservazioni litologiche e mineralogiche sul giacimento di Castiglione (Traversella).

Nota del Socio corrisp. LUIGI COLOMBA

(Con una tavola)

I.

Il giacimento a cui si riferisce la presente nota appartiene al gruppo dei giacimenti di Traversella i quali sono tutti dovuti, secondo quanto fu in modo sicuro riconosciuto da V. Novarese (1) ad intensi fenomeni di contatto e di estrazione magmatica, di carattere essenzialmente idatogenico, manifestatisi in diretto rapporto colla intrusione del massiccio dioritico di Valchiusella a spese dei banchi di calcare intercalati fra gli schisti cristallini di detta valle.

Questi giacimenti affiorano a diverse altezze lungo il vallone percorso dal torrente Bersella che sbocca nella valle principale in vicinanza immediata dell'abitato di Traversella, e fra questi quello di Castiglione è il primo che si incontra risalendo il detto vallone dopo quello di Riondello già da me ampiamente descritto unitamente alle rocce del massiccio (2). Esso trovasi

(1) V. Novarese, *L'origine dei giacimenti di Brosso e Traversella*, " Boll. del R. Com. Geol. Ital. „ (1901); *Die Erzlagerstätten von Brosso und Traversella in Piemont*, " Zeits. für prakt. Geol. „ 1902); *La serpentina di Traversella e la sua origine*, " Boll. del R. Com. Geol. Ital. „ (1902).

(2) L. Colomba, *Ricerche sui giacimenti di Brosso e Traversella. Parte I: Osservazioni petrografiche sul massiccio dioritico di Valchiusella*, " Memorie della R. Acc. delle Scienze di Torino „, Serie II, Tomo LXIII, (1911-12). — *Parte II: I fenomeni di metamorfismo e di deposito nei giacimenti inferiori di Traversella*, " Id. id. „ Serie II, Tomo LXVI (1914-15).

Digitized by Google

a poco più di un migliaio di metri di distanza da quest'ultimo, dal quale è separato da un avanzamento delle rocce dioritiche, essendo a sua volta contenuto in una loro posteriore rientranza.

Considerando la sua posizione e la sua altitudine appare evidente che esso si originò a spese di masse calcaree appartenenti agli stessi banchi che diedero origine al giacimento di Riondello e che vennero da questi staccate in seguito agli spostamenti determinatisi per la intrusione delle rocce dioritiche, al pari di quanto avvenne anche per i giacimenti superiori di Pian del Gallo, di Alpe Cima e di Montajeu (Montacuto).

La sua ampiezza riferita alle parti attualmente note, cioè a quelle che furono in passato oggetto di lavorazione, non è molto grande; si può però presumere che essa in altri tempi fosse maggiore avendosi a poche diecine di metri più in alto ed addossati alla parete del massiccio alcuni affioramenti di rocce pirosseniche analoghe a quelle che si trovano più in basso. Ciò lascia supporre che anticamente il giacimento avesse una maggiore estensione e che esso sia stato posteriormente ridotto alle attuali condizioni dai fenomeni di erosione torrenziale.

Percorrendo le gallerie superiori di Castiglione si nota che, prima di raggiungere le formazioni metamorfiche, si incontra sempre una cortina di rocce dioritiche simili a quelle del massiccio. Tale fatto, che in passato indusse taluno a supporre che il giacimento fosse interstratificato nelle dioriti (ipotesi questa insostenibile perchè altre gallerie scavate al di sotto delle precedenti raggiunsero il massiccio senza incontrare traccia alcuna di formazioni metamorfiche), si può facilmente spiegare senza che occorra di ammettere una particolare origine per il giacimento di Castiglione. Basta infatti supporre che, al pari di quanto avviene negli altri giacimenti di Traversella, anche nel nostro caso si abbia qualche apofisi dioritica che, staccandosi dal massiccio, penetri negli schisti cristallini ed avvolga le masse metamorfiche.

Questa disposizione anzi darebbe anche ragione della maggiore intensità che si nota nei fenomeni di metamorfismo e delle più profonde modificazioni che si osservano nelle formazioni metamorfiche di Castiglione in confronto di quelle caratteristiche

Digitized by Google

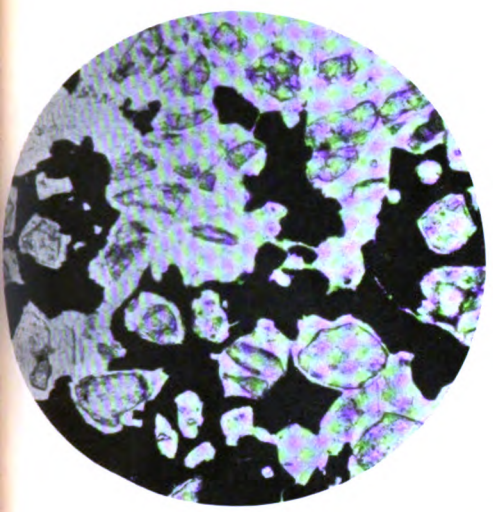


Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

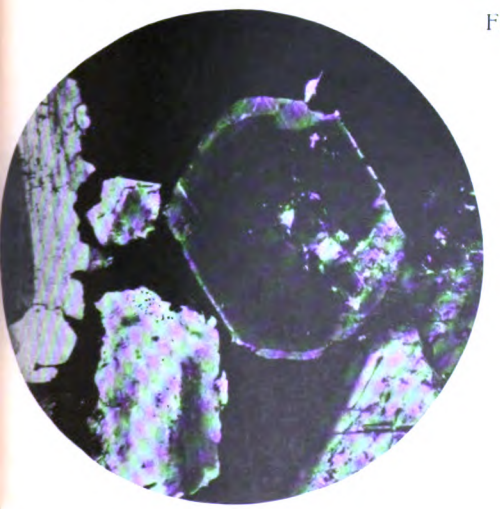


Fig. 4

Fig. 5

Digitized by Google

Digitized by Google

delle zone meno profonde del giacimento di Riondello, zone che sono per la loro posizione da considerarsi come equivalenti a quelle di Castiglione.

Infatti, come già ho accennato nei miei precedenti studi, in queste zone di Riondello le formazioni metamorfiche costituite prevalentemente da pirosseniti, accompagnate talvolta da anfiboliti e da qualche roccia olivinica, sono relativamente sane, mostrando solo tracce non molto intense di modificazioni posteriori rappresentate essenzialmente da una parziale loro serpentinizzazione dovuta ad azioni di tipo idatogenico manifestatesi inun secondo tempo durante la intrusione dioritica per opera di acque circolanti. Ora a Castiglione, dove le formazioni metamorfiche sono rappresentate da analoghi tipi di rocce, escluse le oliviniche, i fenomeni di serpentinizzazione sono molto più intensi ed estesi.

Così pure, mentre a Riondello i calcari sono ancora largamente rappresentati, invece a Castiglione mancano del tutto, avendosi solo scarse masse di carbonati ferro-magnesiaci che talvolta passano direttamente alla siderite. Lo stesso fatto si ha pure in quelle parti delle pirosseniti e delle anfiboliti in cui ancora si hanno tracce delle preesistenti masse calcaree, anch'esse però fortemente arricchite in ferro.

L'unico minerale metallifero veramente importante a Castiglione è la magnetite, che è diffusa nelle rocce metamorfiche in granuli, in vene ed in accentramenti ed ammassi anche di notevoli dimensioni. La pirite manca quasi completamente, comparendo solo, talvolta associata a calcopirite, in piccoli cristalli disseminati in talune delle masse di carbonati. Un minerale che, per quanto sempre molto raro, si può considerare come caratteristico per il giacimento di Castiglione è la molibdenite, già studiata da G. Lincio (1). Essa però, come ha fatto vedere il predetto autore, per il complesso dei caratteri delle sostanze che l'accompagnano, è da considerarsi come dovuta alla seconda

(1) G. Lincio, *La molibdenite del giacimento di Castiglione-Traversella*, Atti della Soc. dei Natur. e Matem. di Modena „, Serie V, vol. VII (1922).

Digitized by Google

fase metallifera che si manifestò in Valchiusella con caratteri schiettamente filoniani, contemporaneamente alla comparsa delle rocce porfiriche di Drusacco e dei dintorni di Brosso (1) ed alla quale è da riferirsi l'origine sia del giacimento piritifero di Brosso per quelle sue parti, e sono le maggiori, che si trovano lontane dal massiccio dioritico, sia di quelle limitate manifestazioni di carattere filoniano che si osservano, non solo in alcune parti dei giacimenti di Traversella, ma pur anche direttamente nelle rocce del massiccio, come nella località di Nasurg presso Vico Canavese, e negli schisti cristallini, come avviene alle grange di Pinacrosa sul versante sinistro del vallone di Bersella.

Anche la molibdenite partecipa di queste varie giaciture, avendone io constatato la presenza sotto forma di sottili spalmature negli schisti cristallini nelle zone prossime al giacimento in relazione con alcune fenditure che li attraversavano.

II.

Riassumo ora brevemente i risultati delle mie osservazioni sulle sopraccennate formazioni metamorfiche di Castiglione, per quanto si riferisce ai loro caratteri, in rapporto ai varî fenomeni da cui derivarono.

Cominciando dalle pirosseniti che ne costituiscono il gruppo più importante, si osserva che esse ad un semplice esame superficiale mostrano caratteri esterni di vere rocce serpentinose, presentandosi in masse compatte di color variante dal giallo cereo al verde-giallo ed al verde-bruno, dotate di frattura indistinta od imperfettamente concoide ed attraversate da vene di varia grandezza di magnetite, che si trova pure disseminata in impregnazioni diffuse, in noduli ed in accentramenti.

All'esame microscopico invece appare immediatamente la loro vera natura mineralogica di pirosseniti formatesi a spese

(1) A queste rocce porfiriche sono anche da riferirsi alcune rocce porfiriche del giacimento di Brosso indicate localmente, non si sa perchè, col nome di *quarziti dei giacimenti piritosi*. Esse differiscono solo dalle altre per il loro molto più avanzato stato di alterazione.

Digitized by Google

di preesistenti masse calcaree, talvolta ancora riconoscibili, malgrado la loro spesso avanzata trasformazione in serpentino, rimanendo sempre tracce visibili del primitivo pirosseno, costituito anche in questi casi da termini diopsidici e meno frequentemente da fassaite.

Riguardo al processo di serpentinizzazione si nota che in un primo tempo il pirosseno passò ad anfibolo, che nei casi di alterazione parziale avvolse i cristalli di pirosseno e penetrò nel loro interno seguendo i piani di sfaldatura. In un secondo tempo questo anfibolo passò a serpentino.

Nella figura 1ª della tavola è rappresentata con un ingrandimento di 50 diametri una sezione di dette pirosseniti vista a luce naturale ed in essa appare evidente il predetto processo di serpentinizzazione, in seguito al quale i residui dei preesistenti cristalli di pirosseno appariscono sotto forma di granuli privi di contorni definiti, avvolti, tanto quando sono liberi quanto nei casi in cui sono inclusi nella magnetite, da una sostanza incolora fibrosa costituita da serpentino.

Dal modo poi in cui si presenta la magnetite nella massa della roccia e tenendo conto specialmente del fatto che anche quando è incluso nella magnetite, il pirosseno appare serpentinizzato al pari di quanto avviene negli altri punti della roccia, si deduce che la comparsa della magnetite non dovette avvenire nel primo tempo dei fenomeni di metamorfismo, cioè quando si originarono le pirosseniti, ma bensì nel secondo tempo quando in queste si iniziò il processo di serpentinizzazione.

La differenza poi essenziale che si ha fra le pirosseniti di Riondello e quelle di Castiglione, oltre alla mancanza in queste ultime del granato e della speziaite, è data dalla presenza in queste della magnetite, il che non si verifica mai nelle zone equivalenti del giacimento di Riondello, dove la magnetite è sempre contenuta nei calcari più o meno modificati.

Fatti analoghi si osservano nelle rare anfiboliti pure serpentinizzate, che si riconoscono facilmente dalle pirosseniti per il colore più chiaro, tendente al grigiastro, delle rispettive masse serpentinose e per la loro evidente struttura a grandi intrecci di fibre.

Digitized by Google

Le masse dei carbonati che, come dissi, debbono a Castiglione considerarsi come i rappresentanti delle preesistenti masse calcaree hanno caratteri strutturali e mineralogici varianti col variare del loro colore.

Quelle di tinta molto chiara, bianche o grigiastre, hanno una struttura granulare e compatta, ed in esse si nota esclusivamente la presenza di un minerale in piccole laminette bianche, leggermente untuose al tatto e disseminate uniformemente nella loro massa. Questo minerale che doveva inizialmente essere costituito da una mica, appare ora come un prodotto intermedio fra la mica ed il talco. Le dette masse sono in generale povere in ferro e sono quindi da considerarsi come ultimi residui di preesistenti masse calcaree sottoposte ad un debole metamorfismo.

Quelle di tinta gialla o gialla brunastra rappresentano invece tipi molto ricchi in ferro, i quali, come già dissi, possono anche giungere alla pura siderite. Esse non hanno più struttura compatta, presentando invece l'aspetto di aggregati di romboedri deformati intimamente associati e fortemente compressi, con frequenti vani che dànno origine a piccole geodi le cui pareti sono tappezzate dalle estremità dei predetti romboedri. Tutte contengono abbondantissima clorite in laminette verdi non disseminate uniformemente nella loro massa, ma bensì associate e riunite in accentramenti in diretto rapporto colle precitate geodine.

Nei termini non molto ricchi di ferro, oltre alla clorite, non si hanno che scarsi e microscopici cristalli di pirite e di quarzo, sempre associati alla clorite. Nei termini invece più ricchi in ferro si ha pure, sempre associata alla clorite, la magnetite in granuli ed in cristalli microscopici talora anche assai abbondanti.

Si può quindi ammettere che questi varî tipi di carbonati ricchi in ferro rappresentino altrettanti stadi differenti di modificazione dei calcari preesistenti, i quali, in seguito ad azioni progressivamente più intense di carattere idatogenico, abbiano dato origine a tipi gradatamente più ricchi in ferro, nei quali quindi dapprima si sarebbe formata solo clorite ed in seguito quando il ferro fu in eccesso, anche la magnetite.

Digitized by Google

Considerate dal lato puramente mineralogico appare chiaramente da quanto ho detto, che queste masse di carbonati non presentano un grande interesse. In un solo caso ho avuto occasione di esaminare alcuni esemplari di un carbonato ricchissimo in ferro che presentava un certo interesse per la sua maggiore ricchezza in minerali e per alcuni speciali caratteri di taluni fra questi. In essi infatti, oltre alla clorite, alla pirite, al quarzo ed alla magnetite, constatai la presenza della calcopirite, del rutilo e di un minerale che, per quanto dubitativamente, supposi potersi riferire alla ottaedrite. Tutti questi minerali erano, al pari degli altri, associati alla clorite.

Per quanto riguarda la clorite, la pirite e la magnetite non trovai nulla di nuovo; così pure nulla vi è da accennare rispetto alla calcopirite che si presentava in granuli informi. Il rutilo è degno di nota per il fatto che non fu mai trovato in altri punti dei giacimenti di Traversella, mentre invece appare in grandi cristalli in zone molto prossime ad essi; negli esemplari a cui accenno esso si presentava in gruppi poligeminati serpentini di piccolissimi cristalli di color nero e dotati di vivissima lucentezza adamantina; in essi mi fu possibile ad occhio di riconoscere la presenza dei due prismi tetragonali, di un prisma ditetragonale e di due bipiramidi che per le loro posizioni ed inclinazione sembravano doversi riferire alla $\{111\}$ ed alla $\{101\}$.

Associata al rutilo, ma molto più scarsa di esso, osservai una sostanza in granuli ed in incompleti frammenti di cristalli di color giallo a giallo-ranciato, avente una durezza ed un peso specifico pressochè uguali a quelli del rutilo. Essa era birifrangente e mi diede esclusivamente la reazione del titanio. Per quanto dubitativamente io la riferii alla ottaedrite perchè fra i cristalli incompleti ebbi modo di osservarne uno che sembrava costituito da una bipiramide tetragonale molto acuta ampiamente smussata da un pinacoide basale imperfetto per la presenza di tremie.

Anche il quarzo presentava nei detti esemplari alcuni interessanti caratteri. Infatti notai che spesso i suoi cristalli, sebbene sempre piccolissimi, presentavano forme a clava ed a manubrio,

Digitized by Google

come si vede in due di quelli riprodotti nella figura 3ª della tavola con un ingrandimento di 15 diametri; tali forme, unite al fatto che le estremità ingrossate apparivano nitide e lucenti, mentre invece le parti centrali si mostravano corrose, mi lasciarono supporre che essi siano stati sottoposti a fenomeni di corrosione ed a successivi fenomeni di rigenerazione manifestatisi alle loro estremità.

Questi cristalli di quarzo erano anche interessanti sotto un altro punto di vista. Invero io notai pure che spesso essi formavano dei gruppi i quali in alcuni casi, come appare dai due riprodotti al centro della già citata figura, assumevano l'aspetto di veri geminati. Ed anzi, poichè anche il già citato cristallo a manubrio portava ad una delle sue estremità rigenerate un piccolo subindividuo in posizione di geminato, si sarebbe tratti a supporre che la tendenza alla comparsa della geminazione abbia incominciato od abbia continuato a manifestarsi durante i fenomeni di rigenerazione. Debbo però far notare come, date le minime dimensioni dei cristalli e date le loro imperfezioni, non mi fu possibile di stabilire con sicurezza se si trattava di veri geminati oppure solo di forme vicine, per quanto la loro regolarità militi piuttosto in favore della prima di queste ipotesi.

Lungo i confini del giacimento di Castiglione con gli schisti cristallini si hanno frequenti litoclasi che si prolungano attraverso a questi ultimi e che presentano talvolta un alto interesse mineralogico, sebbene contengano solamente cristalli di calcite e di quarzo. Basta a questo proposito rammentare che è da taluna di esse che provennero i geminati di calcite e di quarzo ampiamente descritti da Q. Sella (1) nelle sue classiche ricerche sui geminati pubblicate nel 1856.

In alcune di queste litoclasi contenenti ambedue i predetti minerali, le pareti sono tappezzate dai cristalli di quarzo ai quali spesso aderiscono i cristalli scalenoedrici di calcite con dimensioni che non superano mai i 10 o 12 millimetri. Ora

(1) Q. Sella, *Studi sulla mineralogia sarda*, " Mem. della R. Accademia delle Scienze di Torino „, Serie II, Tomo XVII (1856).

Digitized by Google

talvolta in dette litoclasi osservai che i cristalli di calcite erano sostituiti da altri i quali, pur mantenendo interamente il primitivo abito scalenoedrico, corrispondevano chimicamente ad un idrossido di ferro avente una composizione chimica molto prossima a quella della goethite, che si sarebbe quindi formata per un processo di pseudomorfosi avente nulla di eccezionale in un ambiente quale è quello di Traverselle. Ciò che però era degno di nota si è che i cristalli pseudomorfi di goethite non raggiungevano mai le dimensioni massime dei preesistenti cristalli di calcite, mantenendosi anzi nei limiti di quelli più piccoli, come se solamente questi ultimi fossero stati capaci di trasformarsi in goethite.

Ora la spiegazione di questo fatto mi apparve chiaramente in seguito all'esame di alcune di queste litoclasi ancora percorse dall'acqua, poichè potei constatare che in esse i cristalli pseudomorfi non solo avevano dimensioni uguali a quelle dei cristalli di calcite, ma pur anche apparivano molto più ricchi in acqua di quelli a cui ho prima accennato, il che li rendeva pastosi invece che friabili, come invece si mostravano quelli di goethite.

Si può quindi supporre che in queste litoclasi la limonite abbia sostituito la calcite, senza dar luogo a variazioni nelle dimensioni dei cristalli pseudomorfi, e che solo posteriormente per un progressivo processo di disidratazione si sia verificata in questi una graduale contrazione di volume, che però non avrebbe per nulla influito sulla forma dei cristalli, i quali quindi avrebbero gradatamente assunto dimensioni sempre minori fino a quando il processo di disidratazione avrebbe avuto termine. Ed anzi potei facilmente riprodurre tale fatto sperimentalmente lasciando per lungo tempo alcuni dei predetti cristalli pastosi di limonite in un ambiente secco. In tali condizioni infatti io potei constatare che si avverò quanto ho innanzi accennato e che la contrazione di volume ed il processo di disidratazione si arrestarono quando appunto i cristalli pseudomorfi raggiunsero una composizione chimica corrispondente a quella della goethite, che rappresentava quindi lo stato di equilibrio corrispondente all'estremo loro limite di disidratazione.

Digitized by Google

III.

Il diretto contatto che in alcune parti del giacimento di Castiglione esiste fra le rocce del massiccio e le formazioni metamorfiche ha dato origine ad alcuni interessanti fenomeni di mineralizzazione che si possono chiamare inversi, perchè sono dovuti ad infiltrazioni le quali penetrarono nella massa già consolidata delle rocce dioritiche provenendo dalle zone metamorfiche-metallifere per opera dei medesimi agenti che diedero origine alla comparsa in queste ultime della magnetite.

Un interessante esempio di questi fenomeni fu da me osservato in alcuni esemplari di diorite provenienti dalle zone esterne del massiccio, nei quali si osservavano alcune impregnazioni di magnetite che penetravano nel loro interno per un certo tratto, modificandone sensibilmente la struttura.

Premetto che le dioriti di Castiglione mantengono integralmente i caratteri che io considerai come proprii dei termini più diffusi e normali, per cui anche in esse sono visibili i già da me descritti fenomeni di corrosione dei plagioclasi per opera di una intrusione posteriore di un magma ortosico proveniente da grande profondità e che si diffuse nella massa delle dioriti.

Le impregnazioni a cui intendo di accennare apparentemente presentavano due tipi molto differenti, poichè, mentre in alcuni casi esse si riducevano ad un semplice arricchimento in magnetite disposta in letti paralleli dello spessore di pochi centimetri, senza che la struttura della roccia apparisse modificata sensibilmente, in altri casi invece esse assumevano l'aspetto di masse nere, compatte, attraversanti la roccia come veri strati. In ambedue i casi poi notai che da esse si passava rapidamente alla roccia normale.

Dall'esame microscopico di una serie di sezioni provenienti da varî punti delle predette impregnazioni, dalle più povere in magnetite alle più ricche, risultò che tanto le une quanto le altre dovettero manifestarsi dopo la completa consolidazione delle dioriti, in conseguenza di un fenomeno di infiltrazione

Digitized by Google

proveniente dall'esterno e dovuto alle medesime cause che determinarono la comparsa della magnetite nelle pirosseniti e nelle anfiboliti. Infatti potei constatare che i due tipi di impregnazione differivano l'uno dall'altro soltanto per la intensità del fenomeno che in ambedue i tipi portò alla sostituzione della magnetite alle masse allotriomorfe di ortosio a cui è dovuta la corrosione dei cristalli di plagioclasio.

Ed anzi a questo proposito ho notato non solo come tale sostituzione sia avvenuta esclusivamente a spese delle masse allotriomorfe di ortosio e non dei cristalli di plagioclasio, ma pur anche come intorno a questi ultimi ed in perfetto isorientamento con essi si sia depositata una sostanza di nuova formazione, di natura plagioclasica, tendente a risanare le loro corrosioni ed a ricostituirne quindi le forme iniziali; questa sostanza poi appariva dotata di un grado di acidità superiore a quella dei cristalli inclusi, essendo rappresentata da termini oligoclasici molto ricchi in sodio ed anche direttamente da albite.

Notevole poi era il fatto pure da me osservato che le lamelle di geminazione visibili in essa si comportavano esattamente come la continuazione di quelle visibili nei cristalli inclusi, sebbene, in causa del diverso grado di acidità, si estinguessero sotto angoli diversi.

Nelle figure 2ª, 4ª, 5ª della tavola sono riprodotte tre sezioni che dànno modo di riconoscere i predetti caratteri. Nella figura 2ª si ha un grande cristallo di plagioclasio zonato che si spezzò in più parti, anche spostate, per l'azione della intrusione dell'ortosio il quale penetrò anche nel suo interno e, come appare chiaramente, la magnetite, non solo si sostituì parzialmente alla circostante massa ortosica, ma pur anche penetrò nell'interno del cristallo. Nelle due figg. 4ª e 5ª sono riprodotti due cristalli corrosi di plagioclasio lungo il cui contorno è perfettamente visibile la sostanza di nuova formazione che tende a ricostituirne i contorni. Nella prima la tendenza alla detta ricostituzione è evidentissima e si vedono in essa distintamente alcune lamelle di geminazione secondo la legge dell'albite che si saldano completamente a quelle che si hanno nelle zone esterne del cristallo incluso. Nella figura 5ª si nota lo stesso fatto,

Digitized by Google

avendosi in essa un cristallo (quello che si vede al centro) il quale presenta due parti centrali più illuminate, rappresentanti il residuo della corrosione dovuta all'ortosio, che si mostrano inferiormente avvolte da alcuni strati successivi di un plagiocasio di nuova formazione più acido, le cui lamelle di geminazione formano la esatta continuazione di quelle molto fitte visibili nei frammenti centrali.

Genova, Istituto di Mineralogia, giugno 1929 (VII).

Digitized by Google

Studio cristallografico dell'Epidoto del Giassett in Val d'Ala (Piemonte).

Nota della Dott.ssa ELSA DEBENEDETTI
presentata dal Socio nazionale residente Emilio Repossi.

Sul lato settentrionale della val d'Ala, cioè sul versante opposto a quello dove si trovano i famosi giacimenti di epidoto del Paschietto, di Saulera e di Rocca Nera, si è trovato, vicino alla Testa Ciarva dove l'epidoto è rarissimo, un nuovo giacimento di epidoto, quello del Giassett. Esso fu descritto, alcuni anni fa, dal prof. Repossi.

" Il giacimento si raggiunge salendo dalle alpi del Giassett chiamate per antonomasia con questo nome e collocate ad occidente della Testa Ciarva, sullo sfondo del Pian della Mussa, verso le Alpi di Ciamarella. A meno di metà della salita, dove il sentiero attraversa il torrentello, s'incontrano nella prasinite alcuni banchi di epidoto, e non raramente questi presentano litoclasi, colle pareti ricoperte di cristalli.

" La roccia, in vicinanza dei litoclasi, si arricchisce di granato e di albite ed assume una tessitura più compatta. La calcite in uno dei banchi riempie parzialmente i litoclasi, investendo i cristalli impiantati sulle pareti, che si liberano solo asportando con acido il minerale involgente. Il giacimento è ricco e ha già dato buon numero di eleganti esemplari. I cristalli di epidoto, addossati l'uno all'altro in croste fitte ed irregolari, sono ordinariamente non molto grandi, superando di rado pochi millimetri di diametro, ma sono belli e brillanti. Il loro colore è giallo-verde, o verde-bruno chiaro; talvolta la tinta passa al bruno più deciso. Spesso sono perfettamente limpidi e trasparenti, specie i più piccoli „.

Digitized by Google

Le forme trovate dal prof. Repossi sono le seguenti:

$$\{100\}\ \{201\}\ \{101\}\ \{102\}\ \{20\bar{1}\}\ \{10\bar{1}\}\ \{10\bar{2}\}\ \{011\}\ \{001\}$$

$$\{111\}\ \{11\bar{1}\}\ \{22\bar{1}\}\ \{213\}.$$

Poichè in questi ultimi tempi si è venuti in possesso di materiale molto più abbondante, si è creduto opportuno di riprendere lo studio di questo epidoto, col materiale fornito in parte dal collezionista Dott. Crida e in parte dal Museo Mineralogico.

Tra i cristalli da me misurati si possono distinguere facilmente 2 tipi: al 1° appartengono la maggior parte dei cristalli; essi, simili a quelli già descritti dal prof. Repossi, sono di colore giallo-verde chiaro, di dimensioni variabili da 1 a 2 mm. Ve ne sono anche di più grandi, ma questi possiedono però un minor numero di facce. Essi sono raramente terminati alle due estremità, di solito impiantati per un'estremità dell'asse *y* e, abito eccezionale pel minerale, poco allungati in questa direzione. Nelle altre due direzioni sono quasi equidimensionali, qualche volta tabulari secondo $\{001\}$, qualche volta secondo $\{100\}$. Il 2° tipo è meno frequente, e potei misurarne solo due cristalli, di cui uno è geminato. Essi sono di colore verde più intenso. Il cristallo semplice ha abito più spiccatamente epidotico, ossia è allungato nella direzione dell'asse *y* e tabulare secondo $\{001\}$.

Molto frequenti sono anche i geminati secondo la solita legge dell'epidoto: asse di geminazione la normale a $\{100\}$. Quando non presentano angoli rientranti, essi non sono facilmente distinguibili dai cristalli semplici, per la mancanza della $\{010\}$, che, colla sua doppia striatura, caratteristica in geminati di altre località, ne agevolerebbe il riconoscimento.

I geminati sono in generale meno ricchi di forme, ad eccezione del geminato del 2° tipo, che è uno dei cristalli più ricchi. In alcuni di essi le due facce $\{001\}$ sono sviluppate e formano un angolo rientrante. In altri la $\{001\}$ è sviluppata solo in un individuo e forma un angolo *molto ottuso* colla $\{101\}$ dell'altro individuo.

Digitized by Google

Complessivamente le forme da me osservate sono 21:

$\}001\{$, $\}102\{$, $\}101\{$, $\}201\{$, $\}401\{$, $\}\bar{1}03\{$, $\}\bar{1}02\{$,
$\}\bar{1}01\{$, $\}\bar{3}02\{$, $\}\bar{2}01\{$, $\}100\{$, $\}320\{$, $\}110\{$, $\}011\{$,
$\}012\{$, $\}111\{$, $\}\bar{1}22\{$, $\}\bar{2}33\{$, $\}\bar{1}11\{$, $\}\bar{2}21\{$, $\}\bar{3}31\{$.

Descrizione delle singole zone.

Zona [100-010].

Le forme osservate sono: $\}100\{$, $\}320\{$, $\}110\{$.

Il pinacoide $\}100\{$ è una forma costante, in generale molto estesa, sovente stirata parallelamente a *y*.

Il prisma $\}320\{$ è una forma abbastanza rara e sempre lineare. Essa non è molto frequente neanche negli altri epidoti piemontesi. Dal La Valle non è stata trovata nei cristalli di val d'Ala. Essa è invece stata trovata dal Boeris in epidoti della valle di Ayas e dal Toborfty in epidoti della valle di Viù.

Il prisma $\}110\{$ è forma sempre presente e molto estesa; di solito dà belle imagini; raramente è striata parallelamente allo spigolo di combinazione colla $\}\bar{2}21\{$.

La $\}010\{$ non è mai stata osservata.

Zona [010-001].

Le forme osservate sono: $\}011\{$, $\}012\{$, $\}001\{$.

La $\}011\{$ è abbastanza frequente, di solito piccola, ma molto brillante, e dà sempre belle imagini al goniometro. Nel 2° tipo questa forma è molto più grande e bella.

La $\}012\{$ accompagna sovente la $\}011\{$, ma è sempre lineare.

Il pinacoide $\}001\{$ è forma costante, in generale molto estesa, però brutta, non molto brillante e qualche volta striata parallelamente a *y*.

Zona [100-001].

Le forme osservate sono: $\}100\{$, $\}401\{$, $\}201\{$, $\}101\{$, $\}102\{$, $\}001\{$, $\}\bar{1}03\{$, $\}\bar{1}02\{$, $\}\bar{1}01\{$, $\}\bar{3}02\{$, $\}\bar{2}01\{$.

Digitized by Google

Tutte le facce di questa zona sono quasi sempre striate a *y* e dànno in generale imagini multiple al goniometro.

Di questi pinacoidi, oltre {100} e {001} già descritti, sono frequentissimi {101}, {$\bar{1}$01}, {102}.

La {401} e la {$\bar{3}$02} sono state trovate una volta sola in uno stesso cristallo (del 2° tipo). Così pure la {201} e la {$\bar{1}$03} sono state trovate una volta sola nell'altro cristallo del 2° tipo. Queste quattro facce sono tutte appena lineari e hanno dato imagini confuse, quantunque sicuramente determinabili. Le {102} e {$\bar{2}$01} sono abbastanza frequenti, ma anch'esse lineari: la {$\bar{2}$01} in un solo cristallo è apparsa grande.

Zona [110-001].

Le forme osservate sono: {001}, {111}, {110}, {33$\bar{1}$}, {22$\bar{1}$}, {11$\bar{1}$}.

La {111} è meno frequente della {$\bar{1}$11} e, specialmente nei cristalli del 2° tipo, è notevole il maggior sviluppo di quest'ultima, che appare come la forma dominante all'estremità del cristallo. Questa osservazione è già stata fatta dal La Valle per gli epidoti della Val d'Ala ed anche da altri per gli epidoti delle valli di Ayas e Viù.

La {$\bar{2}$21} è sempre presente colla {$\bar{1}$11}. Di solito è grande e striata parallelamente allo spigolo di combinazione colla {110}. Nei cristalli del 2° tipo è invece strettissima e lunga.

La {$\bar{3}$31} è presente solo in qualche geminato, è grande, ma sempre molto striata, insieme alla {$\bar{2}$21} e nello stesso senso di questa.

[Zona 100-011].

Le forme osservate sono: {100}, {111}, {011}, {$\bar{1}$23}, {$\bar{2}$33}, {$\bar{1}$11}.

Oltre alle 4 già descritte, abbiamo le due forme {$\bar{1}$22} e {233}, trovate in un solo cristallo, e cioè nel più ricco del 2° tipo. Esse sono grandi e molto striate parallelamente allo spigolo di combinazione della {011} e {$\bar{1}$11} rispettivamente. Queste due forme, rare in questo epidoto, sono abbastanza fre-

Digitized by Google

quenti negli epidoti piemontesi e, in particolare, in quelli di Val d'Ala.

A queste forme ora descritte si potrebbe aggiungere come incerta una forma $\}hkl\{$ che si trova all'incrocio delle due zone [111-$\bar{1}$10] e [$\bar{1}$01-110].

Il simbolo (132), calcolato per questa forma, è discretamente in accordo colle misure fatte, a bagliore, nelle due zone:

	misurati	calcolati
(111) : (132)	20°,58′	20°,32′
(132) : ($\bar{1}$10)	58°,37′	59°,15′
(110) : (132)	22°,59′	22°,40 $^1/_2$′
(132) : (011)	11°,35′	11°,34 $^1/_2$′.

Questa faccia è però stata trovata una volta sola. La $\}132\{$ sarebbe nuova per l'epidoto.

Due combinazioni di forme, frequenti per i cristalli del 1° tipo, sono le seguenti:

I. $\}001\{$, $\}100\{$, $\}102\{$, $\}101\{$, $\}\bar{1}02\{$, $\}\bar{1}01\{$, $\}\bar{2}01\{$, $\}110\{$, $\}320\{$, $\}011\{$, $\}012\{$, $\}111\{$, $\}\bar{1}11\{$, $\}\bar{2}21\{$.

II. $\}001\{$, $\}100\{$, $\}101\{$, $\}110\{$, $\}011\{$, $\}\bar{1}11\{$, $\}\bar{2}21\{$.

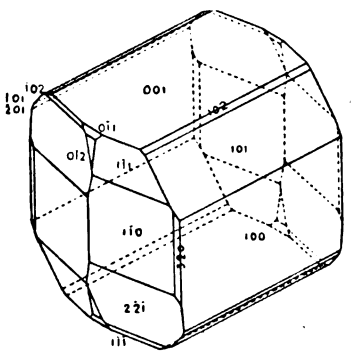


Fig. 1.

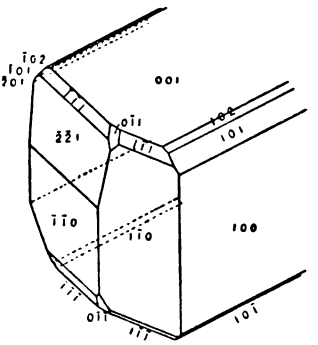


Fig. 2.

In questi sono da notare come forme predominanti oltre le $\}100\{$ e $\}001\{$ anche le $\}110\{$, $\}\bar{1}11\{$ e $\}\bar{2}21\{$. A questo tipo si riferiscono le figure 1 e 2.

Digitized by Google

Il cristallo semplice del 2° tipo ha la seguente combinazione di forme:

$$\{001\}, \{100\}, \{102\}, \{101\}, \{201\}, \{\bar{1}03\},$$
$$\{\bar{1}02\}, \{\bar{1}01\}, \{\bar{2}01\}, \{110\}, \{011\}, \{012\},$$
$$\{111\}, \{\bar{1}22\}, \{\bar{2}33\}, \{\bar{1}11\}, \{\bar{2}21\}$$

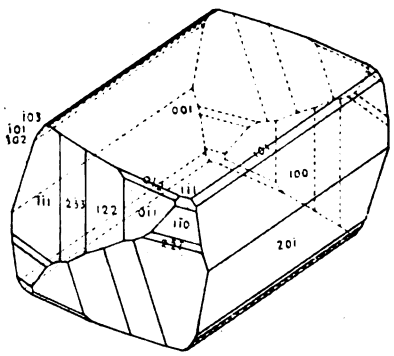


Fig. 3.

Una combinazione comune nei geminati è:

$$\{001\}, \{100\}, \{101\}, \{\bar{1}01\},$$
$$\{110\}, \{\bar{1}11\}, \{\bar{2}21\}, \{\bar{3}31\}$$

(Figure 4 e 5).

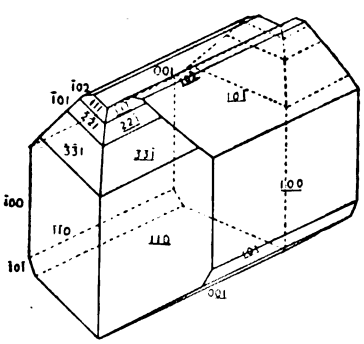


Fig. 4.

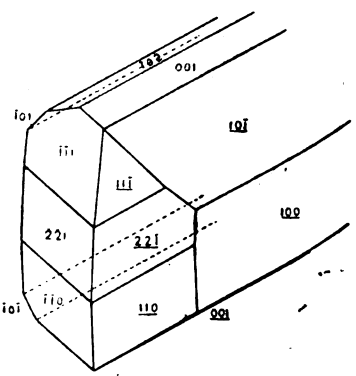


Fig. 5.

Digitized by Google

Per l'epidoto del Giassett, partendo dagli angoli migliori, si possono calcolare le costanti:

$$a : b : c = 1{,}57872 : 1 : 1{,}80978 ,$$

$$\beta = 64°{,}37'.$$

Siccome però esse non si differenziano molto dalle costanti di Kokscharow, usate comunemente, ho creduto bene di usare queste ultime per il calcolo degli angoli, qui avanti riportati.

Come abbiamo visto, l'epidoto del Giassett si può riportare, quanto a giacitura, agli altri della val d'Ala e, in generale, delle pietre verdi.

Per quanto riguarda l'abito, i cristalli del 1° tipo hanno qualche rassomiglianza con quelli più semplici del Paschietto, della Val di Viù ed anche dell'Ossola; i cristalli del 2° tipo invece presentano una somiglianza notevole più con quelli della Bettolina, in val d'Ayas, che cogli altri della val d'Ala.

Digitized by Google

Angolo	Calcolato	Media	Limiti dell'osservazione	N.
(001) : (102)	22°, 31′	22°, 23′ 1/2	22°, 21′ — 22°, 25′	2
(102) : (101)	12°, 12′	12°, 17′ 1/2	12°, 13′ — 12°, 22′	2
(001) : (101)	34°, 43′	34°, 44′	34°, 26′ — 34°, 59′	5
(101) : (201)	11°, 29′	11°, 37′	—	1
(201) : (100)	18°, 25′	18°, 10′	—	1
(101) : (401)	19°, 39′	19°, 2′	—	1
(401) : (100)	10°, 15′	10°, 47′	—	1
(101) : (100)	29°, 54′	29°, 49′	29°, 33′ — 30°, 2′	5
(001) : (100)	64°, 37′	64°, 37′	64°, 30′ — 64°, 56′	3
(001) : ($\bar{1}$03)	22°, 21′	21°, 32′	—	1
($\bar{1}$03) : ($\bar{1}$01)	41°, 21′	41°, 46′	—	1
(001) : ($\bar{1}$02)	34°, 21′	34°, 19′	34°, 7′ — 34°, 30′	6
($\bar{1}$02) : ($\bar{1}$01)	29°, 21′	29°, 24′	29°, 10′ — 29°, 37′	4
(001) : ($\bar{1}$01)	63°, 42′	63°, 50′	—	1
($\bar{1}$01) : ($\bar{3}$02)	16°, 35′	16°, 37′	—	1
(302) : ($\bar{1}$00)	35°, 7′	35°, 7′	—	1
($\bar{1}$01) : ($\bar{2}$01)	25°, 44′ 1/4	25°, 44′	25°, 33′ — 25°, 55′	4
($\bar{2}$01) : ($\bar{1}$00)	25°, 57′ 1/4	26°, 1′	25°, 51′ — 26°, 17′	4
($\bar{1}$01) : ($\bar{1}$00)	51°, 41′ 1/2	51°, 51′ 1/2	51°, 39′ — 52°, 2′	5
(001) : (012)	39°, 10′	39°, 21′	39°, 7′ — 39°, 30′	5
(012) : (011)	19°, 17′ 1/2	19°, 17′	19°, 6′ — 19°, 27′	5
(001) : (011)	58°, 27′ 1/2	58°, 33′	58°, 23′ — 58°, 40′	5
(100) : (320)	43°, 33′ 1/2	43°, 36′	43°, 31′ — 43°, 41′	3
(320) : (110)	11°, 24′ 1/2	11°, 24′	11°, 18′ — 11°, 32′	3
(100) : (110)	54°, 58′	54°, 58′	54°, 47′ — 55°, 4′	6
(001) : (111)	52°, 19′	52°, 19′	52°, 15′ — 42°, 24′	6

Digitized by Google

Angolo	Calcolato	Media	Limiti dell'osservazione	N.
(111) : (110)	23°, 26′	23°, 29′	23°, 22′ — 23°, 34′	6
(001) : (110)	75°, 45′	75°, 45′	75°, 40′ — 76°, 8′	6
(001) : ($\bar{1}$11)	75°, 11′	75°, 11′	75° — 75°, 24′	12
($\bar{1}$11) : ($\bar{2}$21)	14°, 31′	14°, 31′	14°, 19′ — 14°, 47′	12
($\bar{2}$21) : ($\bar{3}$31)	4°, 56′ 1/2	5°, 6′	4°, 43′ — 5°, 30′	2
($\bar{3}$31) : ($\bar{1}$10)	9°, 36′ 1/2	8°, 39′	8°, 25′ — 8°, 53′	2
($\bar{2}$21) : ($\bar{1}$10)	14°, 33′	14°, 29′	14°, 17′ — 14°, 52′	14
(100) : (111)	49°, 51′ 1/2	49°, 49′	49°, 37′ — 49°, 59′	3
(111) : (011)	27°, 11′	27°, 25′	27°, 8′ — 27°, 59′	3
(100) : (011)	77°, 2′ 1/2	77°, 0′, 30″	77° — 77°, 1′	2
(011) : ($\bar{1}$22)	17°, 20′	17°, 32′	17°, 11′ — 17°, 53′	2
($\bar{1}$22) : ($\bar{2}$33)	5°, 45′ 1/2	5°, 22′	4°, 44′ — 6°	2
($\bar{2}$33) : ($\bar{1}$11)	10°, 50′	11°, 2′	10°, 46′ — 11°, 19′	2
(011) : ($\bar{1}$11)	33°, 55′ 1/2	33°, 46′	33°, 38′ — 33°, 55′	2
($\bar{1}$11) : ($\bar{1}$00)	69°, 2′	69°, 6′	69°, 4′ — 69°, 15′	4
(001) : (10$\bar{1}$)	50°, 46′	50°, 16′	49°, 35′ — 50°, 57′	2
(10$\bar{1}$) : ($\bar{1}$01)	76°, 38′	76°, 30′	76°, 27′ — 76°, 33′	2
(0$\bar{1}$1) : (01$\bar{1}$)	25°, 55′	25°, 56′	—	1
(1$\bar{1}$0) : ($\bar{1}$10)	70°, 4′	69°, 59′	69°, 23′ — 70°, 28′	3
(1$\bar{1}$$\bar{1}$) : ($\bar{1}$11)	41°, 56′	41°, 55′	41°, 43′ — 42°, 2′	5
(2$\bar{2}$$\bar{1}$) : ($\bar{2}$21)	57°, 31′	57°, 14′	57°, 5′ — 57°, 23′	2

Istituto Mineralogico della R. Università di Torino.
Giugno 1929 (VII).

L'Accademico Segretario
EMILIO REPOSSI.

Digitized by Google

Digitized by Google

INDICE

DEL VOLUME LXIV

ELENCO degli Accademici Nazionali residenti, Nazionali non residenti, Stranieri e Corrispondenti al 31 dicembre 1928 . . *Pag.* III

PRESIDENTI della Reale Accademia delle Scienze di Torino dalla sua fondazione . . . . . » V

MUTAZIONI avvenute nel Corpo accademico dal 1° gennaio al 31 dicembre 1927 . . . . . » XXIII

Relazione Premio Vallauri (1923-26) . . . . . » 210

Relazione della Commissione per il Premio di fondazione Gautieri - Storia (1925-1927) . . . . . » 266

Relazione della Commissione per il Premio di fondazione Gautieri - Filosofia (1924-1926) . . . . . » 274

ADUNANZE:

Sunti degli Atti verbali della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali . . . . . » 1, 46, 56, 66, 68, 95, 104, 144, 188, 217, 244, 262, 282, 316.

Sunti degli Atti verbali delle Classi Unite . . . . . » 43, 208, 210, 242, 279, 280, 314.

ALBENGA (Giuseppe). — A proposito di qualche formola approssimata per la trave inflessa e sollecitata assialmente . . . . » 235

ALIVERTI (G.). — Misure di radioattività atmosferica . . . » 97

AMERIO (A.), DE PASQUALE (O.), RICCA (V.). — Misure pireliometriche eseguite sull'Aspromonte . . . . . » 159

BOCCALATTE (Cesarina). — La Geometria basata sulle idee di punto e angolo retto . . . . . » 47

BURALI-FORTI (C.). — Una prima questione di balistica esterna » 146

CIBRARIO (Maria). — Proposizioni universali e particolari, e definizione di limite . . . . . » 319

COLOMBA (Luigi). — Osservazioni litologiche e mineralogiche sul giacimento di Castiglione (Traversella) . . . . . » 373

Digitized by Google

Colombo (Bonaparte). — Sulla propagazione delle onde sismiche in uno strato piano illimitato . . . . . *Pag.* 58
Colucci (Antonio). — Trattazione in grande del problema dei valori iniziali per le equazioni lineari alle derivate parziali del primo ordine in due variabili indipendenti . . . . . » 219
Debenedetti (Elsa). — Studio cristallografico dell'Epidoto del Giassett in Val d'Ala (Piemonte) . . . . . » 385
Ferrari (Carlo). — Sull'analogia fra i campi elettrici e i campi aerodinamici . . . . . » 190
Gennaro (Virginia). — Thomsonite e Scolecite dell'alta Valle di Ayas e delle Valli di Lanzo . . . . . » 133
Giua (Michele). — Ricerche sopra alcune reazioni di condensazione » 89
— e Racciu (Giovanni). — Ricerche sulla resinificazione. - I. Sulla condensazione dell'aldeide formica con l'uretano ordinario » 300
— — Influenza dei sostituenti sulla stabilità di alcuni composti ciclici . . . . . » 331
Grassi (Guido). — Sulla resistività dell'Alluminio . . . . » 248
Majorana (Quirino). — Attenuazione dissimmetrica di energia raggiante in un mezzo assorbente . . . . . » 359
Marseguerra (Vincenzo). — Sulle funzioni tayloriane . . . » 251
Mascarelli (Luigi). — Contributo alla conoscenza del difenile e dei suoi derivati (e dei dinaftili, ecc.). Considerazioni sul grande numero di antipodi ottici privi di atomi asimmetrici, che ne possono derivare . . . . . » 31
Palazzo (A. M.). — Le lenticelle della radice del Morus . . » 197
Parona (C. F.). — Appunti per uno studio sulle *Spugne* del Permiano di Sicilia (Bacino del Sosio) . . . . . » 121
Pistolesi (Enrico). — Sul calcolo di resistenza delle eliche . » 283
Repossi (Emilio). — Studio mineralogico dei terreni agrari del Vercellese . . . . . » 335
Resegotti (Giuseppe). — Heulandite e Stilbite di Prascorsano presso Cuorgnè (Piemonte) . . . . . » 105
Sacco (Federico). — Nuovi dati di fatto riguardo l'età degli Argilloscisti ofiolitiferi dell'Appennino . . . . . » 11
Somigliana (Carlo). — Sulla misura della Terra e la gravimetria » 4
Tonolo (Angelo). — Determinazione di un particolare sistema di normali delle superficie dello spazio S_4 . . . . . » 69
Zoia (Raffaello). — Nuovo procedimento per studiare le variazioni della resistenza all'urto su barrette intagliate dovute al fenomeno dell'invecchiamento . . . . . » 35
Zuffardi-Comerci (Rosina). — La fauna pliocenica di Masserano-Cossato (Biellese) . . . . . » 305

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

Opere scelte di Amedeo Avogadro (per cura di **I. Guareschi**).

Torino, Unione tipografico-editrice torinese, 1911, 1 vol. in-4° (4 csn., CXL-492 pp., 1 ritr.).

Miscellanea di studi danteschi. ***Dante e il Piemonte.***

Torino, Fratelli Bocca editori, 1922, in-8° (VIII-648 pp.).

Digitized by Google

SOMMARIO

Classi Unite.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 26 Maggio 1929 . *Pag.* 279

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 9 Giugno 1929 . „ 280

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 9 Giugno 1929 . *Pag.* 282

Pistolesi (Enrico). — Sul calcolo di resistenza delle eliche . „ 283

Giua (Michele) e Racciu (Giovanni). — Ricerche sulla resinificazione. - I. Sulla condensaz. dell'aldeide formica con l'uretano ordinario „ 300

Zuffardi-Comerci (Rosina). — La fauna pliocenica di Masserano-Cossato (Biellese) . . . . . „ 305

Classi Unite.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 16 Giugno 1929 . *Pag.* 314

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 23 Giugno 1929 . *Pag.* 316

Cibrario (Maria). — Proposizioni universali e particolari, e definizione di limite . . . . . „ 319

Giua (Michele) e Racciu (Giovanni). — Influenza dei sostituenti sulla stabilità di alcuni composti ciclici . . . . . „ 331

Repossi (Emilio). — Studio mineralogico dei terreni agrari del Vercellese . . . . . „ 335

Majorana (Quirino). — Attenuazione dissimmetrica di energia raggiante in un mezzo assorbente . . . . . „ 358

Colomba (Luigi). — Osservazioni litologiche e mineralogiche sul giacimento di Castiglione (Traversella) . . . . . „ 373

Debenedetti (Elsa). — Studio cristallografico dell'Epidoto del Giassett in Val d'Ala (Piemonte) . . . . . „ 385

Tip. Vincenzo Bona - Torino

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

TWO HOUR RESERVE
RETURN TO DESK FROM WHICH BORROWED
PHYSICS LIBRARY
TH, No. 642-3122
This publication is due on the LAST DATE
and HOUR stamped below.

RB 16-25m-1,'71
(P2008s10)4187—A-32

General Library
University of California
Berkeley

UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY

Digitized by Google

R.Accademia delle scienze
di Torino. Classe di
scienze fisiche ...
Atti

A292
v.64

4-17-30 Bindery

APR 25 1930

BINDERY

Vandekloot

725993
AS222
A292
v.64
PHYSICS
LIBRARY

UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY

APR 21 1972

RARIES

237

Digitized by Google

Digitized by Google